

Precesión orbital a partir del lagrangiano de la teoría ECE2.

por

M. W. Evans y H. Eckardt,

Civil List y AIAS / UPITEC

(www.aias.us, www.upitec.org, www.archive.org, www.webarchive.org, www.et3m.net)

Traducción: Alex Hill (www.et3m.net)

Resumen.

Se demuestra que la precesión orbital es el resultado de la relatividad ECE2 y del lagrangiano relevante, tanto en órbitas bi- como tri-dimensionales. Por ejemplo, a partir de esta teoría puede obtenerse la precesión del perihelio del planeta Mercurio. La relatividad general de Einstein no solo resulta incorrecta sino también irrelevante. Se aplica el mismo tipo de análisis lagrangiano para hallar ecuaciones novedosas en mecánica cuántica.

Palabras clave: relatividad ECE2, precesión orbital a partir del lagrangiano, mecánica cuántica lagrangiana.

1. Introducción.

En documentos recientes de esta serie [1-12], se ha aplicado la teoría lagrangiana ECE2 a la dinámica de giróscopos, órbitas tridimensionales y una novedosa mecánica cuántica lagrangiana. En la Sección 2 se demuestra que el lagrangiano de la relatividad restringida de la teoría ECE2 conduce a precesión orbital sin el empleo de la incorrecta y obsoleta relatividad general einsteiniana. La relatividad ECE2 se ha desarrollado a partir del documento UFT313 y sigs. en los sitios combinados www.aias.us y www.upitec.org. Posee la estructura de la relatividad restringida, pero se desarrolla en un espacio con torsión y curvatura distintas de cero. Por lo tanto, el lagrangiano ECE2 es el lagrangiano de la relatividad restringida. Las ecuaciones de Euler Lagrange relevantes pueden resolverse simultáneamente con los mismos métodos numéricos que se emplearon en los documentos UFT368 a UFT371. Esta solución conduce directamente a una órbita con precesión, la cual puede compararse con datos astronómicos, como en la Sección 3. Los mismos métodos lagrangianos conducen a novedosos resultados de utilidad general en mecánica cuántica. Estas nuevas ecuaciones de mecánica cuántica se resumen en la Sección 2.

Este documento constituye una breve sinopsis de extensos cálculos que pueden hallarse en las Notas de Acompañamiento para el documento UFT372, publicadas en el portal de www.aias.us. La Nota 372(1) da las ecuaciones básicas del nuevo enfoque lagrangiano, ejemplificado con el átomo de hidrógeno. Éste último se describe en términos de una órbita elíptica plana cuantizada. La Nota 372(2) discute el estado $l = 0$ del átomo de hidrógeno, y la Nota 372(3) establece el hamiltoniano para el átomo de helio. Las Notas 372(4) y 372(5) dan detalles del cálculo de la órbita relativista y las Notas 372(6) a 372(8) desarrollan nuevas ecuaciones generales de la mecánica cuántica a partir del método lagrangiano.

La Sección 3 muestra resultados gráficos para la órbita con precesión, y realiza una comparación con los datos astronómicos para la precesión del perihelio de planetas en el Sistema Solar. También discute órbitas de Moebius.

2. Órbitas con precesión y mecánica cuántica lagrangiana.

Consideremos el lagrangiano de la relatividad ECE2 [1-12]:

$$\mathcal{L} = -mc^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2} + \frac{mMG}{r} \quad (1)$$

en donde una masa m gira en órbita alrededor de una masa M , en un plano definido por las coordenadas polares planas (r, ϕ) . La magnitud de la distancia entre m y M es r , y la velocidad orbital de m es:

$$v^2 = \dot{r}^2 + r^2 \dot{\phi}^2. \quad (2)$$

Aquí, c es la velocidad de la luz en el vacío. Las variables adecuadas de Lagrange son r y ϕ , y las ecuaciones de Euler Lagrange son:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial r} = \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{r}} \quad (3)$$

y

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} = \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\phi}} \quad (4)$$

Éstas se resuelven simultáneamente para dar:

$$\frac{dr}{d\phi} = \frac{\dot{r}}{\dot{\phi}} \quad (5)$$

y la órbita

$$r = \int \frac{dr}{d\phi} d\phi \quad (6)$$

Q. E. D. El método numérico utiliza integración mediante Runge Kutta con el paquete Maxima, como se describe en UFT368 a UFT371. La órbita es una elipse con precesión, Q. E. D., y se representa gráficamente en la Sección 3. Por lo tanto, la relatividad ECE2 produce una elipse con precesión, y no hay necesidad de la obsoleta e incorrecta teoría de Einstein.

El lagrangiano tridimensional es el mismo que la Ec. (1), pero:

$$v^2 = \dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2 \quad (7)$$

donde

$$\dot{\theta}^2 = \dot{\theta}^2 + \dot{\phi}^2 \sin^2 \theta \quad (8)$$

en el sistema de coordenadas polares esféricas (r, θ, ϕ) . Las variables adecuadas de Lagrange son r, θ , y ϕ , y las tres ecuaciones de Euler Lagrange son:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial r} = \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{r}} \quad (9)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \theta} = \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\theta}} \quad (10)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} = \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\phi}} \quad (11)$$

Estas ecuaciones se resuelven simultáneamente en la Sección 3, y nuevamente dan una órbita con precesión, cuyos detalles se representaron gráficamente en la Sección 3. En este caso, la

órbita plana con precesión puede inclinarse con respecto a la órbita dada por las coordenadas polares planas. En ciertas circunstancias, esto puede dar origen a órbitas en forma de cinta de Moebius, observables a nivel astronómico, tal como se observa gráficamente en la Sección 3.

En teoría, esta teoría orbital de Lagrange puede aplicarse a la cuantización del átomo de hidrógeno (H), mediante el empleo del potencial de Coulomb:

$$U = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (12)$$

en el lagrangiano (1). Aquí, e es la carga eléctrica en el protón, y ϵ_0 es la permitividad en el vacío. La velocidad clásica del electrón en el átomo de H es:

$$\underline{v} = \dot{r} \underline{e}_r + r\dot{\theta} \underline{e}_\theta + r\dot{\phi} \sin\theta \underline{e}_\phi \quad (13)$$

en coordenadas polares esféricas, con vectores unitarios \underline{e}_r , \underline{e}_θ y \underline{e}_ϕ .

La cuantización se produce de la siguiente manera:

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = E\psi \quad (14)$$

$$-i\hbar \underline{\nabla} \psi = \underline{p} \psi \quad (15)$$

donde el gradiente de la función de onda es:

$$\underline{\nabla} \psi = \frac{\partial \psi}{\partial r} \underline{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \underline{e}_\theta + \frac{1}{r \sin\theta} \frac{\partial \psi}{\partial \phi} \underline{e}_\phi. \quad (16)$$

Nótese que la energía relativista:

$$\underline{E} = \gamma mc^2 \quad (17)$$

y el momento:

$$\underline{p} = \gamma m \underline{v} \quad (18)$$

se utilizan en la cuantización.

Por lo tanto, las ecuaciones cuánticas de primer orden son:

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = E\psi = \gamma mc^2 \psi = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} mc^2 \psi \quad (19)$$

$$-i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial r} = -\gamma m v \psi \quad (20)$$

$$-i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial \theta} = \gamma m r^2 \dot{\theta} \psi \quad (21)$$

$$-i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial \phi} = \gamma m r^2 \sin^2 \theta \dot{\phi} \psi \quad (22)$$

También está la ecuación de segundo orden:

$$-\hbar^2 \nabla^2 \psi = p^2 \psi = \gamma^2 m^2 v^2 \psi. \quad (23)$$

En el límite no relativista, estas ecuaciones devienen:

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = E\psi \quad (24)$$

$$-i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial r} = m v \psi \quad (25)$$

$$-i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial \theta} = m r^2 \dot{\theta} \psi \quad (26)$$

$$-i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial \phi} = m r^2 \sin^2 \theta \dot{\phi} \psi \quad (27)$$

y:

$$-\hbar^2 \nabla^2 \psi = m^2 v^2 \psi \quad (28)$$

En documentos UFT precedentes, y en UFT270, el método del lagrangiano se utiliza en un nivel clásico, para dar los momentos angulares clásicos:

$$L^2 = m^2 r^4 (\dot{\theta}^2 + \dot{\phi}^2 \sin^2 \theta) \quad (29)$$

y

$$L_z = m r^2 \dot{\phi} \sin^2 \theta. \quad (30)$$

Es bien sabido [1-12] que estas ecuaciones se cuantizan como sigue para todos los átomos y moléculas:

$$\hat{L}^2 \psi = \hbar^2 l(l+1) \psi \quad (31)$$

$$\hat{L}_z \psi = \hbar m_l \psi \quad (32)$$

donde l es el número cuántico del momento angular y donde:

$$m_l = -l, \dots, l \quad (33)$$

es el número cuántico azimutal.

Por equivalencia cuántica clásica

$$\hat{L}_z \psi = \hbar m_l \psi = m r^2 \sin^2 \theta \dot{\phi} \psi \quad (34)$$

dando el valor esperado de la mecánica cuántica lagrangiana:

$$\langle m r^2 \dot{\phi} \sin^2 \theta \rangle = \hbar m_l. \quad (35)$$

Análogamente:

$$\langle m^2 r^4 (\dot{\theta}^2 + \dot{\phi}^2 \sin^2 \theta) \rangle = l(l+1) \hbar^2 \quad (36)$$

de manera que

$$\langle m r^2 \dot{\theta} \rangle = \hbar (l(l+1) - m_l^2) \quad (37)$$

A partir de teoría lagrangiana en un nivel clásico:

$$m r^2 \dot{\theta} = \left(L^2 - \frac{L_z^2}{\sin^2 \theta} \right)^{1/2} \quad (38)$$

dando el valor esperado:

$$\left\langle L^2 - \frac{L_z^2}{\sin^2 \theta} \right\rangle = \hbar^2 (l(l+1) - m_l^2) \quad (39)$$

de la mecánica cuántica lagrangiana.

En resumen, los valores esperados son:

$$\int \psi^* m r^2 \dot{\theta} \psi d\tau = \hbar (l(l+1) - m_l^2)^{1/2} \quad (40)$$

$$\int \psi^* m r^2 \dot{\phi} \sin^2 \theta \psi d\tau = \hbar m_l \quad (41)$$

$$\int \psi^* \sin^2 \theta \psi d\tau = \frac{L_z^2}{\hbar^2} \left(L^2 - \hbar^2 (l(l+1) - m_l^2) \right)^{-1} \quad (42)$$

A partir de las Ecs. (26) y (40):

$$-i \int \psi^* \frac{\partial \psi}{\partial \theta} d\tau = \left(l(l+1) - m_l^2 \right)^{1/2} \quad (43)$$

A partir de las Ecs. (27) y (41):

$$-i \int \psi^* \frac{\partial \psi}{\partial \phi} d\tau = m_l \quad (44)$$

A partir de las Ecs. (27) y (39):

$$L^2 - \frac{L_z^2}{\sin^2 \theta} = -i\hbar^2 \int \psi^* \frac{\partial \psi}{\partial \theta} d\tau. \quad (45)$$

Estas son ecuaciones fundamentales de la mecánica cuántica lagrangiana.

3. Resultados computacionales y gráficas.

3.1 Ecuaciones de Lagrange relativistas.

Las ecuaciones de Euler Lagrange relativistas (9-11) en tres dimensiones, basadas en la función de Lagrange (1), se desarrollaron mediante computadora y resolvieron con métodos numéricos, tal como se ha descrito en documentos anteriores. Se utilizaron coordenadas polares esféricas (r, θ, ϕ) . Reinsertando los términos $\gamma = 1 / \sqrt{1 - v^2/c^2}$ y v a partir de la Ec. (7), adoptan la forma:

$$\ddot{\theta} = -\frac{(2\gamma c^2 r - GM) \dot{r} \dot{\theta} - \gamma c^2 \dot{\phi}^2 r^2 \cos(\theta) \sin(\theta)}{\gamma c^2 r^2}, \quad (46)$$

$$\ddot{\phi} = -\frac{\dot{\phi} \left(2\gamma c^2 r^2 \cos(\theta) \dot{\theta} + (2\gamma c^2 r - GM) \dot{r} \sin(\theta) \right)}{\gamma c^2 r^2 \sin(\theta)}, \quad (47)$$

$$\ddot{r} = -\frac{(\gamma c^2 r - GM) \dot{r}^2 - \gamma v^2 c^2 r + GM c^2}{\gamma c^2 r^2}. \quad (48)$$

Mediante la transición $c \rightarrow \infty$, se obtiene la forma no relativista:

$$\ddot{\theta} = \dot{\phi}^2 \cos(\theta) \sin(\theta) - \frac{2\dot{r} \dot{\theta}}{r}, \quad (49)$$

$$\ddot{\phi} = -\frac{2\dot{\phi} \cos(\theta) \dot{\theta}}{\sin(\theta)} - \frac{2\dot{\phi} \dot{r}}{r}, \quad (50)$$

$$\ddot{r} = r \dot{\theta}^2 + \dot{\phi}^2 r \sin^2(\theta) - \frac{GM}{r^2}. \quad (51)$$

Para órbitas planas, resulta suficiente expresar las ecuaciones en dos dimensiones. Esto corresponde a la omisión del ángulo polar θ :

$$\ddot{\phi} = -\frac{(2\gamma c^2 r - GM) \dot{r} \dot{\phi}}{\gamma c^2 r^2}, \quad (52)$$

$$\ddot{r} = -\frac{(\gamma c^2 r - GM) \dot{r}^2 - \gamma v^2 c^2 r + GM c^2}{\gamma c^2 r^2}. \quad (53)$$

Nuevamente, puede efectuarse la transición no relativista, que resulta en la conocida forma

$$\ddot{\phi} = -\frac{2\dot{r}\dot{\phi}}{r}, \quad (54)$$

$$\ddot{r} = r\dot{\phi}^2 - \frac{GM}{r^2}. \quad (55)$$

Es posible re-exresar las Ecs. (52, 53) una vez más. Con la abreviatura

$$r_0 = \frac{2MG}{c^2} \quad (56)$$

(el radio de Schwarzschild) estas ecuaciones adoptan la forma

$$\ddot{\phi} = \left(\frac{r_0}{2\gamma r} - 2 \right) \frac{\dot{r}\dot{\phi}}{r}, \quad (57)$$

$$\ddot{r} = r\dot{\phi}^2 + \frac{r_0}{2\gamma r^2} \dot{r}^2 - \frac{GM}{\gamma r^2} = r\dot{\phi}^2 + \frac{1}{2}r_0 (\dot{r}^2 - c^2) \frac{1}{\gamma r^2}. \quad (58)$$

Se observa que esto es idéntico a la forma no relativista, incrementada cada una con un término de orden $1/c^2$ (representado por r_0). Dado que el producto $\dot{r}\dot{\phi}$ asume ambos signos alrededor del perihelio, tenemos en esta región una modificación simétrica de la aceleración angular. El potencial gravitacional se modifica por la presencia del factor γ , pero más importante resulta el término adicional que introduce una dependencia respecto de \dot{r} que no estaba allí en el caso no relativista. A partir de la forma de la Ec. (58) de la extrema derecha vemos que el potencial se ve contrarrestado por \dot{r} . En el caso ultra-relativista, el potencial casi no tiene efecto.

Las soluciones de las Ecs. (46-48) se representaron gráficamente en la Fig. 1. Éste es un sistema planetario gravitacional, con los parámetros del modelo seleccionados de forma tal que los efectos relativistas fuesen visibles. El movimiento se mantiene plano aun en el caso relativista. Pueden observarse las oscilaciones radiales de la órbita periódica. La órbita posee un aspecto regular, sin embargo una inspección mediante la gráfica de la órbita (Fig. 2) nos muestra que se trata de una elipse con precesión. El plano de movimiento se encuentra inclinado hacia el plano XY debido a las condiciones iniciales de $\dot{\theta}$. La gráfica de los momentos angulares L y L_z (Fig. 3) nos demuestra que en este caso relativista éstos ya no son más constantes de movimiento. Se representa el factor γ en la Fig. 4. Muestra picos en el perihelio donde la velocidad orbital es mucho mayor que en el afelio. Esta variación nos demuestra que tenemos una solución de relatividad general.

3.2 Precesión en el perihelio del planeta Mercurio

Una de las escasas confirmaciones de la teoría de la relatividad general de Einstein fue su explicación de la precesión del perihelio del planeta Mercurio. Este efecto es muy pequeño, y las influencias de otros planetas sobre la precesión de Mercurio son mucho mayores que la parte explicada por Einstein. Esto se comentó ampliamente en el documento UFT 239. En el documento UFT 322, mencionamos que la precesión observada en el perihelio es de $7.9673 \cdot 10^{-7}$ radianes por año. Dado que Mercurio posee un período orbital de 88.0 días, el ángulo de precesión por cada revolución es de

$$\Delta\phi = 7.9673 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{88.0}{365.25} \text{ rad} = 1.9196 \cdot 10^{-7} \text{ rad.} \quad (59)$$

Este valor es muy pequeño, de manera que un cálculo del tiempo de una evolución orbital debe de ser muy preciso. Esto no puede lograrse sin un considerable esfuerzo numérico. Como alternativa, proponemos un esquema de interpolación, en donde se calcula la órbita mediante efectos relativistas incrementados en forma artificial, $\Delta\phi$ se determina a partir de la órbita y entonces se efectúa una extrapolación al valor real de los parámetros relativistas. El radio de Schwarzschild r_0 podría utilizarse para ello en las Ecs. (57, 58). Entonces, el algoritmo es:

- Computar $\Delta\phi(r_1)$, donde r_1 es un valor incrementado de r_0
- repetir para varios valores r_2, r_3, \dots para construir una función $\Delta\phi(r_i)$
- extrapolar la función $\Delta\phi(r_i)$ para el valor $r = r_0$

Mediante este algoritmo puede verificarse simultáneamente la precisión numérica.

3.3 Órbita de Moebius

En cosmología, resulta factible observar algunas estructuras extraordinarias, como una cinta de Moebius. Es posible intentar reproducir esta estructura de cinta mediante un sencillo cálculo. Utilizamos dos masas que giran en órbita alrededor de un centro en común, en órbitas inclinadas entre sí. Las dos masas son independientes, es decir que suponemos que la interacción entre ambas masas en órbita es pequeña en comparación con la gravedad del centro. Esta suposición nos parece razonable. La condición inicial de ϕ de la segunda masa se ha desplazado ligeramente, de manera de lograr que las órbitas no tengan ningún punto en común. La Fig. 5 muestra las órbitas, y en la Fig. 6 se representa el vector diferencia entre ambas masas. Esto presenta una estructura del tipo de una cinta de Moebius. Se supone que hay muchas más que dos masas moviéndose en el área de 2D entre dos órbitas graficadas.

Esto constituye una explicación muy sencilla y clásica de la estructura observada de Moebius. En dimensiones cósmicas, la cinta de Moebius se extiende a través de distancias en las que la ley gravitacional deja de ser válida. El modelo de cálculo de la cinta de Moebius mejor debiera de llevarse a cabo mediante un potencial eléctrico, representando el universo eléctrico o de plasma. Sin embargo, el potencial electrostático es de tipo $1/r$, al igual que el potencial gravitacional. Por lo tanto, el resultado sería cualitativamente igual al modelo gravitacional calculado aquí.

3.4 Ecuación de Schroedinger radial

Como ejemplo de la aplicabilidad del mecanismo de Lagrange en física nuclear, resolvimos la ecuación radial de Schroedinger para el hidrógeno,

$$\frac{d^2\psi}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\psi}{dr} - \frac{l(l+1)\psi}{r^2} = \left(\frac{1}{n^2} - \frac{2}{r} \right) \psi \quad (60)$$

en forma numérica. Aquí, n es el número cuántico principal, mientras que l es el número cuántico del momento angular. Ambos se relacionan con los parámetros orbitales clásicos

n	l	a	α	ϵ
1	0	1	0	1
2	0	4	0	1
2	1	4	3	0.7071
3	0	9	0	1
3	1	9	2	0.8819
3	2	9	6	0.5774

Tabla 1: Parámetros de una elipse en función de los números cuánticos n, l .

de elipses a través de

$$a = \frac{\hbar n^2}{\alpha_f m c} \quad (61)$$

$$\alpha = \frac{\hbar l(l+1)}{\alpha_f m c} \quad (62)$$

$$\epsilon = \sqrt{1 - \frac{l(l+1)}{n^2}} \quad (63)$$

donde α_f es la constante de estructura fina, m es la masa del electrón, a es el semieje mayor de la órbita, α es la semi latitud recta y ϵ es la excentricidad. Utilizando unidades atómicas, se calcularon los valores de a , α y ϵ a partir de los números cuánticos, tal como se muestra en la Tabla 1. Obviamente, α es igual a cero para todos los orbitales s , y la excentricidad es igual a la unidad.

Algunas soluciones numéricas de la Ec. (60) se han representado en las Figs. 7 y 8, y comparadas con los valores analíticos conocidos de las soluciones utilizadas en documentos anteriores. Para el cálculo, la selección de los valores iniciales es sin duda un problema. Para lograr una comparación justa, utilizamos los valores para ψ y $d\psi/dr$ con el primer punto r de la red de la solución analítica. Entonces, tanto el resultado analítico como numérico se comparan sin que se observen desviaciones visibles, lográndose una perfecta coincidencia. Si se toman condiciones iniciales diferentes, las curvas se mecen hacia el curso correcto luego de asumir unos pocos puntos de la red.

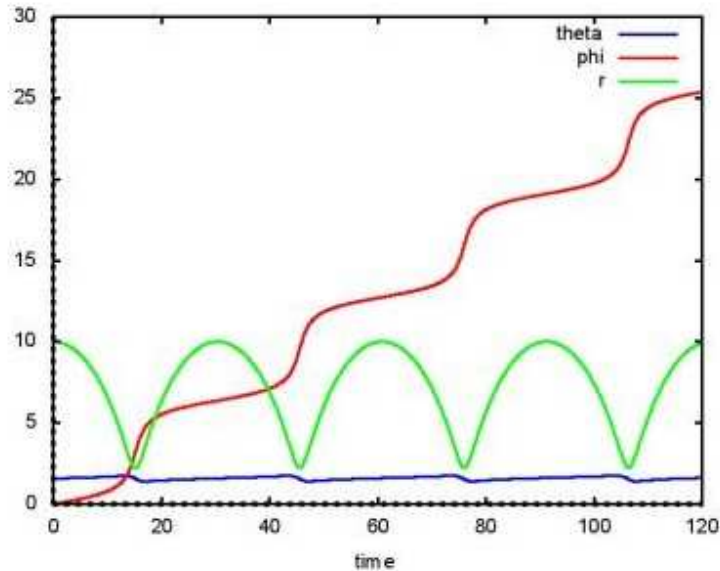


Figura 1: Trayectorias relativistas $\theta(t)$, $\phi(t)$, $r(t)$.

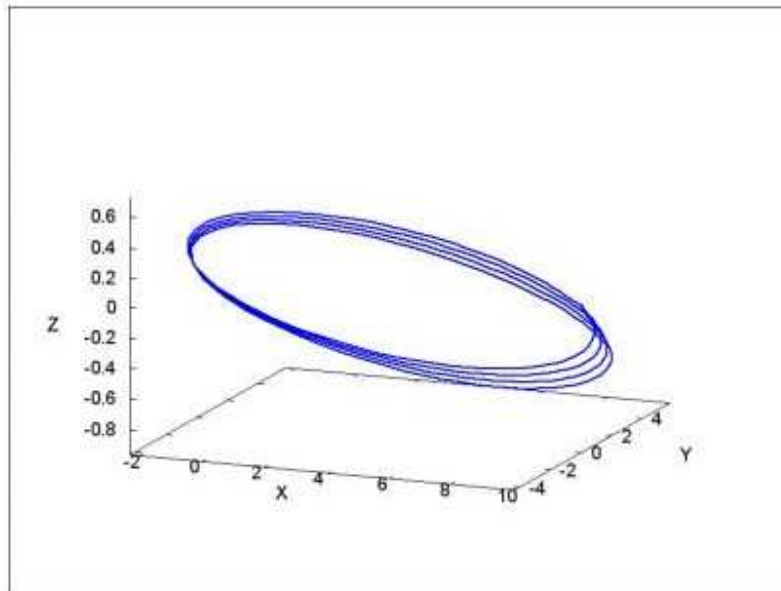


Figura 2: Órbita $r(X, Y, Z)$ de una elipse con precesión.

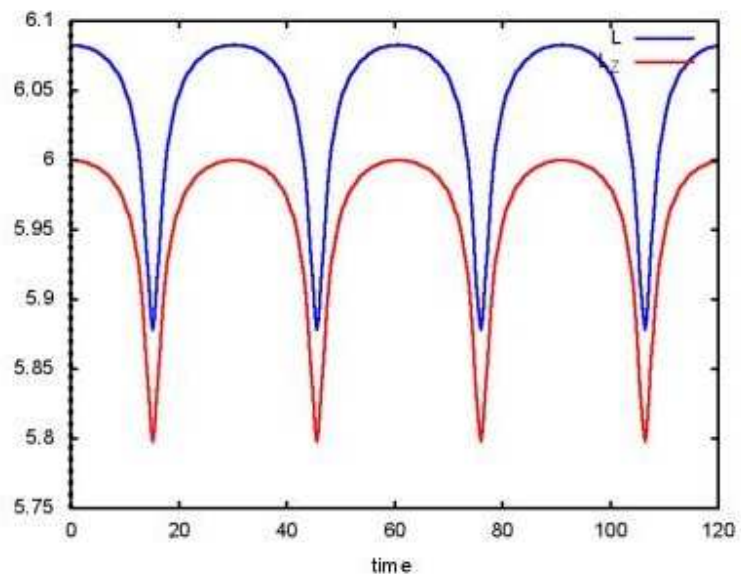


Figura 3: Constantes de movimiento no relativistas L y L_z .

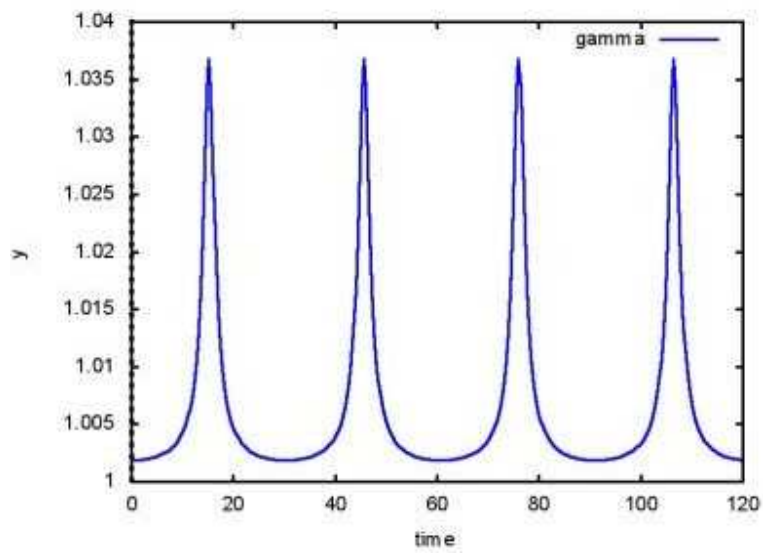


Figura 4: Factor relativista γ .

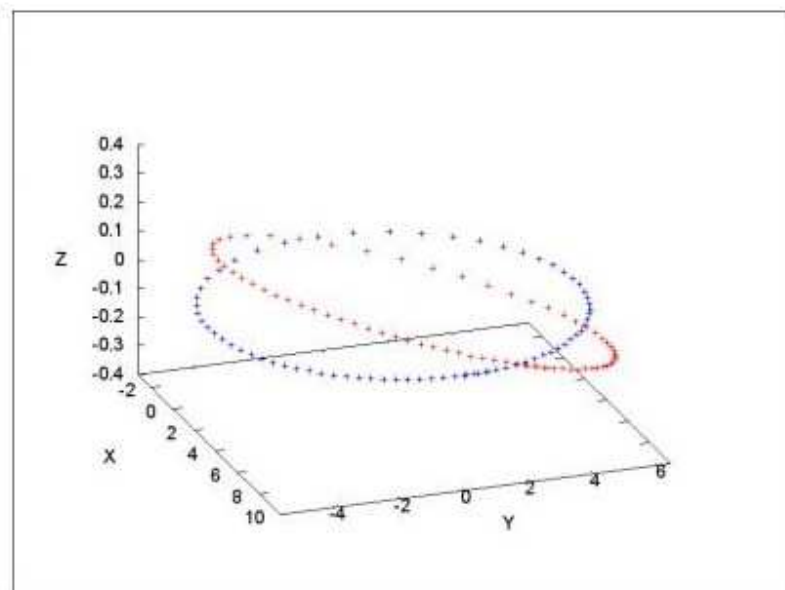


Figura 5: Órbitas $r(X, Y, Z)$ de dos masas representando una cinta de Moebius.

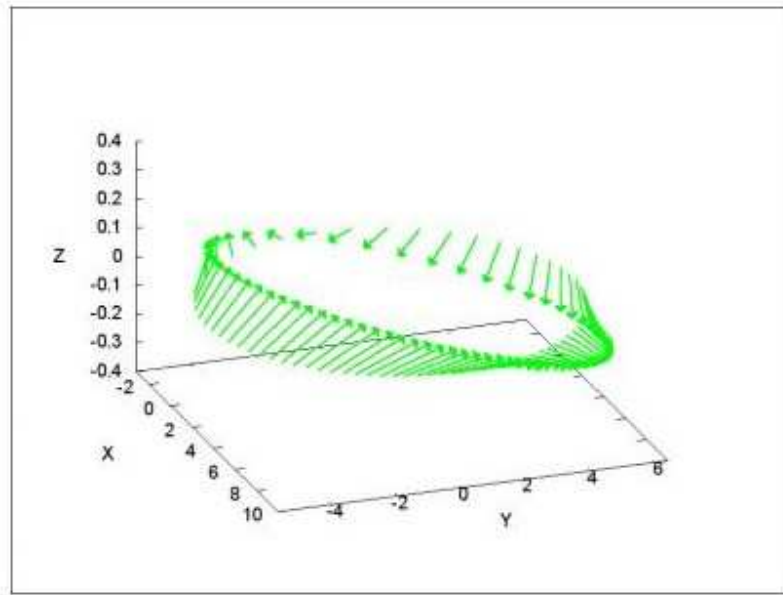


Figura 6: Diferencia de vectores de órbita representando la cinta de Moebius.

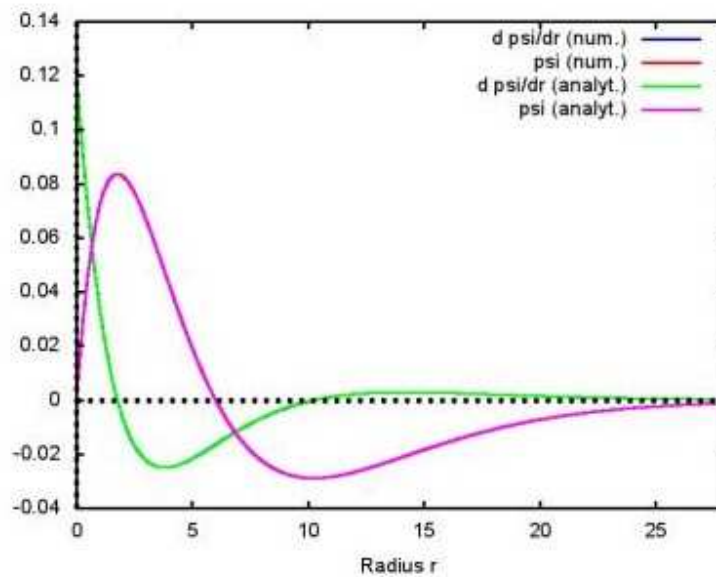


Figura 7: Comparación del orbital 3p del hidrógeno (numérico y analítico).

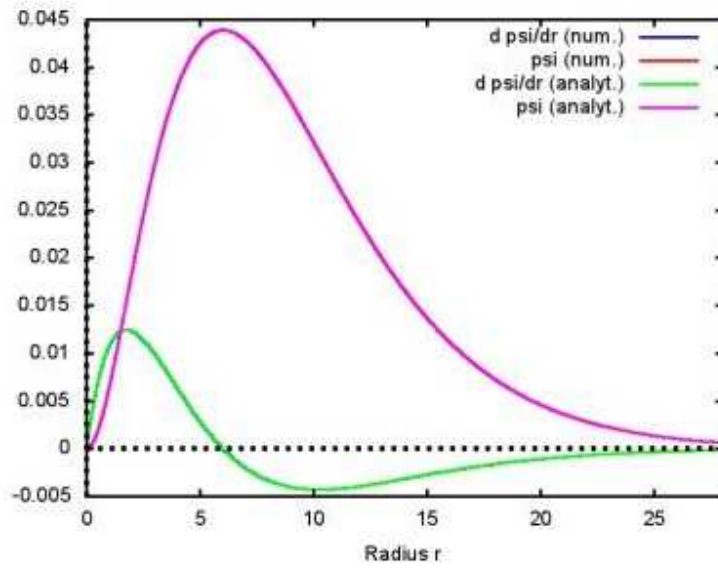


Figura 8: Comparación del orbital 3d del hidrógeno (numérico y analítico).

Agradecimientos.

Se agradece al Gobierno Británico por el otorgamiento de una Pensión Civil Vitalicia, y al equipo técnico de AIAS y otros por muchas discusiones interesantes. Se agradece a Dave Burleigh, CEO de Annexa Inc., por el mantenimiento voluntario de equipo y programas del portal www.aias.us y de los programas de retroalimentación. Se agradece a Alex Hill por las traducciones y lecturas en idioma castellano y a Robert Cheshire por las lecturas en idioma inglés.

Referencias bibliográficas.

- [1] M. W. Evans, H. Eckardt, D. W. Lindstrom y S. J. Crothers, "ECE2: El Segundo Cambio Paradigmático" (de libre acceso en UFT366, Sección en Español, y en prep, ePubli Berlín).
- [2] M. W. Evans, H. Eckardt, D. W. Lindstrom y J. S. Crothers, "Principios de la Teoría ECE" (de libre acceso en UFT350, Sección en Español, encuadernación dura ePubli 2016, encuadernación blanda New Generation 2016).
- [3] M. W. Evans, S. J. Crothers, H. Eckardt y K. Pendergast, "Criticisms of the Einstein Field Equation" (de libre acceso en UFT301, encuadernación dura Cambridge International (CISP) 2010).
- [4] M. W. Evans, H. Eckardt y D. W. Lindstrom, "Generally Covariant Unified Field Theory" (de libre acceso en documentos UFT relevantes, y Abramis, encuadernación banda en cinco volúmenes, 2005 a 2011).
- [5] L. Felker, "Las Ecuaciones de Evans de la Teoría de Campo Unificado" (de libre acceso en UFT302 y en Sección en Español, Abramis encuadernación blanda 2007).
- [6] H. Eckardt, "The ECE Engineering Model" (de libre acceso en UFT303, ecuaciones reunidas).
- [7] M. W. Evans, "Definitive Refutations of the Einsteinian General Relativity" (de libre acceso en el portal www.aias.us y en CISP 2012, encuadernación dura).
- [8] M. W. Evans, "Collected Scientometrics" (De libre acceso en UFT307 y en New Generation, 2015).
- [9] M. W. Evans y L. B. Crowell, "Classical and Quantum Electrodynamics and the $B^{(3)}$ Field" (de libre acceso, Sección Omnia Opera y en World Scientific, 2001).
- [10] M. W. Evans y S. Kielich (Eds.), "Modern Nonlinear Optics" (Wiley Interscience, Nueva York, 1992, 1993, 1997, 2001) en dos ediciones y seis volúmenes.
- [11] M. W. Evans y J.-P. Vigié, "The Enigmatic Photon" (de libre acceso en la Sección Omnia Opera, y Kluwer 1994 a 2000 en cinco volúmenes, con encuadernación dura o blanda).
- [12] M. W. Evans y A. A. Hasanein, "The Photomagnetron in Quantum Field Theory" (World Scientific, 1994, encuadernación dura).