

# La Mecánica Analítica del Giróscopo según la Teoría ECE2.

por

M. W. Evans y H. Eckardt

Civil List y AIAS / UPITEC

([www.aias.us](http://www.aias.us), [www.upitec.org](http://www.upitec.org), [www.et3m.net](http://www.et3m.net), [www.archive.org](http://www.archive.org), [www.webarchive.co.uk](http://www.webarchive.co.uk))

Traducción: Alex Hill ([www.et3m.net](http://www.et3m.net))

## Resumen.

Se resuelve en forma exacta la mecánica analítica del giróscopo mediante el empleo de un método numérico, y se aplica a la demostración física llevada a cabo por Laithwaite, la cual consiste en que, cuando se sostiene un giróscopo a una distancia de un brazo por encima de la superficie terrestre, dicho giróscopo pareciera no poseer peso alguno. La solución se lleva a cabo en término de torques en el marco de referencia del laboratorio (X, Y, Z) y el marco de referencia de los momentos de inercia principales (1, 2, 3). Se analizan los efectos adicionales de la derivada convectiva de la teoría ECE2.

*Palabras clave:* teoría ECE2, mecánica analítica del giróscopo.

## 1. Introducción.

El artículo precedente inició el desarrollo de la conocida mecánica analítica [1-12], de un giróscopo, con el objeto de explicar o un experimento replicado por Laithwaite, en el que se demostró que una rueda en rotación sostenida a un brazo de distancia en un eje horizontal por encima de la superficie terrestre, pareciera no tener peso. En la Sección 2, se analiza el problema en términos de tres ecuaciones de Euler Lagrange, en los tres ángulos de Euler. Estas son tres ecuaciones diferenciales simultáneas, que se resuelve numéricamente para dar la mecánica analítica completa del giróscopo. El método considera cualquier torque en el marco de referencia del laboratorio aplicado al giróscopo.

Este documento constituye una breve sinopsis de cálculos detallados que pueden encontrarse en las Notas de Acompañamiento del documento UFT368 publicado en el portal [www.aias.us](http://www.aias.us). Estas notas debieran de leerse junto con el documento. La Nota 368(1) describe constantes de movimiento para el movimiento del centro de masas del giróscopo. Las Notas 368(2) a 368(5) consideran nuevamente el ejemplo de un trompo simétrico con un punto fijo, considerado inicialmente por Lagrange en su obra "Mecanique Analytique" (1811 y 1815). Las Notas 368(6) a 368(8) constituyen la base para la sección dos, y proporcionan una solución completa al problema mediante el empleo del programa computacional Maxima combinado con análisis. El experimento de Laithwaite es un ejemplo de la solución completa.

## 2. Definición y resolución del problema.

Consideremos la definición del torque en mecánica analítica (dinámica clásica):

$$\underline{T}_q_{(XYZ)} = \left( \frac{d\underline{L}}{dt} \right)_{(XYZ)} = \left( \frac{d\underline{L}}{dt} + \underline{\omega} \times \underline{L} \right)_{(123)} \quad (1)$$

Aquí,  $\underline{L}$  es el momento angular y el subíndice 123 denota el marco definido por los momentos de inercia principales del giróscopo. El marco de referencia del laboratorio se indica como (X, Y, Z). Las conocidas ecuaciones de Euler se obtienen a partir de la Ec. (1):

$$T_{q_1} = I_1 \dot{\omega}_1 - (I_2 - I_3) \omega_2 \omega_3 \quad (2)$$

$$T_{q_2} = I_2 \dot{\omega}_2 - (I_3 - I_1) \omega_3 \omega_1 \quad (3)$$

$$T_{q_3} = I_3 \dot{\omega}_3 - (I_1 - I_2) \omega_1 \omega_2 \quad (4)$$

Aquí,  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  y  $\omega_3$  son las velocidades angulares principales en el marco (1, 2, 3), y donde  $I_1$ ,  $I_2$  y  $I_3$  son los tres principales momentos de inercia del giróscopo. En términos de los conocidos ángulos de Euler  $\theta$ ,  $\phi$  y  $\psi$  [1-12]:

$$\omega_1 = \dot{\phi} \sin \theta \sin \psi + \dot{\theta} \cos \psi \quad (5)$$

$$\omega_2 = \dot{\phi} \sin \theta \cos \psi - \dot{\theta} \sin \psi \quad (6)$$

$$\omega_3 = \dot{\phi} \cos \theta + \dot{\psi}. \quad (7)$$

Se deduce entonces que:

$$\dot{\omega}_1 = \frac{d}{dt} (\dot{\phi} \sin \theta \sin \psi + \dot{\theta} \cos \psi) \quad (8)$$

$$\dot{\omega}_2 = \frac{d}{dt} (\dot{\phi} \sin \theta \cos \psi - \dot{\theta} \sin \psi) \quad (9)$$

$$\dot{\omega}_3 = \frac{d}{dt} (\dot{\phi} \cos \theta + \dot{\psi}) \quad (10)$$

Nótese cuidadosamente que:

$$\theta = \theta(t), \quad \phi = \phi(t), \quad \psi = \psi(t), \quad (11)$$

de manera que si, por ejemplo:

$$y = \cos \theta(t) \quad (12)$$

entonces:

$$\frac{dy}{dt} = \frac{dy}{d\theta} \frac{d\theta}{dt} = -\dot{\theta} \sin \theta \quad (13)$$

y demás.

Por lo tanto, como en la Nota 368(8):

$$\dot{\omega}_1 = \ddot{\phi} \sin \theta \sin \psi + \dot{\phi} (\dot{\theta} \sin \psi \cos \theta + \dot{\psi} \sin \theta \cos \psi) + \ddot{\theta} \cos \psi - \dot{\theta} \dot{\psi} \sin \psi$$

$$\dot{\omega}_2 = \ddot{\phi} \sin \theta \cos \psi + \dot{\phi} (\dot{\theta} \cos \psi \cos \theta - \dot{\psi} \sin \theta \cos \psi) - \ddot{\theta} \sin \psi + \dot{\theta} \dot{\psi} \sin \psi \quad (14)$$

$$\dot{\omega}_3 = \ddot{\phi} (\cos \theta - \dot{\theta} \sin \theta) + \ddot{\psi}.$$

El lagrangiano del giróscopo fue definido inicialmente por Lagrange en "Mecanique Analytique" en 1811 y 1815:

$$L = T - U \quad (15)$$

donde la energía cinética es:

$$T = \frac{1}{2} I_{12} (\dot{\phi}^2 \sin^2 \theta + \dot{\theta}^2) + \frac{1}{2} I_3 (\dot{\phi} \cos \theta + \dot{\psi})^2 \quad (16)$$

y la energía potencial es

$$U = mgh \cos \theta. \quad (17)$$

La masa del giróscopo es  $m$ ,  $g$  es la magnitud de la aceleración debida a la gravitación, y  $h$  es la distancia constante entre el origen y el centro de masa. Los orígenes de los marcos de referencia (1, 2, 3) y (X, Y, Z) coinciden. El giróscopo se considera como un trompo simétrico, de manera que dos momentos de inercia son iguales y se les denota mediante:

$$I_{12} = I_1 = I_2 \quad (18)$$

Las tres ecuaciones de Euler Lagrange en los tres ángulos de Euler son:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \theta} = \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\theta}} \quad (19)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} = \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\phi}} \quad (20)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \psi} = \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\psi}} \quad (21)$$

a partir de las cuales pueden definirse dos constantes de movimiento:

$$L_\phi = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\phi}} = (I_{12} \sin^2 \theta + I_3 \cos^2 \theta) \dot{\phi} + I_3 \dot{\psi} \cos \theta \quad (22)$$

$$L_\psi = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\psi}} = I_3 (\dot{\psi} + \dot{\phi} \cos \theta). \quad (23)$$

Estos son momentos angulares constantes que no cambian con el tiempo:

$$dL_\phi / dt = 0, \quad (24)$$

$$dL_\psi / dt = 0. \quad (25)$$

Se deduce que [1-12]:

$$\dot{\phi} = \frac{L_{\phi} - L_{\psi} \cos \theta}{I_{12} \sin^2 \theta} \quad (26)$$

y

$$\dot{\psi} = \frac{1}{I_3} (L_{\psi} - I_3 \dot{\phi} \cos \theta) \quad (27)$$

La ecuación de Euler Lagrange (19) da el resultado:

$$\ddot{\theta} = \frac{\sin \theta}{I_{12}} \left( \dot{\phi}^2 \cos \theta (I_{12} - I_3) - I_3 \dot{\phi} \dot{\psi} + mgh \right) \quad (28)$$

Las Ecs. (26), (27) y (28) son tres ecuaciones diferenciales simultáneas que deben de resolverse para dar las trayectorias de los tres ángulos de Euler. Esta solución se lleva a cabo en forma numérica y sin aproximaciones, en este documento, mediante el empleo del programa de cálculo Maxima. Los resultados se representan gráficamente en la sección tres, y muestran una nutación y una precisión bien definidas. Esto pareciera como la primera vez que se ha encontrado una solución exacta de dinámica de giróscopo. Todas las soluciones anteriores, incluyendo aquella de Lagrange, son necesariamente aproximadas, porque el movimiento del giróscopo es sumamente intrincado.

Por lo tanto, los tres componentes de torque del marco (1, 2, 3) pueden hallarse a partir de las trayectorias de los ángulos de Euler y a partir de  $\theta$ ,  $\dot{\phi}$ ,  $\dot{\psi}$ ,  $\ddot{\theta}$ ,  $\ddot{\phi}$ ,  $\ddot{\psi}$ . Este cálculo se lleva a cabo mediante álgebra computacional. No es posible llevar a cabo este cálculo en forma manual debido a la complejidad del problema. La solución completa revela características del movimiento del giróscopo desconocidos hasta el momento.

El torque completo del marco en movimiento es:

$$\underline{T}_q = T_{q1} \underline{e}_1 + T_{q2} \underline{e}_2 + T_{q3} \underline{e}_3 \quad (29)$$

donde  $e_1, e_2, e_3$  son vectores unitarios en el marco (1, 2, 3). El torque en el marco del laboratorio es:

$$\underline{T}_q = \underline{r} \times \underline{F} = T_{qx} \underline{i} + T_{qy} \underline{j} + T_{qz} \underline{k} \quad (30)$$

y los dos torques se relacionan mediante la Ec. (1). Consideramos a  $\underline{F}$  como la fuerza de gravedad sobre el centro de masa del giróscopo:

$$\underline{F} = mg \underline{k} \quad (31)$$

En general:

$$\underline{r} = X \underline{i} + Y \underline{j} + Z \underline{k} \quad (32)$$

de manera que:

$$\underline{T}_g = \begin{vmatrix} \underline{i} & \underline{j} & \underline{k} \\ X & Y & Z \\ 0 & 0 & mg \end{vmatrix} = mg(Y \underline{i} - X \underline{j}) \quad (33)$$

Los orígenes de los marcos (X, Y, Z) y (1, 2, 3) son el mismo, de manera que:

$$T_{g_x}^2 + T_{g_y}^2 + T_{g_z}^2 = T_{g_1}^2 + T_{g_2}^2 + T_{g_3}^2 = mg^2(Y^2 + X^2) \quad (34)$$

En el trompo simétrico con un punto fijo:

$$X^2 + Y^2 = h^2 \quad (35)$$

de manera que

$$T_{g_1}^2 + T_{g_2}^2 + T_{g_3}^2 = mg^2 h^2 \quad (36)$$

Por lo tanto:

$$\underline{F} = \frac{1}{h^2} (T_{g_1}^2 + T_{g_2}^2 + T_{g_3}^2) \quad (37)$$

La fuerza de gravedad es atractiva y valuada en forma negativa:

$$\underline{F} = mg \underline{k} = -\frac{mMG}{R^2} \underline{k} \quad (38)$$

donde  $M$  es la masa de la Tierra y  $R$  es su radio. Por lo tanto:

$$g = -\frac{MG}{R^2} \quad (39)$$

En el gir6scopo, la fuerza de gravedad se ve contrapuesta por la magnitud de fuerza valuada positivamente:

$$F = \frac{1}{h} \left( T_{g_1}^2 + T_{g_2}^2 + T_{g_3}^2 \right)^{1/2} \quad (40)$$

Si se percibe un gir6scopo como sin peso en la configuraci6n de Laithwaite, entonces:

$$|mg| = \frac{1}{h} \left( T_{g_1}^2 + T_{g_2}^2 + T_{g_3}^2 \right)^{1/2} \quad (41)$$

Pueden considerarse en este problema otros torque es en el marco de laboratorio, tales como por ejemplo un torque mecánico aplicado que resulta en una fuerza adicional en la direcci6n  $\underline{k}$  positiva del marco de laboratorio, y tambi6n el torque conflictivo de la teoría ECE2:

$$\underline{T}_q(\text{convectivo}) = \left( \underline{v} \cdot \underline{\nabla} \right) \underline{L} \quad (42)$$

que actúa en el marco del laboratorio y que es una pequeña correcci6n del vacío, donde el vacío se considera como un fluido.

### 3. Solución numérica y análisis gráfico.

Las ecuaciones de movimiento (26-28) para los ángulos de Euler  $\theta$ ,  $\phi$ ,  $\psi$  se resolvieron numéricamente. El resultado es el movimiento del centro de masa, transformado a coordenadas cartesianas:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h \operatorname{sen} \theta \cos \phi \\ h \operatorname{sen} \theta \operatorname{sen} \phi \\ h \cos \theta \end{bmatrix} \quad (43)$$

con dependencia respecto del tiempo. Las velocidades angulares de los ejes principales del cuerpo rígido vinieron dadas por las Ecs. (5-7).  $\omega_3$  es una constante de movimiento y puede expresarse mediante  $I_3$

$$\omega_3 = \frac{L_\psi}{I_3} \quad (44)$$

Se obtuvieron los resultados numéricos para el primer conjunto de datos (en unidades del S.I.):

$$\begin{aligned} I_{12} &= 0.5 \\ I_3 &= 4 \\ L_\phi &= 1 \\ L_\psi &= 3.8 \\ m &= 10 \\ g &= 9.81 \\ h &= 0.2 \end{aligned} \quad (45)$$

En este caso tenemos  $L_\phi > L_\psi$ , es un giróscopo con precesión lenta y con momento de inercia principalmente en el eje  $x_3$  del cuerpo. El giróscopo posee un rotor típicamente “grosso” con  $I_2 < I_3$ . Valores iniciales para el cálculo fueron:

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_0 &= 0 \\ \theta_0 &= \pi / 4 \\ \phi_0 &= \pi / 4 \\ \psi_0 &= 0 \end{aligned} \quad (46)$$



Debiera de tomarse nota que no es posible definir una velocidad inicial de precesión, pues esto queda completamente determinado por las ecuaciones que son de primer orden en  $\phi$  y  $\psi$ . Los resultados para el primer conjunto de datos (45) incluidos más arriba pueden observarse en las primeras cinco figuras. La Fig. 1 presenta el ángulo de nutación  $\theta$  y su velocidad angular, donde ambos son casi armónicos. A partir de la Fig. 2 puede observarse que  $\phi$  aumenta linealmente, pero con pequeñas oscilaciones.  $\psi$  posee una estructura más compleja. Las oscilaciones en  $\phi$  conducen a un movimiento de tipo meandro para el centro de masa compuesto de precesión y nutación, que se representó gráficamente en una curva espacial en la Fig.3. Los componentes de velocidad  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  en coordenadas del cuerpo (Fig.4) muestran un comportamiento oscilatorio, mientras que  $\omega_3$  se mantiene constante, como se mencionó más arriba. Representada en una curva de tres dimensiones, esto da un movimiento de tipo rosetón, ver Fig.5.

En el siguiente conjunto de cálculos numéricos, se han intercambiado los momentos angulares:

$$\begin{aligned} L\phi &= 3.8 \\ L\psi &= 1 \end{aligned} \tag{47}$$

y los demás parámetros con los mismos valores que antes. Ahora el comportamiento de  $\phi$  y  $\psi$  se ha intercambiado (Fig. 6). La precesión es más rápida debido al mayor valor del momento angular  $L\phi$ , y hay menos variación, como puede verse a partir de la curva espacial en la Fig. 7. Los componentes de velocidad angular (Fig. 8) poseen un período mayor, con cierta estructura pequeña sobrepuesta. Su vector ahora describe un círculo con marcadas oscilaciones, ver Fig. 9.

Finalmente, se intenta copiar de una manera sencilla el comportamiento de un giróscopo en caída libre. Suponiendo que la fuerza gravitatoria se ve contrapuesta por una fuerza de movimiento, como en el experimento de Laithwaite, sustituimos la masa  $m$  en el término de la energía potencial (17) por una diferencia de masas efectivas:

$$U = (m - m_1) g h \cos \theta \tag{48}$$

donde  $m_1$  es una “contra-masa” que simula el levantamiento del giróscopo. En el caso de que  $m = m_1$ , no hay término de energía potencial. El único sitio en donde esto entra en juego en los cálculos es en la Ec.(28). De manera que la omisión de este término produce resultados interesantes. Utilizando el primer conjunto de datos (45), los ángulos  $\phi$  y  $\psi$  (Fig.10) parecen muy similares a los anteriores (Fig.2) pero no hay progresión de la precesión, y  $\phi$  oscila constantemente en el rango de ángulos pequeños. El significado de esto puede observarse de la curva espacial del centro de masa (Fig. 11). La masa gira periódicamente en una órbita elíptica. En consecuencia, los componentes de la velocidad angular son estrictamente periódicos (Fig. 12) y su curva espacial describe un círculo con una altura constante (Fig. 13), debido al componente constante  $\omega_3$ . Esto constituye un comportamiento bastante inesperado, que muestra que un trompo simétrico con un punto fijo sólo muestra movimiento precesional cuando hay una fuerza externa presente. La precesión es un resultado de la gravedad. La completa descripción lagrangiana de un trompo en rotación que flota libremente se investigará en el próximo documento, UFT 369.

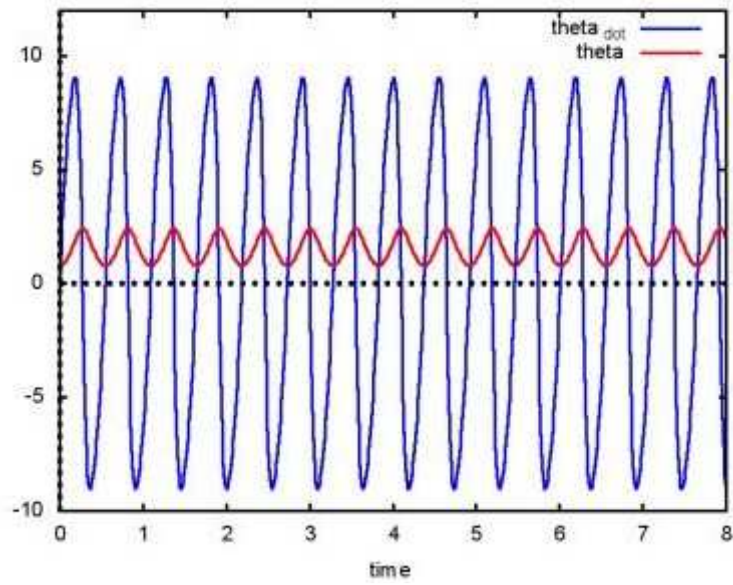


Figura 1. Velocidad angular  $\dot{\theta}$  y ángulo de nutación  $\theta$ .

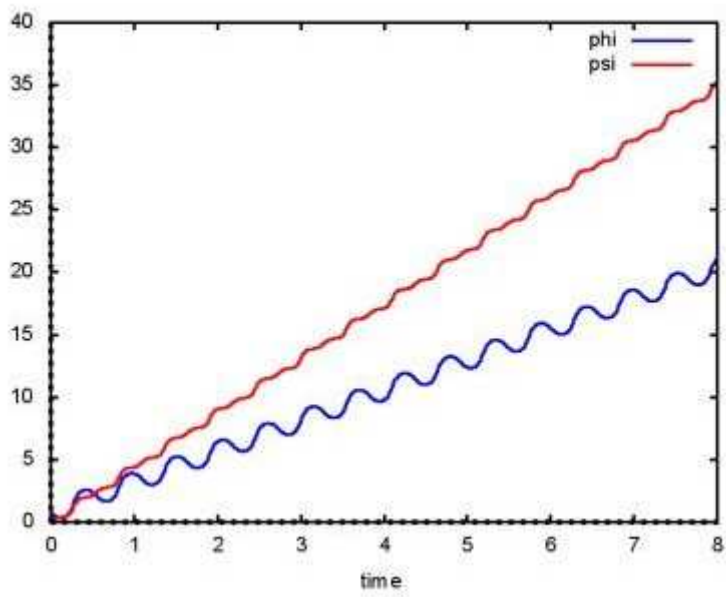


Figura 2. Ángulo de precesión  $\phi$  y ángulo de Euler  $\psi$ .

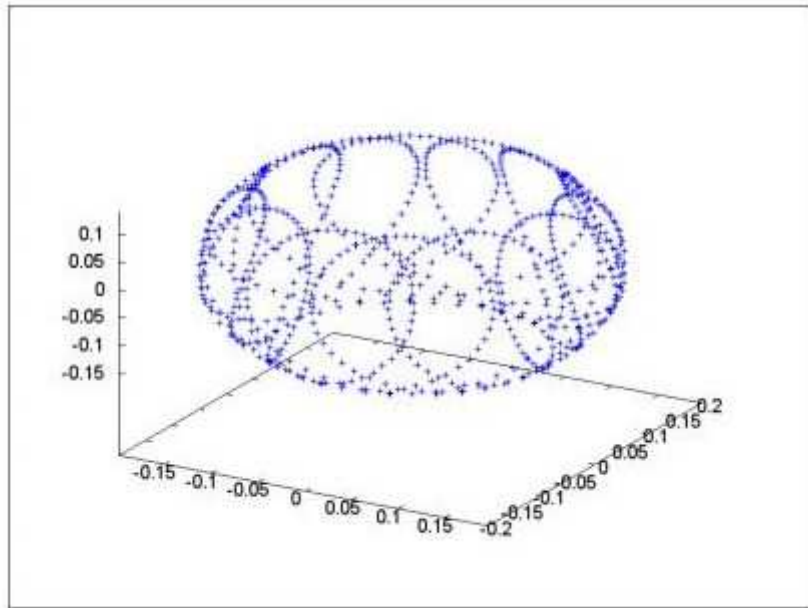


Figura 3. Curva espacial del movimiento del centro de masa  $R$ .

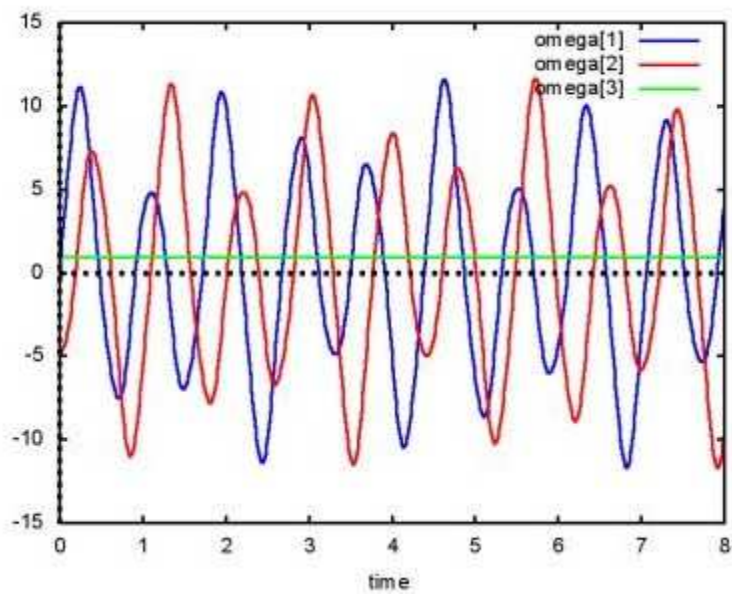


Figura 4. Componentes de la velocidad angular  $\omega$  en coordenadas del cuerpo.

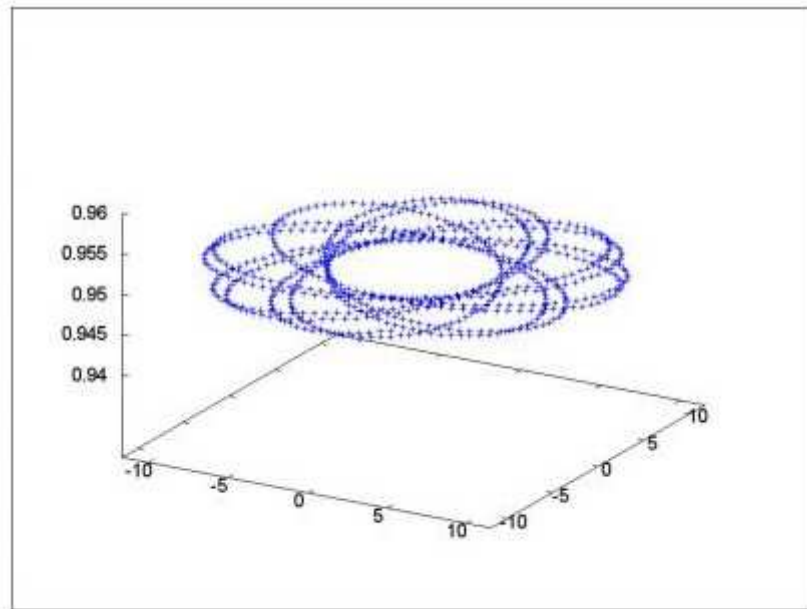


Figura 5. Curva espacial de la velocidad angular  $\omega$  en coordenadas del cuerpo.

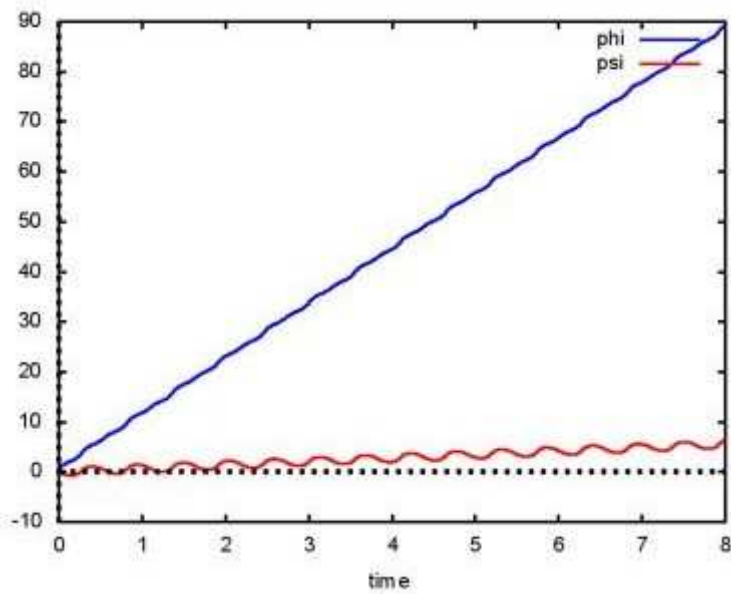


Figura 6. Ángulo de precesión  $\phi$  y ángulo de Euler  $\psi$ , segundo conjunto de datos.

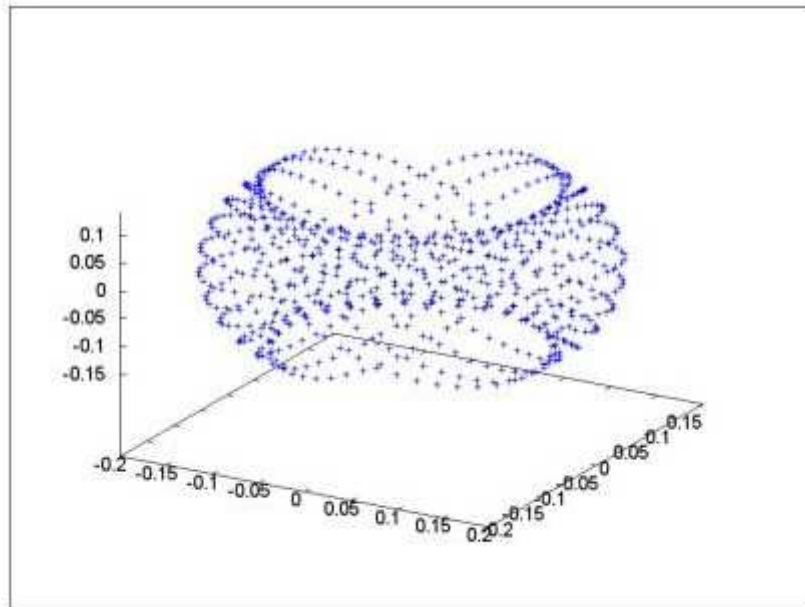


Figura 7. Curva espacial del movimiento del centro de masa  $R$ , segundo conjunto de datos.

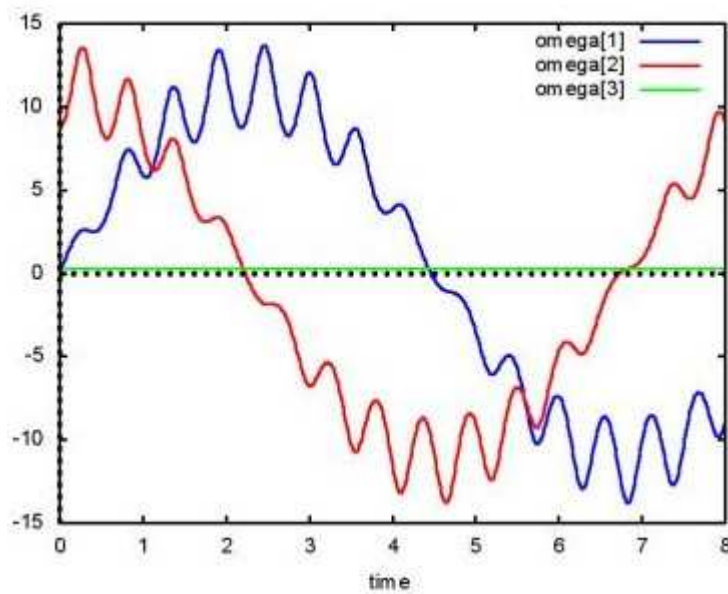


Figura 8. Componentes de la velocidad angular  $\omega$  en coordenadas del cuerpo, segundo conjunto de datos.

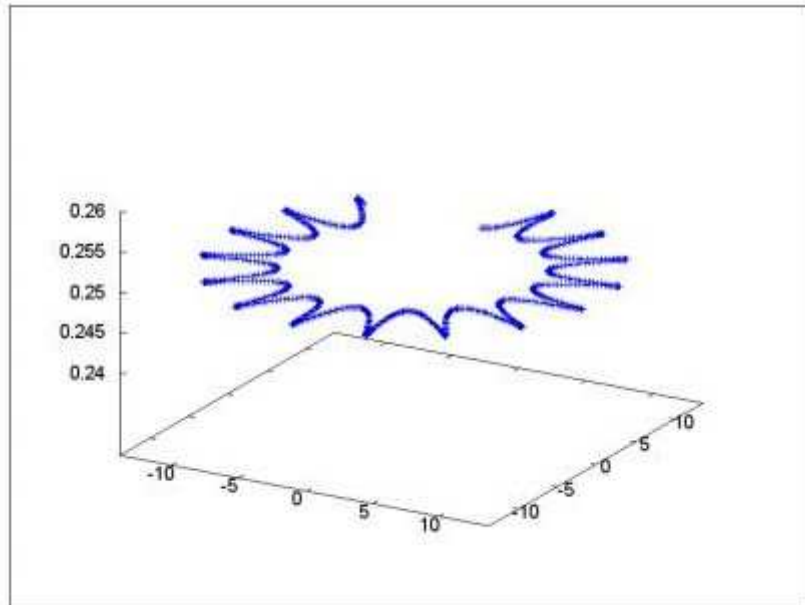


Figura 9. Curva espacial de la velocidad angular  $\omega$  en coordenadas del cuerpo, segundo conjunto de datos.

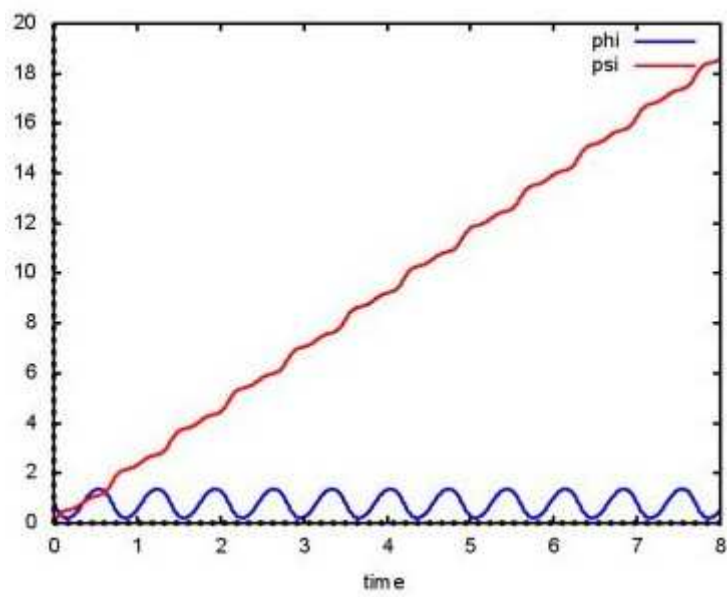


Figura 10. Ángulo de precesión  $\phi$  y ángulo de Euler  $\psi$ , giróscopo sin peso.

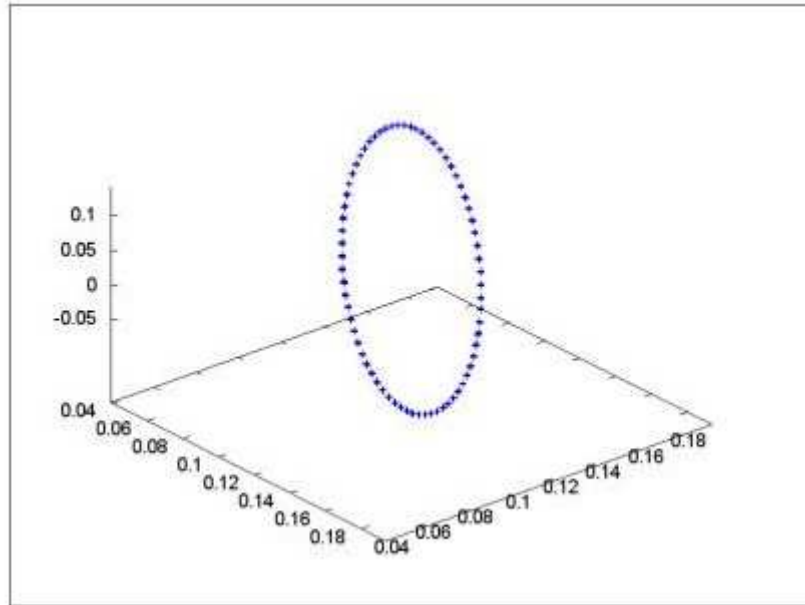


Figura 11. Curva espacial del movimiento del centro de masa  $R$ , gir6scopo sin peso.

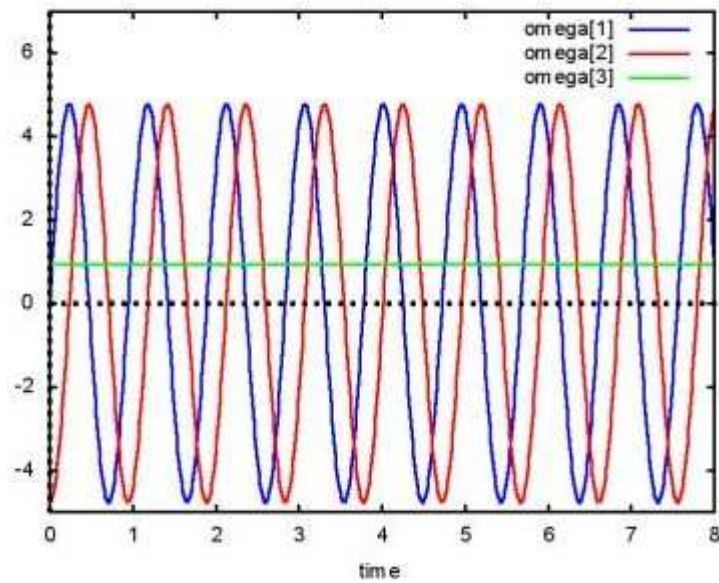


Figura 12. Componentes de velocidad angular  $\omega$  en coordenadas del cuerpo, gir6scopo sin peso.

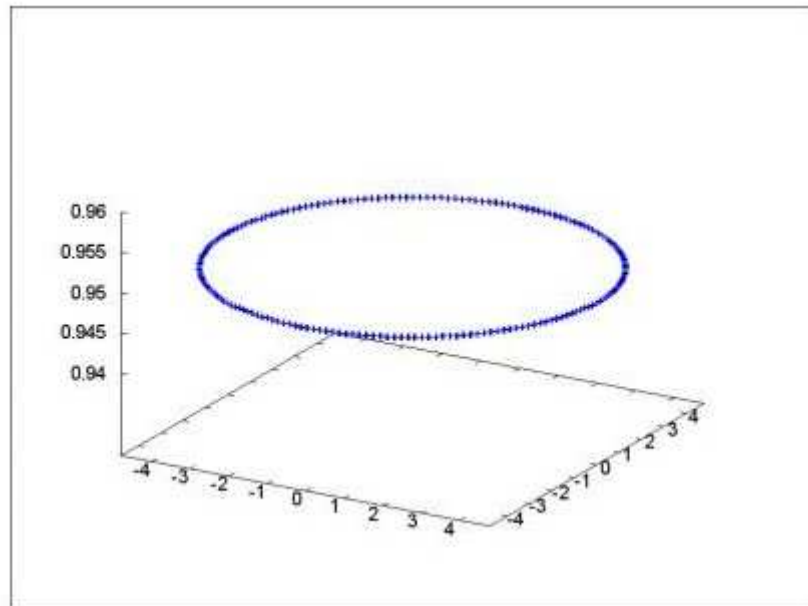


Figura 13. Curva espacial de la velocidad angular  $\omega$  en coordenadas del cuerpo, gir6scopo sin peso.



## Agradecimientos.

Se agradece al Gobierno Británico por la Pensión Civil Vitalicia y al equipo técnico de AIAS y otros por muchas discusiones interesantes. Se agradece a Dave Burleigh por la publicación voluntaria, mantenimiento y administración del portal [www.aias.us](http://www.aias.us), así como del programa de retroalimentación y mantenimiento del equipo. Se agradece a Alex Hill por las traducciones y lecturas en idioma castellano, y a Robert Cheshire por las lecturas en idioma inglés.

## Referencias bibliográficas.

- [1] M. W. Evans, H. Eckardt, D. W. Lindstrom y S. J. Crothers, “Teoría ECE2: El Segundo Cambio Paradigmático” (UFT366 y en la Sección en Español de los portales [www.aias.us](http://www.aias.us), [www.upitec.org](http://www.upitec.org), y Epubli, Berlín, 2017 en prep., traducción por Alex Hill).
- [2] M. W. Evans, H. Eckardt, D. W. Lindstrom y S. J. Crothers, “Principios de la Teoría ECE” (UFT350, Secciones en Español y de publicaciones de los portales [www.aias.us](http://www.aias.us), [www.upitec.org](http://www.upitec.org), Epubli Berlín 2016 ( encuadernación dura) y New Generation, Londres, 2016 ( encuadernación blanda), traducción por Alex Hill).
- [3] M. W. Evans, S. J. Crothers, H. Eckardt y K. Pendergast, “Criticism of the Einstein Field Equation” (UFT301 y Cambridge International (CISP), 2010).
- [4] L. Felker, “Las Ecuaciones de Evans de la Teoría de Campo Unificado” (Abramis 2007 y UFT302, traducción al castellano por Alex Hill).
- [5] H. Eckardt, “The ECE Engineering Model” (UFT303).
- [6] M. W. Evans, “Collected Scientometrics” (UFT307 y estadísticas filtradas en el portal [www.aias.us](http://www.aias.us)).
- [7] M. W. Evans, H. Eckardt y D. W. Lindstrom, “Generally Covariant Unified Field Theory” (Abramis 2005 a 2011 y documentos UFT relevantes en los portales [www.aias.us](http://www.aias.us) y [www.upitec.org](http://www.upitec.org)) en siete volúmenes, encuadernación blanda.
- [8] M. W. Evans y L. B. Crowell, “Classical and Quantum Electrodynamics and the  $B^{(3)}$  Field” (World Scientific, 2001, Sección de Omnia Opera del portal [www.aias.us](http://www.aias.us)).
- [9] M. W. Evans y S. Kielich (eds.), “Modern Nonlinear Optics” (Wiley Interscience, Nueva York, 1992, 1993, 1997 y 2001) en dos ediciones y seis volúmenes.
- [10] M. W. Evans, Ed. J. Found. Phys. Chem. (CISP 2011 y documentos UFT relevantes).

- [11] M. W. Evans y J.- P. Vigiér, “The Enigmatic Photon” (Kluwer 1994 a 2002 y Sección de Omnia Opera del portal [www.aias.us](http://www.aias.us) ) en cinco volúmenes con encuadernación dura o blanda.
- [12] M .W. Evans y A. A. Hasanein, “The Photomagneton in Quantum Field Theory” (World Scientific 1994).

### 3. Solución numérica y análisis gráfico.

## Agradecimientos.

Se agradece al Gobierno Británico por la Pensión Civil Vitalicia y al equipo técnico de AIAS y otros por muchas discusiones interesantes. Se agradece a Dave Burleigh por la publicación voluntaria, mantenimiento y administración del portal [www.aias.us](http://www.aias.us), así como del programa de retroalimentación y mantenimiento del equipo. Se agradece a Alex Hill por las traducciones y lecturas en idioma castellano, y a Robert Cheshire por las lecturas en idioma inglés.

## Referencias bibliográficas.

- [1] M. W. Evans, H. Eckardt, D. W. Lindstrom y S. J. Crothers, “Teoría ECE2: El Segundo Cambio Paradigmático” (UFT366 y en la Sección en Español de los portales [www.aias.us](http://www.aias.us), [www.upitec.org](http://www.upitec.org), y Epubli, Berlín, 2017 en prep., traducción por Alex Hill).
- [2] M. W. Evans, H. Eckardt, D. W. Lindstrom y S. J. Crothers, “Principios de la Teoría ECE” (UFT350, Secciones en Español y de publicaciones de los portales [www.aias.us](http://www.aias.us), [www.upitec.org](http://www.upitec.org), Epubli Berlín 2016 ( encuadernación dura) y New Generation, Londres, 2016 ( encuadernación blanda), traducción por Alex Hill).
- [3] M. W. Evans, S. J. Crothers, H. Eckardt y K. Pendergast, “Criticism of the Einstein Field Equation” (UFT301 y Cambridge International (CISP), 2010).
- [4] L. Felker, “Las Ecuaciones de Evans de la Teoría de Campo Unificado” (Abramis 2007 y UFT302, traducción al castellano por Alex Hill).
- [5] H. Eckardt, “The ECE Engineering Model” (UFT303).
- [6] M. W. Evans, “Collected Scientometrics” (UFT307 y estadísticas filtradas en el portal [www.aias.us](http://www.aias.us)).
- [7] M. W. Evans, H. Eckardt y D. W. Lindstrom, “Generally Covariant Unified Field Theory” (Abramis 2005 a 2011 y documentos UFT relevantes en los portales [www.aias.us](http://www.aias.us) y [www.upitec.org](http://www.upitec.org)) en siete volúmenes, encuadernación blanda.
- [8] M. W. Evans y L. B. Crowell, “Classical and Quantum Electrodynamics and the  $B^{(3)}$  Field” (World Scientific, 2001, Sección de Omnia Opera del portal [www.aias.us](http://www.aias.us)).
- [9] M. W. Evans y S. Kielich (eds.), “Modern Nonlinear Optics” (Wiley Interscience, Nueva York, 1992, 1993, 1997 y 2001) en dos ediciones y seis volúmenes.
- [10] M. W. Evans, Ed. J. Found. Phys. Chem. (CISP 2011 y documentos UFT relevantes).
- [11] M. W. Evans y J.-P. Vigié, “The Enigmatic Photon” (Kluwer 1994 a 2002 y Sección de Omnia Opera del portal [www.aias.us](http://www.aias.us)) en cinco volúmenes con encuadernación dura o blanda.
- [12] M. W. Evans y A. A. Hasanein, “The Photomagneton in Quantum Field Theory” (World Scientific 1994).