

PRINCIPIOS BÁSICOS DE LA TEORÍA ECE

UN NUEVO PARADIGMA DE LA FÍSICA

Myron W. Evans, Horst Eckardt, Douglas W. Lindstrom, Stephen J. Crothers

Traducción: Alex Hill

Junio de 2016.

Contenido

Prefacio	7
Introducción de Gareth J. Evans	11
1. Principios básicos de la Geometría de Cartan.....	15
1.1 Antecedentes históricos	15
1.2 Las Ecuaciones Estructurales de Maurer y Cartan	22
2. Electrodinámica y Gravitación.....	35
2.1 Introducción	35
2.2 Las Hipótesis Fundamentales y las Ecuaciones de Campo y de Onda	39
2.3 El Campo $B^{(3)}$ en la Geometría de Cartan	45
2.4 Las Ecuaciones de Campo de la Electrodinámica	47
2.5 Las Ecuaciones de Campo de la Gravitación	50
3. Teoría ECE y Campos de Beltrami	53
3.1 Introducción	53
3.2 Deducción de la Ecuación de Beltrami	53
3.3 Electroestática, Resonancia de Conexión de Espín y Estructuras de Beltrami...	80
3.4 La Ecuación de Beltrami para el Momento Lineal	94
3.5 Ejemplos de Funciones de Beltrami	101
3.6 Estructura de Partones de las Partículas Elementales	110
4. La Masa del Fotón y el Campo $B^{(3)}$	118
4.1 Introducción.....	118
4.2 Deducción de las Ecuaciones de Proca a partir de la Teoría ECE	120
4.3 Vinculación entre la Masa del Fotón y $B^{(3)}$	124
4.4 Medición de la Masa del Fotón mediante Dispersión Compton	139
4.5 Masa del Fotón y Desviación de la Luz por causa de la Gravitación	148
4.6 Dificultades con la Teoría de Einstein de la Desviación de la Luz	158

5. La Unificación de la Mecánica Cuántica y la Relatividad General	166
5.1 Introducción	166
5.2 La Ecuación del Fermión	169
5.3 Interacción del Fermión de ECE con el Campo Electromagnético	176
5.4 Nuevos Efectos de Órbita de Espín del Electrón de la Ecuación del Fermión ..	187
5.5 Refutación de la Indeterminación: Ecuaciones Cuánticas de Hamilton	206
6 Antisimetría	223
6.1 Introducción	223
6.2 Aplicación de la Antisimetría a la Electrodinámica	229
6.3 Antisimetría en el Electromagnetismo ECE	236
6.4 Deducción del Principio de Equivalencia a partir de Antisimetría.....	245
7. Energía del Espaciotiempo y Reacciones Nucleares de Baja Energía	251
7.1 Introducción	251
7.2 Resonancia de Conexión de Espín a partir de la Ley de Coulomb	253
7.3 Reacciones Nucleares de Baja Energía (RNBE)	260
8. Cosmología ECE	277
8.1 Introducción	277
8.2 Teoría ECE de Desviación de la Luz por la Gravitación	281
8.3 La Curva de Velocidad de una Galaxia en Espiral	294
8.4 Descripción de Órbitas con la Ecuación de Fuerza de Minkowski.....	308
 Bibliografía	 319

Este libro está dedicado a todos
los estudiosos de corazón de la filosofía natural.

Prefacio

La idea de basar la física, o filosofía natural, en principios de geometría, se remonta a épocas antiguas. Los griegos, por ejemplo, consideraban a la geometría como equivalente de la belleza. Los asombrosos e intrincados diseños del estilo insular del *Libro de Kells* se basaron en gran medida en los triskeles. La idea fue utilizada, por ejemplo, por Kepler, en el iluminismo del siglo XVII, el cual desplazó la filosofía aristotélica, centrada alrededor de la Tierra, la cual había prevalecido desde las épocas clásicas de Aristóteles. El libro “*Principia*” de Newton está redactado en términos geométricos. El más célebre renacimiento de esta idea fue la relatividad general einsteiniana, basada en una clase de geometría desarrollada por Riemann, Christoffel, Ricci, Levi-Civita, Bianchi y otros, a partir de la década de 1860. Finalmente, Einstein basó su ecuación de campo de 1915 directamente en aquello que entonces se conocía como la segunda identidad de Bianchi, inferida en la Scuola Normale Superiore, en la ciudad de Pisa, situada a la vuelta de la esquina de la Universidad donde había trabajado Galileo.

La teoría ECE se denomina la teoría de Einstein Cartan Evans a fin de distinguirla de la teoría de Einstein Cartan, y los primeros conceptos de ECE surgieron a principios del año 2003. Emergieron a partir de la electrodinámica $O^{(3)}$, la totalidad de cuyos documentos pueden encontrarse en la sección Omnia Opera del portal www.aias.us. El concepto clave para la electrodinámica $O^{(3)}$ fue el campo $B^{(3)}$, inferido en el Centro Teórico de la Universidad de Cornell en el mes de noviembre de 1991, luego de haber trabajado un año en la Universidad de Zurich y en el ETH de Zurich, en Suiza. Vigier (quien había trabajado con de Broglie) comprendió rápidamente que el concepto $B^{(3)}$ infiere la existencia de la masa del fotón de Poincaré / de Broglie, y confirma su existencia, porque $B^{(3)}$ se dedujo a partir de datos experimentales obtenidos del efecto Faraday inverso. El campo $B^{(3)}$ significaba que la totalidad del tema de la electrodinámica debía de reestructurarse, y este proceso ha quedado registrado en los documentos archivados en la Omnia Opera del portal www.aias.us, fechados entre 1992 y 2003. La reestructuración se denominó “electrodinámica $O^{(3)}$ ”, una teoría de transición.

Gradualmente, se volvió aparente que la reestructuración significaba que se volvía necesaria una nueva teoría de campo unificado, una teoría que se basara en geometría. Ello se debía a que intentos previos de elaboración de una teoría de campo unificado, incluidos los intentos del mismo Einstein, se basaron en una mezcla de conceptos y muchas variables de ajuste, tantas que las viejas teorías perdían esencialmente su significado.

El concepto fundamental de la teoría ECE emergió luego de la lectura de un libro escrito por Sean Carroll: “*Spacetime and Geometry: an Introduction to General Relativity*” (“Espaciotiempo y Geometría: Una Introducción a la Relatividad General”), en especial la parte final del capítulo 3, el cual brinda una breve sinopsis de una geometría desarrollada por el matemático Elie Cartan. Esta geometría es más rigurosa que aquella utilizada por Einstein. La geometría de Cartan se basa en la definición de la torsión y de la curvatura. La clase de geometría utilizada por Einstein sólo contiene la curvatura.

En la primavera del año 2003 observé que las ecuaciones que definían la torsión y la curvatura poseían una estructura similar a las ecuaciones que definen la electrodinámica $O^{(3)}$, de manera que los primeros años de la teoría ECE fueron dedicados a la deducción de la mayor parte posible de la física a partir de estas ecuaciones de definición geométrica, con el menor número posible de hipótesis adicionales. No requirió de mucho tiempo el comprender

que todas las principales ecuaciones de la física pueden deducirse a partir de la geometría de Cartan, de sus dos ecuaciones estructurales e identidades. La teoría ECE rápidamente se ramificó en muchas direcciones y se tornó inmensamente popular; sus lectores siempre han incluido a las mejores mentes a nivel mundial: universidades, institutos, departamentos gubernamentales, corporaciones y académicos. El desarrollo de la teoría ECE coincidió con los grandes cambios sociales generados por la revolución del conocimiento. Al presente, la teoría ECE se encuentra entre las teorías de la física más estudiadas en la historia. La lectura de documentos a partir de los portales www.aias.us y www.upitec.org desde alrededor del año 2003 se ha estimado en términos de cientos de millones de equivalentes de hojas impresas.

Gradualmente comprendí que la teoría de Einstein de la relatividad general omite la mitad de la geometría: la torsión del espaciotiempo. Casi todos los libros de texto de la teoría de Einstein suponen una torsión igual a cero; la mayoría realizó esta suposición en forma axiomática, mientras que algunos autores ni siquiera conocían acerca de la existencia de la torsión. Comenzando con el documento clásico UFT 88, leído cientos de miles de veces, y redactado en el año 2007, se ha vuelto claro que la no consideración de la torsión significa, a nivel matemático, la desaparición simultánea de la curvatura, y que la teoría de Einstein sufre un completo colapso. De muchas maneras su teoría se ha visto sustituida por los 346 documentos de la serie UFT, disponibles a la fecha en el portal www.aias.us. Esta situación ha sido descrita por Alwyn van der Merwe como el “Cambio de paradigma post-einsteiniano” de la física de vanguardia del siglo XXI. El tremendo poder de la publicación electrónica en red, controlada de cerca mediante análisis de retroalimentación, y con su calidad verificada meticulosamente, significa que nuevos conceptos pueden ponerse al alcance de cualquier estudiante, sea cual fuere su nivel socioeconómico, que desee estudiar estas nuevas ideas. Los conceptos de la teoría ECE y de las partes obsoletas del modelo establecido de la física, ahora coexisten. El concepto fundamental de la teoría ECE es mejorar a la vieja física, el podar las ramas secas y conservar las partes buenas de la misma.

Las teorías ECE y ECE2 han desempeñado un papel importante en física aplicada e ingeniería, en especial su capacidad para explicar nuevas y ubicuas fuentes de energía. Este trabajo culminó con la publicación del documento UFT311, el cual verifica este aspecto de las teorías ECE y ECE2 mediante un diseño de circuito que es capaz de atrapar la ilimitada cantidad de energía eléctrica presente en el espaciotiempo. Las teorías ECE y ECE2 también han ofrecido una explicación plausible para las reacciones nucleares de baja energía (RNBE), las cuales ahora están siendo consideradas en Washington por el Congreso de los Estados Unidos como una nueva fuente de energía. La vieja física no cuenta con una explicación plausible para la energía del espaciotiempo o para las RNBE.

Agradezco a todos los Miembros de AIAS / UPITEC , así como a aquellos que colaboraron en el logro de este gran cambio paradigmático en la filosofía natural, un nuevo rayo de iluminación. Entre ellos incluyo a todos los colegas y coautores desde 1971, y a aquellos que construyeron los portales www.aias.us y www.upitec.org , en especial a Bob Gray, Sean MacLachlan, Gianni Giachetta, Dave Burleigh, Horst Eckardt, Alex Hill (www.et3m.net), Robert Cheshire, Michael Jackson, Simon Clifford y muchos otros. Los principales coautores de las teorías ECE y ECE2 son Horst Eckardt y Douglas Lindstrom, pero otros tales como Stephen Crothers también han contribuido, en especial Laurence Felker, quien ha escrito un libro acerca de la teoría ECE que ha sido leído, literalmente, millones de veces. Algunos coautores, tales como Gareth Evans, han trabajado conmigo desde 1974. Se agradece también a Kerry Pendergast por escribir una biografía.

Por último, aunque no en último lugar, quisiera agradecer a la Reina Isabel II, al Primer Ministro Tony Blair y al Parlamento Británico por haberme otorgado la Pensión Civil Vitalicia en el año 2005, y al Colegio de Armas por haberme otorgado el escudo de armas en el año 2008, ambas preseas como reconocimiento de mi trabajo en favor de la ciencia y trabajo voluntario en favor de la sociedad. Hay muchos otros que merecen mención, en especial mis maestros en la Escuela Primaria de Pontardawe y en el University College de Gales, en Aberystwyth, en especial mi supervisor de doctorado, el Profesor Emérito Mansel Davies, un humanista y un estudioso de la naturaleza.

Myron W. Evans

Craig Cefn Parc, 2016.

Introducción por Gareth J. Evans.

La filosofía natural, y nuestros intentos de comprender e imitar a la naturaleza, se ha desarrollado desde tiempos antiguos, impulsada por grandes filósofos como Aristóteles. El progreso en la comprensión de la naturaleza ha sido lento en algunas ocasiones, en otras se ha detenido, pero ocasionalmente se observan grandes saltos hacia adelante.

La obra de Isaac Newton fue uno de estos últimos casos. Este investigador efectuó tres grandes descubrimientos. En el campo de la óptica, desarrolló y demostró su teoría de que la luz blanca está compuesta de una mezcla de colores que forman una banda denominada *espectro*. Esto constituyó un avance revolucionario. Igualmente revolucionario fue su trabajo en el campo de las matemáticas, donde pavimentó el camino para el campo de las matemáticas conocido como cálculo infinitesimal. Otra gran innovación fue su concepto de la gravitación, la atracción entre los cuerpos en el espacio que los mantiene en órbita, y atrae a los objetos que caen hacia un planeta.

El libro de Isaac Newton "*Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*", escrito en 1687, marcó la época de una gran revolución en la ciencia, introduciendo una matemática rigurosa de una manera metódica y estructurada. Este enfoque permitió sacar a la ciencia de la "oscuridad propia de la conjetura y las hipótesis" (como lo describió Alexis Clairaut en 1747). Desde entonces, las matemáticas rigurosas se utilizarían para desarrollar teorías que habrían de evaluarse a través de observación. Este fue el enfoque propuesto por Sir Francis Bacon en su libro "*Novum Organum*", publicado en el año 1620. Aún en la actualidad, se considera a Bacon como el padre del método científico (empirismo), el cual sostenía que las teorías DEBÍAN evaluarse a través de experimentos. El poder de su enfoque se puso a prueba durante la revolución científica que siguió a su época en Europa – cuando la ciencia se utilizó exitosamente para predecir y desarrollar nuevas tecnologías.

Se había producido un cambio paradigmático en la ciencia que se sostenía por sí solo como el ejemplo de la mejor práctica. El enfoque newtoniano dominó el mundo de la física hasta el siglo XX, cuando nació la física moderna.

El siguiente gran salto adelante en la física llegó en 1905, cuando Albert Einstein desarrolló la Relatividad Restringida. Ésta demostró, entre otras cosas, que la velocidad de la luz es la velocidad límite de toda la materia con masa, y que la masa y la energía son equivalentes. En 1911, Einstein afirmó la equivalencia entre la gravitación y la inercia, y en 1916 desarrolló una teoría general de la relatividad que incluía a la gravitación como elemento determinante de la curvatura del continuo del espacio-tiempo. También se recuerda a Einstein por sus

contribuciones en el desarrollo de la teoría cuántica y por postular la existencia de cuantos de luz (fotones) en 1905 - concepto sobre el cual basó su explicación del efecto fotoeléctrico. Sin embargo, su meta suprema era el desarrollo de una *Teoría de Campo Unificado* que habría de explicar la gravitación, el electromagnetismo y fenómenos sub-atómicos (en el mundo macroscópico y microscópico) a través del empleo de un solo conjunto de leyes.

Einstein deseaba que su *Teoría del Campo Unificado* fuese tan sencilla como fuera posible - con una belleza y estructura capaz de reflejar adecuadamente la naturaleza. No creía que semejante teoría pudiera existir en la teoría cuántica. De hecho, Einstein consideraba a la teoría cuántica como una "estructura temporaria útil". Sus grandes esfuerzos resultaron vanos, y el exitoso desarrollo de una *Teoría del Campo Unificado* le eludió.

La ciencia que siguió después de Einstein contuvo teorías que abarcaban toda la física conocida - conocida como el Modelo Establecido de la Física. A partir de esta comprensión, nuestro mundo moderno evolucionó con grandes avances en las ciencias biológicas y médicas (mejorando la comprensión de los sistemas biológicos e incrementando la expectativa de vida) y con televisores, teléfonos inteligentes y el Internet abriendo el mundo a través de una mejora dramática de las comunicaciones. Ahora exploramos nuestro universo con cada vez más detalle, con más planetas nuevos descubiertos que en toda la historia previa de la observación humana del espacio.

Sin embargo, resulta llamativo que muchas de las tecnologías e industrias en uso aún poseen sus raíces en los primeros días de la revolución industrial. El progreso se ha detenido en algunas ramas de la física, con los pensamientos perdidos en la abstracción matemática y en un mundo de "oscuridad de conjetura y de hipótesis" (donde las teorías no pueden demostrarse). Algunas teorías sugieren que vivimos en un mundo de singularidades, que contiene materia oscura (que no puede hallarse), masa faltante y partículas de dios (que no pueden detectarse), de agujeros negros (que no pueden observarse) y agujeros de gusano (con sus riesgos asociados de colapso súbito, alta radiación y materia exótica), etc.

Sin embargo, en nuestro mundo real, todavía quemamos combustibles fósiles que contaminan y envenenan el planeta, a la vez que consumen recursos naturales vitales, a menudo de una manera dispendiosa. El Modelo Establecido de la Física no ha sido exitoso en el desarrollo de nuevas fuentes de energía limpia y renovable en las cantidades requeridas para sostener nuestra avanzada y moderna sociedad, a excepción del campo nuclear con todas sus desventajas. La mayoría de nuestras tecnologías todavía se basan en física del estado sólido y nos hallamos lejos de poder imitar a la naturaleza, en donde los procesos de vida operan en un ambiente fluido.

En este libro se describe una nueva física. Esta es una física que regresa a los conceptos básicos, evaluando ideas y suposiciones y, por lo tanto, se basa sobre fundamentos más exactos y realistas que el Modelo Establecido. La nueva física es la primera teoría de campo unificado de la física, y completa la tarea que se había propuesto Einstein. Construye a partir de la obra de éste último, pero corrige omisiones, errores y conceptos erróneos. Su nombre incluye el de Einstein (como reconocimiento a sus contribuciones), el de Elie Cartan (un matemático cuya geometría se utiliza en la teoría) y el del extraordinario científico Myron Wyn Evans, quien ha desarrollado la teoría (Teoría ECE). Esta teoría unifica toda la física (clásica y cuántica) por primera vez - desde niveles microscópicos hasta macroscópicos. Todas las conocidas leyes de la física logran reproducirse a través de esta teoría (y ha logrado predecirse mucho de lo que era aún desconocido). El movimiento de los planetas y las galaxias se explican con el mismo

conjunto de ecuaciones que se utilizan para describir el movimiento de las partículas subatómicas - las órbitas y los orbitales devienen una y la misma cosa. No existen singularidades en esta teoría (de manera que no hay ni *Big Bang* ni hoyos negros), paradojas que han plagado la física desaparecen (tales como la incertidumbre y la dualidad onda-partícula), los fotones poseen masa (lo cual conduce a una nueva descripción de algunas de las propiedades de la luz misma), el espaciotiempo mismo posee masa y partículas de vacío y mucho más emerge (de manera que ya no haya masa faltante en el universo y desaparece la necesidad de la materia oscura).

Esta teoría constituye un gran salto hacia adelante, el siguiente cambio paradigmático en el campo de la física. Es sencilla y libre de abstracción matemática. Demuestra que no existe la incertidumbre en la física. La física es determinista. La física es geometría.

La teoría ECE se ha desarrollado meticulosamente, cubriendo todas las ramas de la física, con ecuaciones clave, pasos importantes y conclusiones nuevas e inesperadas, evaluadas cuidadosamente mediante álgebra computacional. Esto constituye un acercamiento a la física teórica que no posee precedente en la historia - reduciendo así el riesgo de error humano y la laboriosa verificación de detalles. Esto constituye un enfoque que, al igual que el de Newton, se ha establecido para transformarse en un ejemplo histórico de buenas prácticas.

Siguiendo principios baconianos, todos los aspectos de la nueva teoría se han comparado y evaluado a través de experimentos. No existen parámetros desconocidos o ajustables en esta teoría, la cual reproduce exitosamente todas las grandes observaciones de la física. Efectúa nuevas predicciones y abre la posibilidad para nuevas ramas de la física. Sugiere la existencia de energía a partir del espaciotiempo, ahora confirmada a través de una coincidencia exacta entre la teoría y la experimentación, lo cual implica la disponibilidad virtualmente ilimitada de energía limpia a partir del espaciotiempo mismo. Dispositivos que pueden extraer esta energía están siendo fabricados actualmente por ET3M. Las reacciones nucleares de baja energía (RNBE) logran explicarse para transformarse en otra fuente de energía limpia (para reemplazar el empleo de combustibles fósiles). Se demuestra que la luz (la radiación electromagnética) posee nuevas e inesperadas propiedades (que podrían mejorar su empleo en el campo de las comunicaciones y que poseen aplicaciones aún más amplias). La luz SIEMPRE desplaza su frecuencia hacia el color rojo cuando interactúa con la materia. Esto constituye un fenómeno que utiliza la naturaleza misma, en procesos como la fotosíntesis, para mejorar el uso eficiente de la luz solar, incrementando así su disponibilidad a la frecuencia en la que la fotosíntesis se lleva a cabo. Éste fenómeno de corrimiento hacia el color rojo (los corrimientos hacia el color azul también son posibles) explica el corrimiento al rojo cosmológico de una manera nueva, lo cual implica que no existe un universo en expansión (desapareciendo así la necesidad de un *Big Bang*). La luz sufre un corrimiento hacia el rojo por absorción en el vacío del espacio mismo.

Internet ha abierto el mundo de la investigación científica y existe un interés sin precedente en la teoría ECE. El portal www.aias.us (donde se explica y desarrolla la teoría) ha sido visitado millones de veces desde su creación de la teoría ECE. Esto resulta sorprendente para una teoría de la física.

La teoría ECE es la próxima gran revolución en el campo científico. Las aplicaciones, tecnologías e industrias que habrán de seguir podrían dar inicio a una nueva revolución industrial – una construida sobre energía limpia y con tecnologías que reducen la huella global de carbono, aliviando así la tensión en el planeta.

Este libro, como el libro *Principia* de Newton, marca otra época de una gran revolución en la ciencia mediante matemática rigurosa, cuidadosamente verificada mediante álgebra computacional, y utilizada de una manera metódica y estructurada en el desarrollo de esta teoría unificada de la física.

Gareth John Evans, mayo de 2016

Capítulo 1

Bases de la Geometría de Cartan.

1.1 Antecedentes históricos.

La geometría era equiparada con la belleza por los antiguos griegos, y la utilizaban para crear arte del más alto nivel. El Partenón, por ejemplo, se construyó sobre principios de simetría, y se introdujo deliberadamente una falla de manera de no ofender a los dioses con la perfección proveniente de sus súbditos. Mil años después, el Libro de Kells escaló la magnificente



Fig.1.1 Fragmento perteneciente al Libro de Kells.

cumbre del arte céltico insular mediante el empleo de los principios de la geometría en el diseño de los hermosos triskeles. El pensamiento aristotélico dominó la filosofía natural hasta

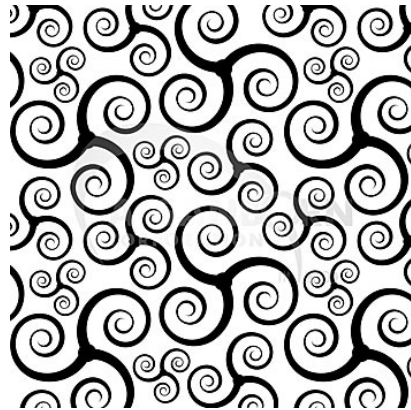


Fig.1.2 Ejemplo de triskeles celtas.

que Copérnico ubicó al Sol en el centro del Sistema Solar, un desafío a la Ecclesia, el poder europeo dominante surgido de las celdas monacales en forma de panal ubicadas en sitios remotos tales como Skellig Michael. En tales lugares, la civilización se había mantenido viva,



Fig. 1.3 Celdas monacales en forma de panal en Skellig Michael, Irlanda.

colgada de sus uñas, después de que el Imperio Romano hubiera sido barrido por vigorosos pueblos del extremo norte. Tenían su propia clase de geometría, labrada en las proas de sus naves, patrones entretejidos y labrados en madera. Copérnico ofreció un desafío al dogma, lo cual siempre constituye una acción peligrosa, y la naturaleza humana nunca cambia.



Fig.1.4 Página del texto original de Copérnico acerca de su teoría del heliocentrismo.

Gradualmente, comenzó a surgir una nueva iluminación, con figuras tales como Galileo y Kepler en su centro. Leonardo da Vinci, a principios del Renacimiento, había intuido que la naturaleza es geometría, y que no es posible dedicarse a la física sin el empleo de la matemática. Aún antes que Leonardo, los estilos perpendiculares y góticos de la arquitectura dieron como resultado grandes catedrales europeas construidas a partir de la geometría, tales como Cluny, Canterbury y Chartres. Tanto Leonardo como Descartes pensaban en términos de espirales en movimiento, reminiscentes de la noche estrellada retratada por van Gogh.

Francis Bacon pensaba que la naturaleza era la medida última de toda teoría, y que el dogma finalmente queda descartado. Esto constituye el otro desafío a la Ecclesia. Galileo afirmaba, imprudentemente, que el Sol era el centro del Sistema Solar, como le llamamos hoy día. Esto ofendió a la Ecclesia, de manera que se le sometió a arresto domiciliario, del cual logró sobrevivir. Resulta peligroso desafiar al dogma, es decir desafiar la sabiduría cómodamente recibida de nuestros antepasados y que evita la agotadora necesidad de pensar. De manera que, alrededor del año 1600, mientras Bruno era quemado en la hoguera, Kepler comenzó la laboriosa tarea de análisis de la órbita de Marte. Tico de Brahe finalmente le había proporcionado los datos necesarios. Todo esto viene maravillosamente descrito en el libro de Arthur Koestler "Los Sonámbulos" (*The Dreamwalkers*) (N. del T.: Existe traducción de este libro al castellano de libre acceso en línea). Kepler utilizó el antiguo conocimiento de una manera novedosa; la geometría describe la naturaleza, la naturaleza es geometría. Se descubrió que la órbita de Marte era una elipse, no un círculo, y con el Sol ubicado en uno de sus focos. Luego de una inmensa cantidad de trabajo, Kepler descubrió tres leyes del movimiento planetario. Estas leyes fueron sintetizadas por Newton en su teoría de la gravitación universal, desarrollada posteriormente por muchos matemáticos tales como Euler, Bernoulli, Laplace y Hamilton.

Todas estas descripciones de la naturaleza se apoyaban en un espacio de tres

dimensiones y en el tiempo. El espacio tridimensional era aquel desarrollado por Euclides, mientras que el tiempo fluía hacia adelante por su propia cuenta. El espacio y el tiempo constituían entes diferentes hasta que Michelson y Morley llevaron a cabo un experimento que puso este dogma de cabeza. Parecía que la velocidad de la luz era independiente de la dirección en la que se medía. Parecía como que c era el límite superior; una velocidad menor v no podía sumarse a c . Fitzgerald y Heaviside intercambiaron correspondencia acerca de este enigmático resultado, y Heaviside estuvo cerca de resolver esta aparente contradicción. Lorentz barrió con el dogma que había sobrevivido durante dos mil años, al fusionar el espacio tridimensional con el tiempo y así crear el espacio-tiempo en cuatro dimensiones (ct, X, Y, Z). Esto constituyó el inicio de la teoría de la relatividad restringida, capaz de transformar cantidades desde un marco de referencia a otro, y donde c permanecía constante pero $t, X, Y,$ y Z variaban, de manera que las cantidades en el nuevo marco de referencia eran (ct', X', Y', Z'). Lorentz consideró el sencillo caso en el que un marco de referencia se mueve con respecto a otro a una velocidad constante v , pero si un marco de referencia se aceleraba respecto del otro la teoría se volvía insostenible. Esto constituye la célebre transformación de Lorentz. El espacio-tiempo utilizado por Lorentz se conoce como el espacio-tiempo plano, lo cual significa que se describe mediante un cierto límite de una geometría más general. El espacio-tiempo plano se describe mediante una sencilla métrica conocida como *diag* (1, -1, -1, -1), una matriz de 4×4 con estas cifras en su diagonal. Lorentz, Poincaré, Voigt y muchos otros aplicaron la teoría de la relatividad restringida a la electrodinámica, y descubrieron que las ecuaciones de Maxwell y Heaviside cumplen con la transformación de Lorentz, y por lo tanto se les consideró como ecuaciones de la relatividad restringida. El sistema newtoniano de la dinámica no cumple con la transformación de Lorentz, y no existe límite en la velocidad lineal del sistema newtoniano.



Fig.1.5 Hendrik Antoon Lorentz.

De manera que se desarrolló un cisma entre la dinámica y la electrodinámica, pues parecía no cumplir con diferentes leyes de transformación y diferentes geometrías. La dinámica ha sido descrita por las mejores mentes, y durante dos siglos desde Newton, como existiendo en un espacio euclidiano y el tiempo. La electrodinámica existía en un espacio-tiempo plano. Las geometrías subyacentes a los dos temas parecían ser diferentes. Hubo intentos, al inicio del siglo XX, de resolver este desafío fundamental en el campo de la física. En el año de 1905, Einstein aplicó a la dinámica los principios de Lorentz, utilizando los conceptos de 4-momento, momento relativista y energía. Las leyes de dinámica se fusionaron con las leyes de la electrodinámica utilizando a c como constante universal. Einstein también

desafió el dogma y muchos científicos de la vieja escuela rechazaron de plano la relatividad restringida. Algunos dogmáticos aun la rechazan. A partir de 1905 en adelante, la física dejó de ser comprensible sin el empleo de las matemáticas, lo cual explica por qué tan poca gente hoy día comprende la física y es fácilmente engañada por los dogmáticos. A finales del siglo XIX se descubrieron varios otros errores en la física anterior, y los mismos fueron resueltos mediante la mecánica cuántica, en especial a través de la cuantización de la energía, desarrollada por Planck. La mecánica cuántica parecía ofrecer una descripción precisa de la radiación del cuerpo negro, el efecto fotoeléctrico y el calor específico de los cuerpos sólidos, pero se desviaba radicalmente de la física clásica. Hoy día, muchas personas no comprenden la mecánica cuántica o la relatividad restringida porque dichas disciplinas resultan completamente contra-intuitivas. Planck, Einstein y muchos otros, en especial Sommerfeld y su escuela, desarrollaron lo que hoy día se conoce como la antigua teoría cuántica.

La antigua teoría cuántica y la relatividad restringida tuvieron muchos éxitos, pero existían como teorías independientes entre sí. No existía un marco geométrico mediante el cual pudieran unificarse ambas teorías, y la relatividad restringida se limitaba al movimiento de un marco de referencia con respecto de otro con una velocidad constante. Se consideraba que los brillantes éxitos de la física newtoniana clásica eran un límite de la relatividad restringida, un límite en el cual la velocidad v de una partícula es mucho menor que c . Surgió una nueva teoría corpuscular de la luz en la antigua teoría cuántica, y este corpúsculo se denominó *fotón*, alrededor de veinte años más tarde. Inicialmente, se consideraba al fotón como una radiación electromagnética cuantizada. Alrededor del año 1905, la física se encontraba dividida en tres partes, y el trabajo de Rutherford y su escuela comenzó a demostrar la existencia de partículas elementales, habiéndose descubierto poco antes la existencia del electrón. Einstein, Langevin y otros analizaron el movimiento browniano para demostrar la existencia de moléculas, inferidas inicialmente por Dalton. Los viejos dogmáticos se habían rehusado a aceptar la existencia de moléculas durante más de un siglo. El grupo de Rutherford demostró la existencia de la partícula alfa e infirió la existencia del núcleo y del neutrón, descubierto posteriormente por Chadwick. Rutherford y Soddy demostraron la existencia de isótopos, núcleos atómicos que poseen el mismo número de protones pero diferente número de neutrones. De manera que la física rápidamente se separó en muchas direcciones, pues no había una teoría unificada que pudiese explicar todos estos tremendos descubrimientos.

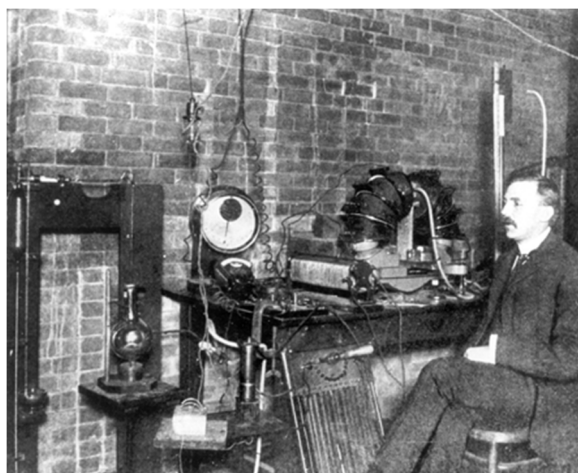


Fig.1 6 Rutherford en su laboratorio.

Mientras tanto, la geometría se había desarrollado alejándose de los principios de la geometría euclidiana. Hubo muchos contribuyentes, y el logro más notable, a mediados del siglo XIX, fue el de Riemann, quien propuso el concepto de la métrica. Poco después, Christoffel infirió la conexión geométrica. La métrica y la conexión describen la diferencia entre la geometría euclidiana y una nueva clase de geometría, conocida a menudo como geometría de Riemann. De hecho, Riemann sólo infirió la métrica. El tensor de curvatura, o tensor de Riemann, en realidad fue inferido mucho después, alrededor del año 1900, por Ricci y su alumno Levi Civita. Se requirieron más de treinta años para progresar desde la métrica hasta el tensor de curvatura. No había forma de saber acerca de la simetría de la conexión. Esta última posee un índice superior y dos índices inferiores, de manera que es una matriz para cada índice superior. En general, una matriz es asimétrica, puede poseer cualquier simetría pero siempre puede expresarse como la suma de una matriz simétrica y una matriz antisimétrica. De manera que la conexión para cada índice superior es, en general, la suma de componentes simétricos y antisimétricos. Christoffel, Ricci y Levi Civita supusieron, sin demostrarlo, que la conexión es simétrica en sus dos índices inferiores - la conexión simétrica. Esta suposición fue utilizada por Bianchi alrededor del año 1902 para demostrar la primera identidad de Bianchi, a partir de la cual se obtiene la segunda identidad de Bianchi. Ambas identidades suponen una conexión simétrica. La parte antisimétrica de la conexión se ignoró de una manera irracional, o dogmática. Este dogma evolucionó eventualmente hacia la relatividad general, un dogma incorrecto que desafortunadamente influyó el pensamiento en la filosofía natural durante más de un siglo.



Fig.1.7 Elwin Christoffel, Tullio Levi Civita y Gregorio Ricci Cusastro.

El primer físico que prestó mucha atención a estos desarrollos en el campo de la geometría parece haber sido Einstein, cuyo amigo Marcel Grossmann era un matemático. Einstein no era partidario de la complejidad de la geometría de Riemann, tal como se le conocía, y nunca desarrolló un dominio sobre dicho tema. Luego de varios intentos, entre los años de 1905 y 1915, Einstein utilizó la segunda identidad de Bianchi y el Teorema de



Fig.1.8 Marcel Grossmann (izq) en compañía de Einstein (der) en Suiza, a principios del siglo XX.

Noether covariante para deducir una ecuación de campo de la relatividad general a finales de 1915. Esta ecuación de campo fue resuelta inicialmente por Schwarzschild en el mes de diciembre de 1915, pero Schwarzschild criticó ácremente la deducción efectuada por Einstein. Posteriormente, dicha ecuación de campo de Einstein también recibió las críticas de Schroedinger, Bauer, Levi-Civita y otros, en especial del matemático Elie Cartan.



Fig.1.9 Elie Cartan.

Cartan fue uno de los principales matemáticos de su época, e infirió el concepto de los espino-tensores, o espinores, en 1913. A principios de la década de 1920 utilizó la conexión antisimétrica para inferir la existencia de la torsión, una cantidad que había sido desechada veinte años antes por Ricci, Levi-Civita y Bianchi, y también por Einstein. La teoría íntegra de la relatividad general continuó despreciando la torsión a lo largo del siglo XX. Cartan y Einstein intercambiaron correspondencia pero, en realidad, nunca llegaron a entenderse. Cartan se dio cuenta de que existen dos cantidades fundamentales en la geometría, la torsión y la curvatura. Expresó lo anterior, junto con Maurer, bajo la forma de dos ecuaciones estructurales y, utilizando una geometría diferencial intentó fusionar el concepto de espino-tensores con aquellos de la torsión y la curvatura. Las ecuaciones estructurales seguían siendo casi desconocidas en el mundo de la física, hasta que fueron

utilizadas en el año 2003 en el tema de este libro, la teoría del campo unificado de Einstein, Cartan y Evans, conocida como la teoría ECE. La teoría ECE ha barrido el mundo de la física, y ha sido leída y considerada exacta entre treinta y cincuenta millones de veces a lo largo de una década. Este fenómeno se conoce como el cambio paradigmático post-einsteiniano, una frase acuñada por Alwyn van der Merwe.

La primera y segunda ecuaciones estructurales de Maurer Cartan pueden introducirse a las respectivas definiciones de Riemann de torsión y curvatura. El concepto de conmutador de derivadas covariantes se ha desarrollado para dar la torsión y la curvatura simultáneamente con mucha elegancia. El conmutador actúa sobre cualquier tensor en cualquier espacio de cualquier número de dimensiones, y siempre aísla la torsión, simultáneamente con la curvatura. La torsión se constituye a partir de la diferencia de dos conexiones antisimétricas, y estas conexiones poseen la misma antisimetría que el conmutador. La conexión utilizada en la curvatura es siempre antisimétrica. Una conexión simétrica significa un conmutador simétrico. Un conmutador simétrico siempre desaparece, y la torsión y curvatura desaparecen si la conexión es simétrica. Esto significa que la segunda identidad de Bianchi utilizada por Einstein es incorrecta, y que su ecuación de campo carece de sentido.

Las secciones iniciales de este libro desarrollan esta geometría básica y utilizan la identidad de Cartan para producir las ecuaciones de campo geoméricamente correctas de la electrodinámica unificada con la gravitación. Los dogmáticos han fracasado en lograr esta unificación, debido a que utilizaron una conexión simétrica y porque continuaron considerando a la electrodinámica como relatividad restringida.

1.2 Las Ecuaciones Estructurales de Maurer y Cartan.

Estas ecuaciones estructurales se desarrollaron utilizando la notación de geometría diferencial y se definen en numerosos documentos [1–10] de la serie UFT, disponibles en el portal www.aias.us. El descubrimiento más importante, realizado por Elie Cartan en este campo de su trabajo, fue el de la torsión del espacio-tiempo. Para que existiese la torsión, la conexión geométrica debe de ser antisimétrica. En los trabajos previos de Christoffel, Ricci, Levi-Civita y Bianchi, se había supuesto que la conexión debía de ser simétrica. La relatividad general einsteiniana continuó repitiendo este error durante más de cien años, y esta asimetría incorrecta constituye la razón de por qué Einstein no logró desarrollar una teoría del campo unificado, aun cuando Cartan le había informado acerca de la existencia de la torsión. La primera ecuación estructural define la torsión en términos de la geometría diferencial. En la notación más sencilla, o minimalista, la torsión T es:

$$T = D \wedge q = d \wedge q + \omega \wedge q \quad (1.1)$$

donde $d \wedge$ denota la derivada cuña de la geometría diferencial, q denota la tétrada de Cartan y ω denota la conexión de espín de Cartan. El símbolo $D \wedge$ define la derivada cuña covariante. En esta notación, se omiten los índices de la geometría diferencial por cuestiones de claridad. La tétrada de Cartan, también se conocía inicialmente como *vielbein* (que significa “muchas patas” en idioma alemán) o *vierbein* (cuatro patas). La derivada cuña constituye una elegante formulación que puede traducirse [1–11] a notación tensorial. Esto se lleva a cabo con todo

detalle en los documentos UFT, ya mencionados, los cuales pueden consultarse mediante el empleo de índices o a través del buscador de *Google*. En esta sección nos concentraremos en los aspectos esenciales, sin sobrecargar el texto con detalles. La conexión de espín se relaciona con la conexión de Christoffel.

El único libro de texto que siquiera menciona la torsión de una manera clara y comprensible es el escrito por S. M. Carroll [11], que se acompaña de notas publicadas en la red. La teoría ECE utiliza precisamente la misma geometría que se describe en los primeros tres capítulos de la obra de Carroll, pero la teoría ECE ha evolucionado de una manera completamente independiente respecto de la interpretación brindada por Carroll a partir de su cuarto capítulo. Carroll define la torsión, pero luego la hace a un lado sin explicar sus motivos, y esto fue exactamente la misma acción realizada por la relatividad general del siglo XX. Todas las demostraciones de Carroll se han incluido con todo detalle en los documentos y libros de la serie UFT [1–10], y también se infiere una cantidad considerable de nueva geometría, en especial la identidad de Evans. Utilizando la notación de Carroll, la primera ecuación estructural es:

$$T^a = d \wedge q^a + \omega^a{}_b \wedge q^b \quad (1.2)$$

en la cual se han agregado los índices del alfabeto latino de la tétrada así como la conexión de espín. Estos índices eran originalmente índices del espacio-tiempo tangente de Minkowski, definido por Cartan en un punto P de la variedad (o *manifold* en idioma inglés) de la base general. Esta última se define mediante índices del alfabeto griego. La Ec. (1.2), cuando se expresa de un modo más completo, deviene:

$$T^a_{\mu\nu} = (d \wedge q^a)_{\mu\nu} + \omega^a{}_{\mu b} \wedge \nu q^b_{\nu}. \quad (1.3)$$

De manera que la torsión tenía un índice superior en letras latinas y dos índices inferiores en letras griegas. Es una 2-forma de valor vectorial de la geometría diferencial, la cual es, por definición, antisimétrica en sus índices griegos:

$$T^a_{\mu\nu} = -T^a_{\nu\mu}. \quad (1.4)$$

La torsión es un tensor con índices mixtos de rango tres.

La tétrada posee un índice superior latino, a , y un índice inferior griego, μ . Es una 1-forma de valor vectorial de la geometría diferencial y constituye un tensor de índice mixto de rango dos. La tétrada se define como una matriz que relaciona un vector, V^a , y un vector, V^μ

$$V^a = q^a{}_\mu V^\mu. \quad (1.5)$$

En su trabajo original, Cartan definió V^a como un vector en el espacio-tiempo tangente de una variedad base, y definió el vector V^μ en la variedad base. Sin embargo, durante el transcurso del desarrollo de la teoría ECE se infirió que la tétrada puede utilizarse de una manera más general, tal como se demuestra en detalle en los documentos de la serie UFT, para relacionar un vector V^a definido por un sistema de coordenadas curvilíneo, con el mismo vector definido en otro sistema de coordenadas curvilíneo, por ejemplo polar cilíndrico y cartesiano, o

circular complejo y cartesiano. La conexión de espín posee un índice superior y un índice inferior griegos y un índice inferior latino, y se relaciona con la conexión de Christoffel a través de un teorema fundamental de la geometría diferencial, conocido en forma oscura como el postulado de la tétrada. El postulado de la tétrada es el teorema que establece que el campo vectorial completo en cualquier espacio y en cualquier número de dimensiones es independiente de la forma en la cual dicho campo vectorial completo se expresa en términos de componentes y elementos básicos. Por ejemplo, en tres dimensiones el campo vectorial completo es el mismo en coordenadas polares cilíndricas y cartesianas, o cualquier sistema de coordenadas curvilíneas. La conexión de Christoffel no se transforma como un tensor [1–11], de manera que la conexión de espín no es un tensor, pero para algunos propósitos puede definirse como una 1-forma, con un índice inferior griego.

El producto cuña de la geometría diferencial se define precisamente de una manera general, y traduce la Ec. (1.3) a una notación tensorial, al actuar sobre la 1-forma q_μ^a y la 1-forma $\omega_{\mu b}^a$ para dar:

$$T_{\mu\nu}^a = \partial_\mu q_\nu^a - \partial_\nu q_\mu^a + \omega_{\mu b}^a q_\nu^b - \omega_{\nu b}^a q_\mu^b \quad (1.6)$$

la cual es una ecuación tensorial. Se observa que la ecuación completa es antisimétrica en los índices griegos μ y ν , lo cual significa que:

$$T_{\mu\nu}^a = \partial_\nu q_\mu^a - \partial_\mu q_\nu^a + \omega_{\nu b}^a q_\mu^b - \omega_{\mu b}^a q_\nu^b. \quad (1.7)$$

Este resultado es importante para las leyes de antisimetría de la teoría ECE, desarrolladas más adelante en este libro. En esta ecuación tensorial existe la suma sobre índices repetidos, de manera que:

$$\omega_{\mu b}^a q_\nu^b = \omega_{\mu 1}^a q_\nu^1 + \dots + \omega_{\mu n}^a q_\nu^n \quad (1.8)$$

en general. Se observa que la torsión posee alguna semejanza con la forma en la cual Lorentz, Poincaré y otros definieron un campo electromagnético en términos del 4-potencial, un desarrollo del trabajo de Heaviside. Esto condujo a la inferencia de la teoría ECE en el año 2003, a través de un sencillo postulado descrito en el próximo capítulo. La diferencia es que la torsión contiene un índice superior a y contiene un término antisimétrico en la conexión de espín.

Todas las ecuaciones de la geometría de Cartan son covariantes generalizadas, lo cual significa que se transforman bajo la transformación general de coordenadas, y son ecuaciones de la relatividad general. Por lo tanto, la torsión es covariante generalizada, tal y como lo requiere la relatividad general. El postulado de la tétrada resulta en la siguiente relación entre la conexión de espín y la conexión gamma:

$$\partial_\mu q_\nu^a + \omega_{\mu b}^a q_\nu^b = \Gamma_{\mu\nu}^\lambda q_\lambda^a \quad (1.9)$$

y utilizando esta ecuación en la Ec. (1.6) se produce la torsión de Riemann:

$$T_{\mu\nu}^\lambda = \Gamma_{\mu\nu}^\lambda - \Gamma_{\nu\mu}^\lambda. \quad (1.10)$$

En la deducción de la torsión de Riemann se utilizó la siguiente ecuación de la geometría de Cartan:

$$T_{\mu\nu}^a = q_{\lambda}^a T_{\mu\nu}^{\lambda}, \quad (1.11)$$

lo cual significa que la tétrada desempeña el papel de conmutar el índice a a un índice λ . Análogamente, la ecuación para la torsión puede simplificarse utilizando:

$$\omega_{\mu b}^a q_{\nu}^b = \omega_{\mu\nu}^a; \quad \omega_{\nu b}^a q_{\mu}^b = \omega_{\nu\mu}^a \quad (1.12)$$

para dar una expresión más sencilla

$$T_{\mu\nu}^a = \partial_{\mu} q_{\nu}^a - \partial_{\nu} q_{\mu}^a + \omega_{\mu\nu}^a - \omega_{\nu\mu}^a. \quad (1.13)$$

Puede observarse que la torsión riemanniana es antisimétrica en μ y ν , de manera que $T_{\mu\nu}^{\lambda}$ desaparece si la conexión fuese simétrica, o sea si lo siguiente fuera cierto:

$$\Gamma_{\mu\nu}^{\lambda} = \Gamma_{\nu\mu}^{\lambda}. \quad (1.14)$$

La relatividad general einsteiniana siempre supuso, sin demostración, la vigencia de la Ec. (1.14). De hecho, el método del conmutador, a describirse más abajo, demuestra que la conexión es antisimétrica. Llegamos así a la conclusión de que la relatividad general einsteiniana se refuta íntegramente debido a su desprecio de la torsión, y parte del propósito de este libro constituye el forjar una nueva cosmología basada en la torsión. Con el objeto de que la teoría de torsión sea de utilidad para los ingenieros y químicos, es necesario traducir la notación tensorial a la notación vectorial. Los detalles precisos de la forma en que esto se llevó a cabo se proporcionan, nuevamente, en los documentos UFT y otros materiales, todos ellos publicados en el portal www.aias.us.

En notación vectorial, la torsión se divide en una torsión orbital y una torsión de espín. Con el objeto de definir éstas de una manera precisa, el 4-vector de la tétrada se define como el 4-vector:

$$q_{\mu}^a = (q_0^a, \underline{q}^a), \quad (1.15)$$

$$q^{a\mu} = (q^{a0}, \underline{q}^a), \quad (1.16)$$

con un componente de tipo temporal q_0^a y un componente de tipo espacial \underline{q}^a . Análogamente, la conexión de espín se define como el 4-vector:

$$\omega_{\mu b}^a = (\omega_{0b}^a, \underline{\omega}_b^a). \quad (1.17)$$

En esta notación, la torsión orbital es:

$$\underline{T}_{orb}^a = -\underline{\nabla} q_0^a - \frac{1}{c} \frac{\partial \underline{q}^a}{dt} - \omega_{0b}^a \underline{q}^b + \underline{\omega}_b^a q_0^b \quad (1.18)$$

y la torsión de espín es:

$$T_{spin}^a = \underline{\nabla} \times \underline{q}^a - \underline{\omega}_b^a \times \underline{q}^b . \quad (1.19)$$

En la electrodinámica según la teoría ECE, la torsión orbital nos da la fuerza del campo eléctrico, mientras que la torsión de espín nos da la densidad de flujo magnético. En la gravitación según la teoría ECE, una parte de la torsión orbital nos da la aceleración debido a la gravedad, y la torsión de espín nos da el campo magneto-gravitacional. Las cantidades físicas de la electrodinámica y la gravitación se obtienen directamente a partir de la torsión y directamente a partir de la geometría de Cartan. Por ejemplo, el campo $B^{(3)}$ fundamental de la electrodinámica [1-11] se obtiene a partir de la torsión de espín de la primera ecuación estructural.

En notación mínima, la segunda ecuación estructural de Cartan Maurer define la curvatura de Cartan:

$$R = D \wedge \omega = d \wedge \omega + \omega \wedge \omega , \quad (1.20)$$

de manera que la torsión es la derivada cuña covariante de la tétrada y la curvatura es la derivada cuña covariante de la conexión de espín. Por lo tanto, a un nivel fundamental, estas son simples definiciones y allí es donde radica la elegancia de la geometría de Cartan. Cuando se expanden en notación tensorial y vectorial adquieren un aspecto mucho más complejo, pero transmiten la misma información. En la notación tradicional de la geometría diferencial, la Ec. (1.20) deviene:

$$R_b^a = d \wedge \omega_b^a + \omega_c^a \wedge \omega_b^c \quad (1.21)$$

donde hay una suma sobre índices repetidos. Cuando se escribe en forma completa, la Ec. (1.21) deviene:

$$R_{b\mu\nu}^a = \left(d \wedge \omega_b^a \right)_{\mu\nu} + \omega_{\mu c}^a \wedge \omega_{\nu b}^c , \quad (1.22)$$

donde los índices de la variedad base se han restablecido. En notación tensorial, la Ec. (1.22) deviene:

$$R_{b\mu\nu}^a = \partial_{\mu} \omega_{\nu b}^a - \partial_{\nu} \omega_{\mu b}^a + \omega_{\mu c}^a \omega_{\nu b}^c - \omega_{\nu c}^a \omega_{\mu b}^c , \quad (1.23)$$

la cual define la curvatura de Cartan como una 2-forma con valor tensorial. Posee valor tensorial porque posee índices a y b , y es una 2-forma diferencial [1-11] antisimétrica en μ y ν . Utilizando el postulado de la tétrada (1.9) puede demostrarse que la Ec. (1.24) es equivalente al tensor de curvatura de Riemann:

$$R_{\rho\mu\nu}^{\lambda} = \partial_{\mu} \Gamma_{\nu\rho}^{\lambda} - \partial_{\nu} \Gamma_{\mu\rho}^{\lambda} + \Gamma_{\mu\sigma}^{\lambda} \Gamma_{\nu\rho}^{\sigma} - \Gamma_{\nu\sigma}^{\lambda} \Gamma_{\mu\rho}^{\sigma} , \quad (1.24)$$

La curvatura de Riemann, y la torsión de Riemann, siempre se producen en forma simultánea a través del conmutador el cual, por lo tanto, produce la primera y segunda ecuaciones estructurales de Cartan Maurer cuando se utiliza el postulado de la tétrada para traducir la torsión de Riemann y la curvatura de Riemann a la torsión de Cartan y la curvatura de Cartan. El conmutador también define la antisimetría de la conexión, y esto posee una importancia fundamental. Por definición, el conmutador es antisimétrico en los índices μ y ν :

$$[D_\mu, D_\nu]V^\rho = -(D_\nu, D_\mu)V^\rho, \quad (1.31)$$

y desaparece si estos índices son iguales, es decir si la conexión es simétrica. A partir de una inspección de la ecuación:

$$[D_\mu, D_\nu]V^\rho = -(\Gamma_{\mu\nu}^\lambda - \Gamma_{\nu\mu}^\lambda)D_\lambda V^\rho + R_{\mu\nu}^\rho V^\sigma, \quad (1.32)$$

la conexión posee la misma simetría que el conmutador, de manera que la conexión es antisimétrica:

$$\Gamma_{\mu\nu}^\lambda = -\Gamma_{\nu\mu}^\lambda, \quad (1.33)$$

un resultado de fundamental importancia. Una conexión simétrica significa un conmutador nulo, y esto significa que la torsión de Riemann y la curvatura de Riemann desaparecen ambas si la conexión es simétrica.

La relatividad general einsteiniana utilizaba, incorrectamente, una conexión simétrica, de manera que se refutan todos los resultados generados durante el siglo XX a partir de dicha teoría. Esto constituye la esencia del cambio paradigmático post-einsteiniano. La relatividad general correcta se basa en ecuaciones de campo obtenidas a partir de geometría de Cartan. Estas ecuaciones de campo se obtienen a partir de identidades de la geometría de Cartan. La primera de estas identidades, en notación simplificada, es:

$$D \wedge T = d \wedge T + \omega \wedge T := R \wedge q = q \wedge R, \quad (1.34)$$

y esto se conoce en este libro como la identidad de Cartan. La derivada covariante de la torsión es el producto cuña de la tétrada y la curvatura. Los productos cuña en la Ec. (1.34) son aquellos de una 1-forma y una 2-forma. En los documentos de la serie UFT se demuestra que esto produce el siguiente resultado en notación tensorial:

$$\begin{aligned} & \partial_\mu T_{\nu\rho}^a + \partial_\rho T_{\mu\nu}^a + \partial_\nu T_{\rho\mu}^a + \omega_{\mu b}^a T_{\nu\rho}^b + \omega_{\rho b}^a T_{\mu\nu}^b + \omega_{\nu b}^a T_{\rho\mu}^b : \\ & = R_{\mu\nu\rho}^a + R_{\rho\mu\nu}^a + R_{\nu\rho\mu}^a \end{aligned} \quad (1.35)$$

una suma de tres términos. En documentos tales como el UFT137, esta identidad se demuestra con todo detalle utilizando el postulado de la tétrada. La demostración es

complicada pero, una vez más, muestra la gran elegancia de la geometría de Cartan. Utilizando el concepto del dual de Hodge [1–11], el resultado (1.35) puede expresarse como:

$$\partial_{\mu} \tilde{T}^{a\mu\nu} + \omega_{\mu b}^a \tilde{T}^{b\mu\nu} := \tilde{R}_{\mu}^{a\mu\nu}, \quad (1.36)$$

donde el tilde denota el tensor que es dual de Hodge de $T_{\mu\nu}^a$. En cuatro dimensiones, el dual de Hodge de un tensor antisimétrico, ó 2-forma, es otro tensor antisimétrico. A partir de la Ec. (1.36) la identidad de Cartan puede expresarse como:

$$\partial_{\mu} \tilde{T}^{a\mu\nu} = j^{a\nu} = \tilde{R}_{\mu}^{a\mu\nu} - \omega_{\mu b}^a \tilde{T}^{b\mu\nu}. \quad (1.37)$$

Definiendo:

$$j^{a\nu} = (j^{a0}, \underline{j}^a), \quad (1.38)$$

la identidad de Cartan se divide en dos ecuaciones vectoriales:

$$\underline{\nabla} \cdot \tilde{T}_{spin}^a = j^{a0} \quad (1.39)$$

y

$$\frac{1}{c} \frac{\partial \tilde{T}_{spin}^a}{\partial t} + \underline{\nabla} \times \tilde{T}_{orb}^a = \underline{j}^a. \quad (1.40)$$

Estas ecuaciones devienen una base para las ecuaciones homogéneas de la electrodinámica en la teoría ECE, y definen la densidad de corriente de carga magnética en términos de geometría. Estas ecuaciones se incluyen en el Modelo de Ingeniería de la teoría ECE, publicado en el portal www.aias.us. También definen las ecuaciones de campo homogéneas de la gravitación.

La identidad de Evans de la geometría diferencial se infirió durante el transcurso del desarrollo de la teoría ECE, y en notación mínima es:

$$D \wedge \tilde{T} = d \wedge \tilde{T} + \omega \wedge \tilde{T} := \tilde{R} \wedge q = q \wedge \tilde{R}. \quad (1.41)$$

Es válida en cuatro dimensiones, porque el dual de Hodge de una 2-forma, en cuatro dimensiones, es otra 2-forma. De manera que los duales de Hodge de la torsión y la curvatura cumplen con la identidad de Cartan. Este resultado constituye la identidad de Evans (1.41). En notación tensorial es:

$$\begin{aligned} & \partial_{\mu} \tilde{T}_{\nu\rho}^a + \partial_{\rho} \tilde{T}_{\mu\nu}^a + \partial_{\nu} \tilde{T}_{\rho\mu}^a + \omega_{\mu b}^a \tilde{T}_{\nu\rho}^b + \omega_{\rho b}^a \tilde{T}_{\mu\nu}^b + \omega_{\nu b}^a \tilde{T}_{\rho\mu}^b : \\ & = \tilde{R}_{\mu\nu\rho}^a + \tilde{R}_{\rho\mu\nu}^a + \tilde{R}_{\nu\rho\mu}^a \end{aligned} \quad (1.42)$$

una ecuación que es equivalente a:

$$\partial_{\mu} T^{a\mu\nu} + \omega_{\mu b}^a T^{b\mu\nu} := R_{\mu}^{a\mu\nu}, \quad (1.43)$$

tal como se demuestra con todo detalle en los documentos de la serie UFT. La ecuación tensorial (1.42) se divide en dos ecuaciones vectoriales:

$$\underline{\nabla} \cdot \underline{T}_{orb}^a = J^{a0} = R_{\mu}^{a\mu 0} - \omega_{\mu b}^a T^{b\mu 0} \quad (1.44)$$

y

$$\underline{\nabla} \times \underline{T}_{spin}^a - \frac{1}{c} \frac{\partial \underline{T}_{orb}^a}{\partial t} = \underline{J}^a. \quad (1.45)$$

Cuando se traducen a la electrodinámica, éstas devienen las ecuaciones de campo inhomogéneas, las cuales definen la densidad de carga eléctrica y la densidad de corriente eléctrica en términos de geometría. Si se desprecia la torsión o, incorrectamente, se la supone igual a cero, la identidad de Cartan se reduce a

$$R \wedge q = 0, \quad (1.46)$$

la cual es la notación elegante para la primera identidad de Bianchi:

$$R_{\mu\nu\rho}^{\lambda} + R_{\rho\mu\nu}^{\lambda} + R_{\nu\rho\mu}^{\lambda} = 0. \quad (1.47)$$

La segunda identidad de Bianchi puede deducirse a partir de la primera identidad de Bianchi, y es

$$D_{\mu} R_{\lambda\nu\rho}^k + D_{\rho} R_{\lambda\mu\nu}^k + D_{\nu} R_{\lambda\rho\mu}^k = 0. \quad (1.48)$$

Claramente, las dos identidades de Bianchi son ciertas si y sólo si la torsión es igual a cero. En otras palabras, las dos identidades son ciertas si, y sólo si, la conexión de Christoffel es simétrica. El método del conmutador muestra que la conexión de Christoffel es anti-simétrica, de manera que las dos identidades de Bianchi son incorrectas. La primera identidad de Bianchi debe de reemplazarse por la identidad de Cartan (34) y la segunda identidad de Bianchi fue reemplazada en el documento UFT 255 por:

$$\begin{aligned} D_{\mu} D_{\lambda} T_{\nu\rho}^k + D_{\rho} D_{\lambda} T_{\mu\nu}^k + D_{\nu} D_{\lambda} T_{\rho\mu}^k := \\ D_{\mu} R_{\lambda\nu\rho}^k + D_{\rho} R_{\lambda\mu\nu}^k + D_{\nu} R_{\lambda\rho\mu}^k. \end{aligned} \quad (1.49)$$

Por lo tanto, Einstein utilizó íntegramente la identidad equivocada (1.47) en su ecuación de campo. Ningún experimento puede demostrar la corrección de una geometría que contiene errores matemáticos, y sin duda las afirmaciones de experimentalistas, proclamando haber evaluado la ecuación de campo de Einstein con extrema precisión, han sido ampliamente criticadas durante muchos años. Los mismos datos experimentales contemporáneos pueden o no ser precisos, pero sin duda no demuestran una geometría incorrecta. Einstein, de hecho, arrojó a la basura la primera ecuación estructural de Cartan Maurer, de manera que su geometría contenía, y aún contiene, sólo la mitad de la verdad geométrica, y la geometría es el tema más autocontenido de todos los que existen. La determinación experimental de la curva de velocidad de la galaxia en espiral, desarrollada a fines de la década de 1950, refuta íntegra y completamente tanto a Einstein como a Newton. En varios de los documentos de la serie UFT publicados en el portal www.aias.us, se explican las curvas de velocidad directamente mediante teoría ECE, utilizando nuevamente el mínimo número de postulados, como por ejemplo en el documento UFT 238. Los dogmáticos utilizaron, y aún utilizan, ideas *ad hoc*, tales como la materia oscura, para tapar el fracaso catastrófico de las teorías de Einstein y Newton en su descripción de las galaxias en espiral. Se transformaron en ídolos de la caverna, y soñaron con la materia oscura en sus rincones más oscuros. Su afirmación de que el universo está construido mayoritariamente por materia oscura es un fracaso absurdo. Multiplicando este fracaso, aún afirman que la teoría de Einstein es muy precisa en sitios tales como el Sistema Solar. Este dogma ha reducido la filosofía natural a un mero sinsentido. Una teoría ya sea que funciona o que no funciona. No puede ser brillantemente exitosa y fracasar completamente al mismo tiempo. La teoría ECE y el cambio paradigmático post-einsteiniano no utilizan materia oscura ni ideas fabricadas deliberadamente para no poder ser evaluadas a nivel experimental: "ni siquiera están equivocadas", como lo expresó Pauli.

En algún trabajo reciente, a partir del documento UFT 254, la identidad de Cartan se ha reducido a un formato vectorial sencillo y claro

$$\underline{\nabla} \cdot \underline{\omega}_b^a \times \underline{T}_{spin}^b := \underline{\omega}_b^a \cdot \underline{\nabla} \times \underline{T}_{spin}^b - \underline{T}_{spin}^b \cdot \underline{\nabla} \times \underline{\omega}_b^a. \quad (1.50)$$

Como siempre en la teoría ECE, esta identidad vectorial es covariante generalizada. Es muy útil cuando se utiliza con las ecuaciones geométricas para densidades de corriente de carga magnética y eléctrica, también desarrolladas a partir del documento UFT 254. En el siguiente capítulo se demuestra que combinaciones de ecuaciones de la teoría ECE, tales como las aquí incluidas generan muchas nuevas ideas.

Esta recopilación introductoria de la geometría de Cartan ha demostrado que la teoría ECE se basa íntegramente en cuatro ecuaciones: la primera y segunda ecuaciones estructurales de Cartan Maurer, la identidad de Cartan, y el postulado de la tétrada. Estas ecuaciones se han conocido y enseñado durante casi un siglo. Utilizando estas ecuaciones se ha unificado el tema de la filosofía natural sobre una bien conocida base geométrica. Se ha unificado el electromagnetismo con la gravitación, y se han desarrollado nuevos métodos para describir la estructura de las partículas elementales. Se ha unificado la relatividad general con la mecánica cuántica, mediante el desarrollo del postulado de la tétrada en una ecuación de onda covariante generalizada:

$$\left(+K^2 \right) q_\mu^a = 0, \quad (1.51)$$

donde

$$K^2 = q_a^\nu \partial^\mu (\omega_{\mu\nu}^a - \Gamma_{\mu\nu}^a). \quad (1.52)$$

La ecuación de onda (1.51) se ha logrado reducir a todas las principales ecuaciones de onda relativistas, tales como las ecuaciones de onda de Klein Gordon, Proca y Dirac, y al así hacerlo estas ecuaciones de onda se han desarrollado como ecuaciones de la relatividad general. Todas se basan en el teorema más fundamental de la geometría de Cartan, el postulado de la tétrada. La ecuación de Dirac se ha desarrollado en una ecuación del fermión, al factorizar la ecuación de onda de la teoría ECE que se reduce, en la relatividad restringida, a la ecuación de onda de Dirac. La ecuación del fermión sólo necesita matrices de 2×2 , y no sufre de cosas tales como la energía negativa, mientras que al mismo tiempo produce el positrón y otras anti-partículas. De manera que los descubrimientos del grupo de Rutherford también se han explicado geoméricamente.

El Principio de Incertidumbre de Heisenberg se sustituyó y desarrolló en el documento UFT 13, y se demostró fácilmente que es incorrecto en el documento UFT 175. El principio de incertidumbre debiera de describirse con mayor precisión como el principio de indeterminación, lo cual constituye una admisión de fracaso desde el mero principio. Fue rechazado por Einstein, de Broglie, Schroedinger y otros en la célebre Conferencia Solvay de 1927, y dividió permanentemente a la filosofía natural en dos grupos: los científicos y los dogmáticos. El principio de indeterminación ha sido demostrado experimentalmente como salvajemente erróneo por el grupo de Croca [12], quienes utilizaron microscopia avanzada y otros métodos experimentales. Los dogmáticos ignoran esta refutación experimental. Los científicos toman debida nota de la misma y adaptan sus teorías en consecuencia, siguiendo las advocaciones de Bacon, quien fuera esencialmente el fundador del método científico. La indeterminación significa que ciertas cantidades resultan absolutamente no cognoscibles, y según los dogmáticos de Copenhague, la geometría es incognoscible porque la relatividad general se basa en la geometría. De manera que nunca tuvieron éxito en la unificación de la relatividad general y la mecánica cuántica. En la teoría ECE, esta unificación es directa, tal como se acaba de describir, y se basa en el postulado de la tétrada re-expresado como una ecuación de onda. Cualquier cosa que se afirme dogmáticamente como emanada a partir de las ocultas y fervientes prácticas de la indeterminación puede obtenerse de una manera elegante y racional a partir del documento UFT13, sin la necesidad de recurrir al fuego o al azufre.

De manera que la indeterminación fue la primera baja importante producida por la teoría ECE; otros ídolos también comenzaron a derrumbarse, y los dogmáticos junto con ellos. Todo ha sido arrojado por la ventana: la invariancia gauge U(1), la radiación transversal del vacío, el fotón sin masa, el pequeño grupo E(2), la relatividad general einsteiniana, la teoría electro débil GWS, refutada completamente en el documento UFT 225, la teoría SU(3) de quarks y gluones, la electrodinámica cuántica con sus parámetros de ajuste tales como las partículas virtuales, el abracadabra de la renormalización y regularización, la cromodinámica cuántica, la libertad asintótica, el confinamiento de los quarks, la simetría aproximada, la teoría de cuerdas, la teoría de supercuerdas, las dimensiones múltiples, los 19 parámetros ajustables, aún más parámetros ajustables, la materia oscura, el flujo oscuro, el Big Bang, los agujeros negros, los agujeros negros interactuantes, los supercolisionadores con un costo de

cien mil millones de dólares, el lote completo, extraños sueños que condujeron al bosón de Higgs, el ídolo más oscuro de todos.

Todo es apacible, y bajo la luz de la razón todo es geometría.

Capítulo 2

Electrodinámica y Gravitación.

Unidades de electromagnetismo en el Sistema Internacional (S.I.)

Conexión de espín ω	=	m^{-1}	
Curvatura del espaciotiempo R	=	m^{-2}	
Densidad de carga eléctrica ρ	=	C m^{-3}	
Densidad de corriente eléctrica \mathbf{J}	=	$\text{C m}^{-2} \text{s}^{-1}$	
Densidad de flujo magnético \mathbf{B}	=	$\text{J s C}^{-1} \text{m}^{-2}$	
Fuerza de campo eléctrico \mathbf{E}	=	V m^{-1}	= $\text{J C}^{-1} \text{m}^{-1}$
Permitividad del vacío ϵ_0	=	$\text{J}^{-1} \text{C}^{-2} \text{m}^{-1}$	
Potencial escalar φ	=	J C^{-1}	
Potencial vectorial \mathbf{A}	=	$\text{J s C}^{-1} \text{m}^{-1}$	
Torsión del espaciotiempo T	=	m^{-1}	

2.1 Introducción

La vieja física, previa al cambio paradigmático post einsteiniano, fracasó completamente en su capacidad de proveer una lógica unificada para la electrodinámica y la gravitación, porque la primera se desarrolló en un espaciotiempo plano, o de Minkowski, mientras que la segunda lo hizo en un espaciotiempo que se pensó, equivocadamente, como descrito solamente por la curvatura. La teoría ECE desarrolla tanto la electrodinámica como la gravitación directamente a partir de la geometría de Cartan. Tal como se demostró en el Modelo de Ingeniería de la teoría ECE, las ecuaciones de campo de la electrodinámica y de la gravitación en la teoría ECE poseen el mismo formato, basado directamente y con simplicidad en la geometría subyacente. Por lo tanto, la geometría de Cartan del Capítulo 1 se traduce directamente en el electromagnetismo y la gravitación a través del empleo de la misma clase

de sencilla hipótesis fundamental en cada caso: la tétrada deviene la 4-energía potencial y la torsión deviene el campo de fuerza.

Visto en retrospectiva, el método utilizado por Einstein para traducir de la geometría a la gravitación era complicado, además de incorrecto. La segunda identidad de Bianchi fue reformulada por Einstein mediante el empleo del tensor de Ricci y del escalar de Ricci, hacia un formato en el cual podía hacerse directamente proporcional al Teorema de Noether covariante a través de la constante k de Einstein. Ambos lados de esta ecuación utilizaban una derivada covariante, pero Einstein suponía, sin demostrarlo, que las constantes de integración eran las mismas en ambos lados, dando así origen a la ecuación de campo de Einstein:

$$G_{\mu\nu} = kT_{\mu\nu} \quad (2.1)$$

donde $G_{\mu\nu}$ es el tensor de Einstein, $T_{\mu\nu}$ es la densidad de momento de energía canónica, y k es la constante de Einstein. Esta ecuación es totalmente incorrecta, porque emplea una conexión simétrica y no toma en cuenta la torsión. Si se intenta corregir esta ecuación tomando en cuenta la torsión, como en los documentos UFT 88 y UFT 255, resumidos en el Capítulo 1, el resultado se torna extraordinariamente complicado; aun así podría sólo utilizarse para gravitación, y no para una teoría de campo unificado de gravitación y magnetismo. El mismo Einstein consideraba que esta ecuación de campo de 1915 jamás podría ser resuelta, lo cual demuestra que él mismo estaba empantanado en su complejidad. Schwarzschild proveyó una solución en el mes de diciembre de 1915, pero en su carta declaró una “guerra amistosa” con Einstein. El significado de esto no resulta completamente claro, pero obviamente Schwarzschild no se sentía satisfecho con la ecuación. Su solución no contenía singularidades, y esta solución original puede descargarse de la red, junto con una traducción de Vankov de la carta enviada a Einstein. Esta solución de una ecuación de campo incorrecta resulta, obviamente, sin sentido alguno. Los errores se multiplicaron al afirmar (luego de que Schwarzschild falleciese en 1916) que la solución contiene singularidades, de manera que la métrica contemporánea de Schwarzschild constituye una distorsión y una atribución equivocada, además de carecer por completo de significado. Ha sido utilizada infinitamente por los dogmatistas, para afirmar la existencia de resultados incorrectos, tales como el *Big Bang* y los agujeros negros. De manera que la ciencia gravitacional permaneció estancada entre 1915 y 2003. Durante el transcurso del desarrollo de la teoría ECE, se volvió gradualmente claro, en documentos tales como el UFT 150, que había muchos otros errores y puntos oscuros en la teoría de Einstein, en especial en la teoría de la desviación de la luz por causa gravitacional y en la teoría de la precesión del perihelio. Una de las contradicciones obvias en la teoría de la desviación de la luz por la gravitación es que utiliza un fotón desprovisto de masa, el cual sin embargo se ve atraído por el Sol. El resultante método geodésico nulo está lleno de aspectos oscuros, tal como se demuestra en el documento UFT 150 (www.aias.us). La relatividad general einsteiniana ha sido ampliamente refutada en la referencia [2] del Capítulo 1. Fue completamente refutada a nivel experimental a fines de la

década de 1950, a través del descubrimiento de la curva de velocidad de la galaxia en espiral. A esa altura debió de haber sido descartada. Sus aparentes éxitos en el Sistema Solar son pura ilusión. En cambio, la filosofía natural misma fue abandonada y se introdujo la materia oscura. La teoría einsteiniana aún resulta incapaz de explicar la curva de velocidad de la galaxia en espiral, todavía fracasa completamente, y la materia oscura no modifica este hecho. De manera que la teoría de Einstein no puede resultar significativa en el Sistema Solar, como resultado de estas observaciones experimentales. La teoría ECE ha revelado el motivo por el cual la teoría de Einstein fracasa en forma tan absoluta – la no consideración de la torsión. El electromagnetismo también sufrió un estancamiento a lo largo del siglo XX, y se conservó la teoría de Maxwell Heaviside del siglo XIX. Esta teoría se incorporó, sin cambios, en los intentos de unificación de la vieja física mediante el empleo de la invariancia gauge $U(1)$ y el fotón sin masa. El concepto del fotón sin masa conduce a múltiples problemas conocidos y absurdos, en especial el pequeño grupo plano $E(2)$ del grupo Poincaré. En efecto, este resultado significa que el campo electromagnético libre puede tener solamente dos estados de polarización: los dos estados transversales etiquetados como (1) y (2). El estado de tipo temporal (0) y el estado longitudinal (3) se eliminan con el objeto de salvar la hipótesis del fotón sin masa. Estos problemas y oscuridades se explican en detalle en un libro de texto del modelo establecido de la física como el de Ryder [24]. La condición sin sentido físico de Gupta Bleuler debe de utilizarse para “eliminar” los estados (0) y (3), lo cual conduce a múltiples problemas no resueltos en la cuantización canónica. El empleo de la teoría de Beltrami, como en el documento UFT 257 en adelante, da origen a componentes longitudinales ricamente estructurados del campo electromagnético libre, refutando de inmediato el dogma $U(1)$ e indicando la existencia de la masa del fotón. Beltrami fue contemporáneo de Heaviside, de manera que el actual modelo aceptado de la física fue efectivamente refutado desde finales del siglo XIX. Tan pronto como la masa del fotón se vuelve idénticamente distinta de cero, sea cual fuere su pequeña magnitud, la teoría $U(1)$ se vuelve insostenible, porque deja de ser invariante gauge [1]-[10], y la ecuación de Proca sustituye la ecuación de d'Alembert. La teoría ECE conduce a la ecuación de Proca y a una masa finita para el fotón, a partir del postulado de la tétrada, empleando la misma hipótesis básica que aquella que traduce la geometría hacia el electromagnetismo. Aun cuando fue brillantemente exitosa en su época, la teoría del electromagnetismo de Maxwell-Heaviside (MH) posee muchas limitaciones. En el campo de la óptica no lineal, por ejemplo, sus limitaciones se revelan a través del Efecto Faraday Inverso [1]- [10] (EFI). Este fenómeno consiste en la magnetización de materia mediante radiación electromagnética polarizada en forma circular. Fue inferido teóricamente [7] por Piekara y Kielich, y posteriormente por Pershan, y van der Ziel et al. lo observaron experimentalmente por primera vez a mediados de la década de los sesenta, en el grupo Bloembergen en Harvard. Se produce, por ejemplo, en un electrón, como se ilustra en los documentos UFT 80 a 84 en el portal www.aias.us. La vieja teoría invariante gauge $U(1)$ del electromagnetismo se vuelve de inmediato inutilizable para tratar el Efecto Faraday Inverso, porque éste último es provocado por el producto conjugado de radiación con polarización circular, el producto vectorial del potencial vectorial y su complejo conjugado:

$$\mathbf{A} \times \mathbf{A}^* = \mathbf{A}^{(1)} \times \mathbf{A}^{(2)}. \quad (2.2)$$

Los índices (1) y (2) se emplean para definir la base circular compleja [1]- [10], cuyos vectores unitarios son:

$$\mathbf{e}^{(1)} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\mathbf{i} - i\mathbf{j}) \quad (2.3)$$

$$\mathbf{e}^{(2)} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\mathbf{i} + i\mathbf{j}) \quad (2.4)$$

$$\mathbf{e}^{(3)} = \mathbf{k} \quad (2.5)$$

Cumpliendo con la relación cíclica de la simetría $O^{(3)}$:

$$\mathbf{e}^{(1)} \times \mathbf{e}^{(2)} = i\mathbf{e}^{(3)*} \quad (2.6)$$

$$\mathbf{e}^{(3)} \times \mathbf{e}^{(1)} = i\mathbf{e}^{(2)*} \quad (2.7)$$

$$\mathbf{e}^{(2)} \times \mathbf{e}^{(3)} = i\mathbf{e}^{(1)*} \quad (2.8)$$

en un espacio tridimensional. Los vectores unitarios $\mathbf{e}^{(1)}$ y $\mathbf{e}^{(2)}$ son complejos conjugados. El principio gauge de la teoría MH puede expresarse como sigue:

$$\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{A} + \nabla\chi \quad (2.9)$$

de manera que el producto conjugado deviene:

$$\mathbf{A} \times \mathbf{A}^* = (\mathbf{A} + \nabla\chi) \times (\mathbf{A} + \nabla\chi)^* \quad (2.10)$$

y no es invariante gauge $U(1)$, de manera que la magnetización longitudinal resultante del efecto Faraday inverso no es invariante gauge, Q.E.D. Muchos otros fenómenos en el campo de la óptica no lineal [7] no son invariantes gauge $U(1)$, y todos ellos refutan el modelo establecido de la física y artefactos tales como el “bosón de Higgs”. El absurdo de la vieja física se torna claramente evidente cuando afirma que el producto conjugado existe en forma aislada de los componentes longitudinal y de tipo temporal del espaciotiempo, (0) y (3). De manera que en la vieja física el producto vectorial (2.2) no puede producir un componente longitudinal. Esto resulta absurdo, ya que el espacio posee tres componentes, (1), (2) y (3). La resolución de esta aparente paradoja se descubrió en el mes de noviembre de 1991, con la inferencia del campo $\mathbf{B}^{(3)}$, el apelativo dado al componente magnético longitudinal del campo electromagnético libre, definido por [1-10]:

$$\mathbf{B}^{(3)*} = -ig\mathbf{A}^{(1)} \times \mathbf{A}^{(2)} \quad (2.11)$$

donde g es un parámetro.

El campo $B^{(3)}$ constituye la clave para la unificación geométrica de la gravitación y el electromagnetismo, y también infiere la existencia de la masa del fotón, en forma experimental, porque es longitudinal y observable a nivel experimental en el Efecto Faraday Inverso. La teoría del fotón con masa igual a cero es absurda, porque afirma que $B^{(3)}$ no puede existir, que el tercer componente del espacio mismo no puede existir, y que el Efecto Faraday Inverso no existe. La ecuación que define el campo $B^{(3)}$ no es invariante gauge $U(1)$, porque el campo $B^{(3)}$ cambia por la transformación gauge (2.10). Por lo tanto, la ecuación no pertenece a la electrodinámica $U(1)$, y se utilizó en la década de los noventa para desarrollar una electrodinámica con una topología más elevada conocida como electrodinámica $O(3)$ [10]. Estos documentos se encuentran registrados en la sección de Omnia Opera del portal www.aias.us. Casi simultáneamente, se desarrollaron varias otras teorías de electrodinámica con una topología más elevada [25], en especial la teoría de Horwitz et al., Lehnert y Roy, Barrett, y Harmuth et al., y por Evans y Crowell [8]. Estas han sido descritas en varios volúmenes de la serie “*Contemporary Chemical Physics*”, editada por M. W. Evans [25]. Estas teorías de la electrodinámica con una topología más elevada también aparecen en las teorías de Beltrami, tal como se menciona en la recopilación de Reed [7], [27]. En el año 2003, estas teorías con una topología más elevada evolucionaron hacia la teoría ECE.

2.2 La hipótesis fundamental y las ecuaciones de campo y de onda.

La primera hipótesis de la teoría unificada de Einstein Cartan Evans (ECE) es que el potencial electromagnético (A^a_μ) es la tetrada de Cartan con un factor de escala. Por lo tanto, el potencial electromagnético se define mediante:

$$A^a_\mu = A^{(0)} q^a_\mu \quad (2.12)$$

y posee un índice superior a , que indica el estado de polarización, y un índice inferior para indicar que se trata de una 1-forma diferencial valorada vectorialmente de la geometría de Cartan. El potencial gravitacional se define mediante:

$$\Phi^a_\mu = \Phi^{(0)} q^a_\mu \quad (2.13)$$

donde $\Phi^{(0)}$ es un factor de escala. Por lo tanto, la primera hipótesis de la teoría ECE significa que el electromagnetismo es la geometría de Cartan combinada con un escalar, $A^{(0)}$. La física es geometría. *Ubi materia, ibi geometria* (Johannes Kepler). Esto constituye una hipótesis mucho más sencilla que la del Einstein, y mucho más poderosa. Es una hipótesis que extiende la relatividad general al electromagnetismo. La corrección matemática se ve garantizada por

la corrección matemática y economía de pensamiento de la geometría de Cartan, tal como se describe en el Capítulo 1.

La segunda hipótesis de la teoría ECE es que el campo electromagnético ($F^a_{\mu\nu}$) es la torsión de Cartan con el mismo factor de escala que el potencial. La segunda hipótesis se deduce a partir de la primera hipótesis, o sea a partir de la primera ecuación estructural de Cartan Maurer. Por lo tanto, en notación mínima:

$$F = D \wedge A = d \wedge A + \omega \wedge A \quad (2.14)$$

que constituye una relación elegante entre campo y potencial, la relación más sencilla posible en una geometría que posee tanto torsión como curvatura. El campo es la derivada cuña covariante del potencial, tanto para el electromagnetismo como para la gravitación. Resulta así que la totalidad del desarrollo geométrico del Capítulo 1 puede aplicarse directamente al electromagnetismo y a la gravitación. En la notación estándar de la geometría diferencial utilizada por S. M. Carroll [13] se define el campo electromagnético en la teoría ECE mediante:

$$F^a = d \wedge A^a + \omega^a_b \wedge A^b. \quad (2.15)$$

En la teoría MH la misma relación es [24]:

$$F = d \wedge A. \quad (2.16)$$

La teoría MH no posee una conexión de espín, y no cuenta con índices de polarización. La teoría ECE es relatividad general basada directamente sobre la geometría de Cartan, mientras que la teoría de MH es relatividad restringida y no se basa en geometría. La presencia de la conexión de espín en la Ec. (2.15) significa que el campo es el marco de referencia mismo, un marco dinámico que posee la capacidad de trasladarse y de rotar. En la teoría MH el campo es una entidad diferente en concepto respecto del marco de referencia., que es el marco de Minkowski del espaciotiempo plano. En notación tensorial el campo electromagnético es:

$$F^a_{\mu\nu} = \partial_\mu A^a_\nu - \partial_\nu A^a_\mu + \omega^a_{\mu b} A^b_\nu - \omega^a_{\nu b} A^b_\mu \quad (2.17)$$

y puede expresarse de un modo más sencillo como:

$$F^a_{\mu\nu} = \partial_\mu A^a_\nu - \partial_\nu A^a_\mu + A^{(0)} (\omega^a_{\mu\nu} - \omega^a_{\nu\mu}). \quad (2.18)$$

En la teoría MH el campo electromagnético es

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu \quad (2.19)$$

y no posee índice de polarización ni conexión de espín. El potencial electromagnético es el 4-vector:

$$A^a{}_\mu = (A^a{}_0, -\mathbf{A}^a) = \left(\frac{\phi^a}{c}, -\mathbf{A}^a \right) \quad (2.20)$$

en definición covariante, o:

$$A^{a\mu} = (A^{a0}, \mathbf{A}^a) = \left(\frac{\phi^a}{c}, \mathbf{A}^a \right) \quad (2.21)$$

en definición contravariante. El índice superior a denota el estado de polarización. Por ejemplo, en la base circular compleja tiene cuatro índices:

$$a = (0), (1), (2), (3) \quad (2.22)$$

uno de tipo temporal (0) y tres de tipo espacial (1), (2), (3). Los índices (1) y (2) son transversales, mientras que el índice (3) es longitudinal. La parte de tipo espacial del 4-vector del potencial es el vector \mathbf{A}^a , y éste solamente puede tener índices espaciales, (1), (2) y (3). No puede tener un índice de tipo temporal (0) por definición. El 4-potencial puede expresarse para cada uno de los cuatro índices (0), (1), (2) y (3) como:

$$A_\mu = (A_0, -\mathbf{A}). \quad (2.23)$$

Cuando el índice a es (0), el 4-potencial se reduce al potencial escalar:

$$A^{(0)}{}_\mu = \left(A^{(0)}{}_0, -\mathbf{0} \right). \quad (2.24)$$

Cuando el índice a es (1), (2) ó (3), el 4-potencial se interpreta como:

$$A^{(i)}{}_\mu = \left(A^{(i)}{}_0, -\mathbf{A}^i \right), \quad i = 1, 2, 3 \quad (2.25)$$

de manera que $A^{(i)}{}_0$, por ejemplo, es la parte escalar del 4-potencial $A^a{}_\mu$, asociada con el índice (1). Tal como lo describe S. M. Carroll, la tétrada es una 1-forma para cada índice a . Esto significa que el 4-potencial $A^a{}_\mu$ es un 4-potencial para cada índice a :

$$A^{(0)}{}_\mu = (A_\mu)^{(0)} \quad (2.26)$$

$$A^{(i)}{}_\mu = (A_\mu)^{(i)}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (2.27)$$

y esto es una propiedad básica de la geometría de Cartan.

Con el objeto de traducir la notación tensorial de la Ec. (2.17) a notación vectorial, se vuelve necesario definir la torsión como una matriz antisimétrica de 4 x 4. La selección de la matriz se conduce mediante experimentación, de manera que la teoría ECE se reduce a leyes que son capaces de describir los fenómenos electromagnéticos mediante el uso directo de la geometría de Cartan. Tal como se describió en el Capítulo 1, existe torsión orbital y de espín definidas mediante ecuaciones que son similares en estructura a las leyes electromagnéticas que han sido evaluadas con un alto grado de precisión, en especial la ley del magnetismo de Gauss, la ley de inducción de Faraday, la ley de Coulomb y la ley de Ampère Maxwell. Estas leyes deben recuperarse en un límite bien definido de la teoría ECE. La gravitación newtoniana debe recuperarse en otro límite de la teoría ECE. La matriz de torsión para cada valor de a se elige por hipótesis para que sea:

$$T_{\rho\sigma} = \begin{bmatrix} 0 & T_1(\text{orb}) & T_2(\text{orb}) & T_3(\text{orb}) \\ -T_1(\text{orb}) & 0 & -T_3(\text{spin}) & T_2(\text{spin}) \\ -T_2(\text{orb}) & T_3(\text{spin}) & 0 & -T_1(\text{spin}) \\ -T_3(\text{orb}) & -T_2(\text{spin}) & T_1(\text{spin}) & 0 \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

Esta ecuación podría considerarse como la tercera hipótesis de la teoría ECE. El dual de Hodge [1]- [11], [24] de esta matriz es:

$$\tilde{T}^{\mu\nu} = \begin{bmatrix} 0 & -T^1(\text{spin}) & -T^2(\text{spin}) & -T^3(\text{spin}) \\ T^1(\text{spin}) & 0 & T^3(\text{orb}) & -T^2(\text{orb}) \\ T^2(\text{spin}) & -T^3(\text{orb}) & 0 & T^1(\text{orb}) \\ T^3(\text{spin}) & T^2(\text{orb}) & -T^1(\text{orb}) & 0 \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

Los índices se elevan y se bajan mediante el tensor de la métrica en cualquier espacio [13]:

$$\tilde{T}^{\mu\nu} = g^{\mu\alpha} g^{\nu\beta} \tilde{T}_{\alpha\beta}. \quad (2.30)$$

Alternativamente, la matriz de torsión antisimétrica puede definirse como:

$$T^{\mu\nu} = \begin{bmatrix} 0 & -T^1(\text{orb}) & -T^2(\text{orb}) & -T^3(\text{orb}) \\ T^1(\text{orb}) & 0 & -T^3(\text{spin}) & T^2(\text{spin}) \\ T^2(\text{orb}) & T^3(\text{spin}) & 0 & -T^1(\text{spin}) \\ T^3(\text{orb}) & -T^2(\text{spin}) & T^1(\text{spin}) & 0 \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

con índices elevados. A partir de esta definición, el vector de torsión de espín en 3D es:

$$\mathbf{T}(\text{spin}) = T_X(\text{spin})\mathbf{i} + T_Y(\text{spin})\mathbf{j} + T_Z(\text{spin})\mathbf{k} \quad (2.32)$$

en donde:

$$T_X(\text{spin}) = T^1(\text{spin}) = \tilde{T}^{10} = -\tilde{T}^{01} \quad (2.33)$$

$$T_Y(\text{spin}) = T^2(\text{spin}) = \tilde{T}^{20} = -\tilde{T}^{02} \quad (2.34)$$

$$T_Z(\text{spin}) = T^3(\text{spin}) = \tilde{T}^{30} = -\tilde{T}^{03} \quad (2.35)$$

Análogamente, el vector de torsión orbital en 3D se define mediante:

$$\mathbf{T}(\text{orb}) = T_X(\text{orb})\mathbf{i} + T_Y(\text{orb})\mathbf{j} + T_Z(\text{orb})\mathbf{k} \quad (2.36)$$

donde los componentes del vector están relacionados con los componentes de la matriz como sigue:

$$T_X(\text{orb}) = T^1(\text{orb}) = T_{10} = -T_{01} \quad (2.37)$$

$$T_Y(\text{orb}) = T^2(\text{orb}) = T_{20} = -T_{02} \quad (2.38)$$

$$T_Z(\text{orb}) = T^3(\text{orb}) = T_{30} = -T_{03} \quad (2.39)$$

Con estas definiciones, la fuerza de campo eléctrico \mathbf{E}^a y la densidad de flujo magnético \mathbf{B}^a vienen definidos por:

$$\mathbf{E}^a = cA^{(0)}\mathbf{T}^a(\text{orb}) \quad (2.40)$$

y

$$\mathbf{B}^a = A^{(0)}\mathbf{T}^a(\text{spin}). \quad (2.41)$$

Para cada índice a , se define el tensor de campo con índices elevados μ y ν como:

$$F^{\mu\nu} = \begin{bmatrix} 0 & -E_X & -E_Y & -E_Z \\ E_X & 0 & -cB_Z & cB_Y \\ E_Y & cB_Z & 0 & -cB_X \\ E_Z & -cB_Y & cB_X & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.42)$$

Con estas definiciones fundamentales de notación tensorial, la Ec. (2.17) puede traducirse a notación vectorial. Ésta última es de empleo frecuente por parte de los ingenieros y resulta más transparente que la notación tensorial. La 4-derivada que aparece en la ecuación tensorial (2.17) se define como:

$$\partial_\mu = \left(\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t}, \nabla \right). \quad (2.43)$$

Consideremos los índices de la torsión orbital:

$$T^a_{0i} = \partial_0 q^a_i - \partial_i q^a_0 + \omega^a_{0b} q^b_i - \omega^a_{ib} q^b_0$$

$$i = 1, 2, 3. \quad (2.44)$$

Estos se traducen a los índices del tensor de campo como sigue:

$$F^a_{0i} = \partial_0 A^a_i - \partial_i A^a_0 + \omega^a_{0b} A^b_i - \omega^a_{ib} A^b_0$$

$$i = 1, 2, 3 \quad (2.45)$$

A partir de lo cual la fuerza de campo eléctrico es:

$$\mathbf{E}^a = -c \nabla A^a_0 - \frac{\partial \mathbf{A}^a}{\partial t} - c \omega^a_{0b} \mathbf{A}^b + c A^b_0 \omega^a_b \quad (2.46)$$

donde el 4-vector de la conexión de espín se expresa como:

$$\omega^a_{\mu b} = (\omega^a_{0b}, -\omega^a_b) \quad (2.47)$$

utilizando las definiciones anteriores.

Los índices del tensor de torsión de espín son:

$$T^a_{12} = \partial_1 q^a_2 - \partial_2 q^a_1 + \omega^a_{1b} q^b_2 - \omega^a_{2b} q^b_1$$

$$T^a_{13} = \partial_1 q^a_3 - \partial_3 q^a_1 + \omega^a_{1b} q^b_3 - \omega^a_{3b} q^b_1$$

$$T^a_{23} = \partial_2 q^a_3 - \partial_3 q^a_2 + \omega^a_{2b} q^b_3 - \omega^a_{3b} q^b_2 \quad (2.48)$$

y se traducen a los componentes de espín del tensor de campo:

$$F^a_{12} = \partial_1 A^a_2 - \partial_2 A^a_1 + \omega^a_{1b} A^b_2 - \omega^a_{2b} A^b_1$$

$$F^a_{13} = \partial_1 A^a_3 - \partial_3 A^a_1 + \omega^a_{1b} A^b_3 - \omega^a_{3b} A^b_1$$

$$F^a_{23} = \partial_2 A^a_3 - \partial_3 A^a_2 + \omega^a_{2b} A^b_3 - \omega^a_{3b} A^b_2. \quad (2.49)$$

Con las definiciones anteriores, estas ecuaciones pueden expresarse como la densidad de flujo magnético:

$$\mathbf{B}^a = \nabla \times \mathbf{A}^a - \omega^a_b \times \mathbf{A}^b. \quad (2.50)$$

En la teoría MH, las ecuaciones correspondientes son:

$$\mathbf{E} = -\nabla \phi - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \quad (2.51)$$

y

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (2.52)$$

sin índices de polarización y sin conexión de espín.

2.3 El Campo $\mathbf{B}^{(3)}$ en la Geometría de Cartan

El campo $\mathbf{B}^{(3)}$ es una consecuencia de la expresión general de la densidad de flujo magnético en la teoría ECE:

$$\mathbf{B}^a = \nabla \times \mathbf{A}^a - \omega^a_b \times \mathbf{A}^b. \quad (2.53)$$

En general, la suma sobre índices repetidos significa que:

$$\mathbf{B}^a = \nabla \times \mathbf{A}^a - \omega^a_{(1)} \times \mathbf{A}^{(1)} - \omega^a_{(2)} \times \mathbf{A}^{(2)} - \omega^a_{(3)} \times \mathbf{A}^{(3)} \quad (2.54)$$

pero esta expresión general puede simplificarse, tal como se comenta posteriormente en este libro, utilizando la suposición:

$$\omega^a_b = \epsilon^a_{bc} \omega^c \quad (2.55)$$

que es la expresión para la dualidad de un tensor y un vector. Puede demostrarse empleando el vector de la identidad de Cartan que el campo $\mathbf{B}^{(3)}$ viene dado por:

$$\mathbf{B}^{(3)} = \nabla \times \mathbf{A}^{(3)} - i \frac{\kappa}{A^{(0)}} \mathbf{A}^{(1)} \times \mathbf{A}^{(2)} \quad (2.56)$$

donde los potenciales se relacionan entre sí a través del teorema cíclico:

$$\mathbf{A}^{(1)} \times \mathbf{A}^{(2)} = i A^0 \mathbf{A}^{(3)*} \text{ et cyclicum.} \quad (2.57)$$

Para una onda plana los potenciales son como sigue:

$$\mathbf{A}^{(1)} \times \mathbf{A}^{(2)*} = \frac{A^0}{\sqrt{2}} (\mathbf{i} - i\mathbf{j}) e^{i(\omega t - \kappa Z)}, \quad (2.58)$$

$$\mathbf{A}^{(3)} = A^0 \mathbf{k}, \quad (2.59)$$

de manera que el campo $B^{(3)}$ viene definido por:

$$\mathbf{B}^{(3)} = -i \frac{\kappa}{A^{(0)}} \mathbf{A}^{(1)} \times \mathbf{A}^{(2)}. \quad (2.60)$$

Por lo tanto, el campo $B^{(3)}$ es el resultado de la relatividad general, y no existe en la teoría de campo de Maxwell Heaviside porque la teoría MH es una teoría de la relatividad restringida, sin una conexión geométrica. El campo $B^{(3)}$ es un campo longitudinal radiado que se propaga en el eje (3) o también denominado Z. Cuando fue inferido, en el mes de noviembre de 1991, era un concepto completamente nuevo, y gradualmente se fue comprendiendo que el mismo conducía a una electrodinámica con topología más elevada, que se identificó como geometría de Cartan en el año 2003. “Topología más elevada” significa, en este sentido, que se requiere de una geometría diferencial diferente para definir la electrodinámica. Esto puede apreciarse a través del hecho de que el campo, en la electrodinámica invariante según gauge U(1), es:

$$F = d \wedge A \quad (2.61)$$

pero en teoría ECE es:

$$F^a = d \wedge A^a + \omega^a_b \wedge A^b \quad (2.62)$$

con la presencia de índices y de conexión de espín. Una elección de índices internos conduce a la electrodinámica $O^{(3)}$, tal como se delineó más arriba y se explica con más detalle más adelante.

Gradualmente se fue comprendiendo que la electrodinámica $O^{(3)}$ y la electrodinámica ECE se reducen con precisión a la teoría MH en ciertos límites, pero también brindan mucha más información, siendo un ejemplo de ello el Efecto Faraday Inverso. El campo $B^{(3)}$ condujo, por primera vez, a una electrodinámica que se basa en covariancia generalizada, y no covariancia según Lorentz, de manera que se volvió posible, y de una manera relativamente sencilla, unificar el electromagnetismo con la gravitación.

Resulta importante comprender que $B^{(3)}$ no es un campo magnético estático, pues interactúa con la materia a través del producto conjugado $\mathbf{A}^{(1)} \times \mathbf{A}^{(2)}$ a través del cual se define. De manera que $B^{(3)}$ es intrínsecamente no lineal por naturaleza, mientras que un campo magnético estático no se relaciona con el producto conjugado de óptica no lineal. El campo $B^{(3)}$ necesita para su definición de una conexión geométrica, y un conjunto diferente de ecuaciones de campo respecto de aquellas que gobiernan el campo magnético estático. Éste último cumple con la ley del magnetismo de Gauss y la ley de Ampère. El campo magnético estático no se propaga a una velocidad c en el vacío, pero el campo $B^{(3)}$ se propaga en el vacío, junto con $A^{(1)}$ y $A^{(2)}$, y cuando el campo $B^{(3)}$ interactúa con la materia produce una magnetización a través de una bien definida hiper-polarizabilidad en el Efecto Faraday

Inverso. Las ecuaciones de campo necesarias para definir el campo $B^{(3)}$ deben de obtenerse a partir de la geometría de Cartan, y no son ecuaciones pertenecientes al espaciotiempo de Minkowski.

2.4 Las Ecuaciones de Campo del Electromagnetismo.

Éstas se basan directamente en las identidades de Cartan y de Evans, utilizando las hipótesis (2.40) y (2.41) y dan una teoría ricamente estructurada, resumida en el Modelo de Ingeniería ECE, publicado en el portal www.aias.us. Antes de proceder a una descripción de las ecuaciones de campo, se incluye un resumen de la identidad de Cartan en notación vectorial. De una manera similar a la torsión, la segunda ecuación estructural de Cartan Maurer da lugar a una curvatura orbital y a una curvatura de espín:

$$\mathbf{R}^a_b(\text{spin}) = \nabla \times \omega^a_b - \omega^a_c \times \omega^c_b. \quad (2.63)$$

Como en el documento UFT 254, consideremos ahora la identidad de Cartan:

$$d \wedge T^a + \omega^a_b \wedge T^b := R^a_b \wedge q^b. \quad (2.64)$$

La parte espacial de esta identidad puede expresarse como:

$$\nabla \cdot \mathbf{T}^a + \omega^a_b \cdot \mathbf{T}^b = \mathbf{q}^b \cdot (\nabla \times \omega^a_b - \omega^a_c \times \omega^c_b). \quad (2.65)$$

Reordenando y utilizando:

$$\mathbf{q}^b \cdot \omega^a_c \times \omega^c_b = \omega^a_b \cdot \omega^a_c \times \mathbf{q}^c \quad (2.66)$$

y

$$\nabla \cdot \nabla \times \mathbf{q}^a = 0 \quad (2.67)$$

nos da

$$\nabla \cdot \omega^a_b \times \mathbf{q}^b = \omega^a_b \cdot \nabla \times \mathbf{q}^b - \mathbf{q}^b \cdot \nabla \times \omega^a_b \quad (2.68)$$

es decir, da la identidad de Cartan en notación vectorial, un resultado muy útil que se empleará posteriormente en este capítulo y en el libro. La consistencia interna y corrección

del resultado (2.68) se demuestra por el hecho de que es un ejemplo de la conocida identidad vectorial:

$$\nabla \cdot \mathbf{F} \times \mathbf{G} = \mathbf{G} \cdot \nabla \times \mathbf{F} - \mathbf{F} \cdot \nabla \times \mathbf{G}. \quad (2.69)$$

De manera que puede verse claramente que la geometría de Cartan generaliza geometría bien conocida e identidades vectoriales.

Para la electrodinámica ECE, la Ec. (2.68) deviene:

$$\nabla \cdot \omega^a_b \times \mathbf{A}^b = \omega^a_b \cdot \nabla \times \mathbf{A}^b - \mathbf{A}^b \cdot \nabla \times \omega^a_b. \quad (2.70)$$

La densidad de flujo magnético se define en la teoría ECE como:

$$\mathbf{B}^a = \nabla \times \mathbf{A}^a - \omega^a_b \times \mathbf{A}^b \quad (2.71)$$

De manera que

$$\nabla \cdot \mathbf{B}^a = -\nabla \cdot \omega^a_b \times \mathbf{A}^b \quad (2.72)$$

dando la ley del magnetismo de Gauss en relatividad general y en teoría de campo unificado ECE.

Como en el documento UFT 256, la identidad de Cartan y la hipótesis fundamental de ECE dan las ecuaciones de campo homogéneas del electromagnetismo en la teoría ECE:

$$\nabla \cdot \mathbf{B}^a = \frac{\rho^m}{\epsilon_0 c} = \omega^a_b \cdot \mathbf{B}^b - \mathbf{A}^b \cdot \mathbf{R}^a_b(\text{spin}) \quad (2.73)$$

y

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{B}^a}{\partial t} + \nabla \times \mathbf{E}^a &= \mathbf{J}^m / \epsilon_0 \\ &= \omega^a_b \times \mathbf{E}^b - c\omega_0 \mathbf{B}^a - c \left(\mathbf{A}^b \times \mathbf{R}^a_b(\text{orb}) - \mathbf{A}^b_0 \mathbf{R}^a_b(\text{spin}) \right) \end{aligned} \quad (2.74)$$

en las que la curvatura de espín se define a través de la Ec. (2.63) y la curvatura orbital mediante:

$$\mathbf{R}^a_b(\text{orb}) = -\nabla \omega^a_{0b} - \frac{1}{c} \frac{\partial \omega^a_b}{\partial t} - \omega^a_{0c} \omega^c_b + \omega^c_{0b} \omega^a_c. \quad (2.75)$$

El lado derecho de estas ecuaciones describe, respectivamente, la densidad de carga magnética y la densidad de corriente magnética. La controversia acerca de la existencia de la densidad de corriente y de carga magnética ha perdurado por más de un siglo, y el consenso parece apuntar a que no existen. (Si se demuestra que son reproducibles y repetibles, la teoría ECE puede describirlas como en las ecuaciones de más arriba). Si la densidad de corriente de carga magnética desaparece, entonces:

$$\boldsymbol{\omega}^a_b \cdot \mathbf{B}^b = \mathbf{A}^b \cdot \mathbf{R}^a_b(\text{spin}) \quad (2.76)$$

y

$$\boldsymbol{\omega}^a_b \times \mathbf{E}^b - c\omega_0 \mathbf{B}^a = c \left(\mathbf{A}^b \times \mathbf{R}^a_b(\text{orb}) - \mathbf{A}^b_0 \mathbf{R}^a_b(\text{spin}) \right) \quad (2.77)$$

e implican que la ley del magnetismo de Gauss en la teoría ECE:

$$\nabla \cdot \mathbf{B}^a = 0 \quad (2.78)$$

y la ley de inducción de Faraday:

$$\frac{\partial \mathbf{B}^a}{\partial t} + \nabla \times \mathbf{E}^a = \mathbf{0}. \quad (2.79)$$

La identidad de Evans da

$$\nabla \cdot \mathbf{E}^a = \frac{\rho^a}{\epsilon_0} = \boldsymbol{\omega}^a_b \cdot \mathbf{E}^b - c\mathbf{A}^b \cdot \mathbf{R}^a_b(\text{orb}) \quad (2.80)$$

y

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{B}^a - \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}^a}{\partial t} &= \mu_0 \mathbf{J}^a \\ &= \boldsymbol{\omega}^a_b \times \mathbf{B}^b + \frac{\omega_0}{c} \mathbf{E}^b - \mathbf{A}^b_0 \mathbf{R}^a_b(\text{orb}) - \mathbf{A}^b \times \mathbf{R}^a_b(\text{spin}). \end{aligned} \quad (2.81)$$

La Ec. (2.80) define la densidad de carga eléctrica:

$$\rho^a = \epsilon_0 \left(\boldsymbol{\omega}^a_b \cdot \mathbf{E}^b - c\mathbf{A}^b \cdot \mathbf{R}^a_b(\text{orb}) \right) \quad (2.82)$$

y la Ec. (2.81) define la densidad de corriente eléctrica:

$$\mathbf{J}^a = \frac{1}{\mu_0} \left(\boldsymbol{\omega}^a_b \times \mathbf{B}^b + \frac{\omega_0}{c} \mathbf{E}^b - \left(\mathbf{A}^b \times \mathbf{R}^a_b(\text{spin}) + \mathbf{A}^b_0 \mathbf{R}^a_b(\text{orb}) \right) \right). \quad (2.83)$$

Con estas definiciones, las ecuaciones de campo inhomogéneas devienen la ley de Coulomb:

$$\nabla \cdot \mathbf{E}^a = \rho^a / \epsilon_0 \quad (2.84)$$

y la ley de Ampère Maxwell:

$$\nabla \times \mathbf{B}^a - \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}^a}{\partial t} = \mu_0 \mathbf{J}^a. \quad (2.85)$$

2.5 Las Ecuaciones de Campo de la Gravitación.

Tal como se demostró en el Modelo de Ingeniería, las ecuaciones de campo de la gravitación son las dos ecuaciones de campo homogéneas:

$$\nabla \cdot \mathbf{h} = 4\pi G \rho_{gm} \quad (2.86)$$

y

$$\nabla \times \mathbf{g} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial t} = \frac{4\pi G}{c} \mathbf{j}_{gm} \quad (2.87)$$

y las dos ecuaciones inhomogéneas:

$$\nabla \cdot \mathbf{g} = 4\pi G \rho_m \quad (2.88)$$

y

$$\nabla \times \mathbf{h} - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial t} = \frac{4\pi G}{c} \mathbf{J}_m. \quad (2.89)$$

Aquí, \mathbf{g} es la aceleración debida a la gravedad, y \mathbf{h} es el campo gravitomagnético, definido por las ecuaciones estructurales de Cartan Maurer como:

$$\mathbf{g} = -\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} - \nabla \Phi - \omega_0 \mathbf{Q} + \Phi \boldsymbol{\omega} \quad (2.90)$$

y

$$\boldsymbol{\Omega} = \nabla \times \mathbf{Q} - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{Q}. \quad (2.91)$$

En la física newtoniana solamente existe la Ec. (2.88), donde G es la constante de Newton y donde ρ_m es la densidad de la masa. Los términos ρ_{gm} y \mathbf{J}_{gm} son, respectivamente, las (hipotéticas) densidad de masa y de corriente gravitomagnética. En las ecuaciones ECE hay un campo gravitomagnético \mathbf{h} (desarrollado en los documentos UFT 117 y UFT 118) y una ley de Faraday de inducción gravitacional, la Ec. (2.87), desarrollada en el documento UFT 75. Éste último documento describe la evidencia experimental para la ley de inducción gravitacional, y los documentos UFT 117 y UFT 118 utilizan el campo gravitomagnético para explicar la precesión no explicable mediante la teoría de Newton.

Es probable que todos los campos predichos por la teoría ECE de la gravitación serán descubiertos eventualmente, porque se basan en geometría, tal como lo propugnaba Kepler. Durante el transcurso del desarrollo de la teoría ECE se han producido muchos avances en el electromagnetismo y la gravitación. Hubo espacio aquí para un breve resumen de recopilación.

Capítulo 3

Teoría ECE y Campos de Beltrami.

3.1 Introducción.

Hacia finales del siglo XIX, el matemático italiano Eugenio Beltrami desarrolló un sistema de ecuaciones para la descripción de flujo hidrodinámico en el que el rotacional de un vector es proporcional al vector mismo [26]. Un ejemplo de esto es el empleo del vector velocidad. Por un largo período, esta solución no se empleó fuera del campo de la hidrodinámica, pero en la década de los cincuenta comenzó a ser utilizado por investigadores tales como Alfven y Chandrasekhar en el campo de la cosmología, en específico con galaxias en espiral. El campo de Beltrami, como comenzó a conocerse, se ha observado en vórtices de plasma, y tal como lo comentó Reed [27] es indicativo de un tipo de electrodinámica tal como la ECE. Por lo tanto, este capítulo se refiere a la forma en la que la electrodinámica ECE se reduce a la electrodinámica de Beltrami, y con otras aplicaciones de la electrodinámica de Beltrami, tales como una nueva teoría de la estructura del partón de las partículas elementales. La teoría ECE se basa en la geometría y es ubícua a través de toda la naturaleza en todas las escalas, y también lo es la teoría de Beltrami, la cual puede considerarse como una sub-teoría de la teoría ECE.

3.2 Deducción de la Ecuación de Beltrami.

Consideremos la identidad de Cartan en notación vectorial, obtenida en el Capítulo 2:

$$\nabla \cdot \omega^a_b \times \mathbf{q}^b = \mathbf{q}^b \cdot \nabla \times \omega^a_c - \omega^a_b \cdot \nabla \times \mathbf{q}^b. \quad (3.1)$$

En ausencia de un monopolo magnético:

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\omega}^a_b \times \mathbf{q}^b = 0 \quad (3.2)$$

de manera que:

$$\mathbf{q}^b \cdot \nabla \times \boldsymbol{\omega}^a_b = \boldsymbol{\omega}^a_b \cdot \nabla \times \mathbf{q}^b. \quad (3.3)$$

Asumamos que la conexión de espín es un vector axial dual en su espacio de índice a un tensor antisimétrico:

$$\boldsymbol{\omega}^a_b = \epsilon^a_{bc} \boldsymbol{\omega}^c \quad (3.4)$$

donde ϵ^a_{bc} es el tensor unitario totalmente antisimétrico en tres dimensiones. Entonces la Ec. (3.3) se reduce a:

$$\mathbf{q}^b \cdot \nabla \times \boldsymbol{\omega}^c = \boldsymbol{\omega}^c \cdot \nabla \times \mathbf{q}^b. \quad (3.5)$$

Un ejemplo de esto en el electromagnetismo es:

$$\mathbf{A}^{(2)} \cdot \nabla \times \boldsymbol{\omega}^{(1)} = \boldsymbol{\omega}^{(1)} \cdot \nabla \times \mathbf{A}^{(2)} \quad (3.6)$$

en la base circular compleja ((1), (2), (3)). El potencial vectorial viene definido por la hipótesis de la teoría ECE:

$$\mathbf{A}^a = A^{(0)} \mathbf{q}^a. \quad (3.7)$$

A partir la Ec. (2.76) del Capítulo 2, la condición geométrica para la ausencia de un monopolo magnético es:

$$\boldsymbol{\omega}^a_b \cdot \mathbf{B}^b = \mathbf{A}^b \cdot \mathbf{R}^a_b \text{ (spin)} \quad (3.8)$$

donde la Ec.(2.63) de la curvatura de espín se define mediante:

$$\mathbf{R}^a_b(\text{spin}) = \nabla \times \boldsymbol{\omega}^a_b - \boldsymbol{\omega}^a_c \times \boldsymbol{\omega}^c_b \quad (3.9)$$

y donde \mathbf{B}^a es el vector de densidad de flujo magnético. Utilizando la Ec. (3.4):

$$\mathbf{R}^c(\text{spin}) = \nabla \times \boldsymbol{\omega}^c - \boldsymbol{\omega}^b \times \boldsymbol{\omega}^a. \quad (3.10)$$

En la base circular compleja definida por la Ec. (3.6), las curvaturas de espín son:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}^{(1)}(\text{spin}) &= \nabla \times \boldsymbol{\omega}^{(1)} + i \boldsymbol{\omega}^{(3)} \times \boldsymbol{\omega}^{(1)} \\ \mathbf{R}^{(2)}(\text{spin}) &= \nabla \times \boldsymbol{\omega}^{(2)} + i \boldsymbol{\omega}^{(2)} \times \boldsymbol{\omega}^{(3)} \\ \mathbf{R}^{(3)}(\text{spin}) &= \nabla \times \boldsymbol{\omega}^{(3)} + i \boldsymbol{\omega}^{(1)} \times \boldsymbol{\omega}^{(2)} \end{aligned} \quad (3.11)$$

y los vectores de densidad de flujo magnético son:

$$\begin{aligned} \mathbf{B}^{(1)} &= \nabla \times \mathbf{A}^{(1)} + i \boldsymbol{\omega}^{(3)} \times \mathbf{A}^{(1)} \\ \mathbf{B}^{(2)} &= \nabla \times \mathbf{A}^{(2)} + i \boldsymbol{\omega}^{(2)} \times \mathbf{A}^{(2)} \\ \mathbf{B}^{(3)} &= \nabla \times \mathbf{A}^{(3)} + i \boldsymbol{\omega}^{(1)} \times \mathbf{A}^{(3)}. \end{aligned} \quad (3.12)$$

La Ec. (8) puede ejemplificarse mediante:

$$\boldsymbol{\omega}^{(1)} \cdot \mathbf{B}^{(2)} = \mathbf{A}^{(1)} \cdot \mathbf{R}^{(2)}(\text{spin}) \quad (3.13)$$

la cual puede desarrollarse como:

$$\boldsymbol{\omega}^{(1)} \cdot (\nabla \times \mathbf{A}^{(2)} + i \boldsymbol{\omega}^{(2)} \times \mathbf{A}^{(3)}) \quad (3.14)$$

$$= \mathbf{A}^{(1)} \cdot (\nabla \times \boldsymbol{\omega}^{(2)} + i \boldsymbol{\omega}^{(2)} \times \boldsymbol{\omega}^{(3)}).$$

Posibles soluciones son

$$\boldsymbol{\omega}^{(i)} = \pm \frac{\kappa}{A^{(0)}} \mathbf{A}^{(i)}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (3.15)$$

y con el objeto de ser consistente con la solución original [1-10] de $\mathbf{B}^{(3)}$ se desarrolla el signo negativo:

$$\mathbf{B}^{(3)} = \nabla \times \mathbf{A}^{(3)} - i \frac{\kappa}{A^{(0)}} \mathbf{A}^{(1)} \times \mathbf{A}^{(2)} \quad \text{et cyclicum.} \quad (3.16)$$

A partir de la Ec. (3.2):

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\omega}^{(3)} \times \mathbf{A}^{(1)} = 0 \quad (3.17)$$

y la siguiente es una identidad del análisis vectorial:

$$\nabla \cdot \nabla \times \mathbf{A}^{(1)} = 0. \quad (3.18)$$

Una posible solución de la Ec. (3.17) es:

$$\nabla \times \mathbf{A}^{(1)} = i \boldsymbol{\omega}^{(3)} \times \mathbf{A}^{(1)} = -i \frac{\kappa}{A^{(0)}} \mathbf{A}^{(3)} \times \mathbf{A}^{(1)}. \quad (3.19)$$

Análogamente:

$$\nabla \times \mathbf{A}^{(2)} = i \boldsymbol{\omega}^{(2)} \times \mathbf{A}^{(3)} = -i \frac{\kappa}{A^{(0)}} \mathbf{A}^{(2)} \times \mathbf{A}^{(3)}. \quad (3.20)$$

Ahora multiplicamos ambos lados de las ecuaciones base (3.6) a (3.8) del Cap. 2 por

$$A^{(0)2} e^{i\varphi} e^{-i\varphi} \quad (3.21)$$

donde la fase electromagnética es:

$$\varphi = \omega t - \kappa Z \quad (3.22)$$

para hallar la ecuación cíclica:

$$\mathbf{A}^{(1)} \times \mathbf{A}^{(2)} = i A^{(0)} \mathbf{A}^{(3)*} \quad \text{et cyclicum} \quad (3.23)$$

donde:

$$\mathbf{A}^{(1)} = \mathbf{A}^{(2)*} = A^{(0)} \mathbf{e}^{(1)} e^{i\varphi} = \frac{A^{(0)}}{\sqrt{2}} (\mathbf{i} - i\mathbf{j}) e^{i\varphi}, \quad (3.24)$$

$$\mathbf{A}^{(3)} = A^{(0)} \mathbf{e}^{(3)} = A^{(0)} \mathbf{k}. \quad (3.25)$$

A partir de las Ecs. (3.23-3.25):

$$\nabla \times \mathbf{A}^{(1)} = \kappa \mathbf{A}^{(1)} \quad (3.26)$$

$$\nabla \times \mathbf{A}^{(2)} = \kappa \mathbf{A}^{(2)} \quad (3.27)$$

$$\nabla \times \mathbf{A}^{(3)} = 0 \mathbf{A}^{(3)} \quad (3.28)$$

que son ecuaciones de Beltrami [26], [27].

El análisis anterior puede simplificarse si se considera solamente un componente de los dos componentes conjugados, etiquetados como (1) y (2). Este procedimiento, sin embargo, pierde información en general. Al considerar un componente, la Ec. (3.1) se simplifica a:

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{q} = \mathbf{q} \cdot \nabla \times \boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega} \cdot \nabla \times \mathbf{q} \quad (3.29)$$

y la suposición de un monopolo magnético igual a cero conduce a:

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{q} = 0 \quad (3.30)$$

lo cual implica

$$\boldsymbol{\omega} \cdot \nabla \times \mathbf{q} = \mathbf{q} \cdot \nabla \times \boldsymbol{\omega}. \quad (3.31)$$

Procediendo como en la Nota de Acompañamiento 257(7) publicada en la sección UFT del portal www.aijas.us, conduce a:

$$\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{B} = \mathbf{A} \cdot \nabla \times \boldsymbol{\omega} \quad (3.32)$$

donde:

$$\mathbf{R} \text{ (spin)} = \nabla \times \boldsymbol{\omega} \quad (3.33)$$

es el formato simplificado de la curvatura de espín. A partir de las Ecs. (3.31) y (3.32):

$$\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{B} = \mathbf{A} \cdot \nabla \times \boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega} \cdot \nabla \times \mathbf{A} \quad (3.34)$$

de manera que:

$$\mathbf{B} = \mathbf{A} \cdot \nabla \times \mathbf{A}. \quad (3.35)$$

Sin embargo, en la teoría ECE:

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{A} \quad (3.36)$$

de manera que las Ecs. (3.35) y (3.36) implican:

$$\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{A} = \mathbf{0}. \quad (3.37)$$

Por lo tanto, en este modelo simplificado, el vector de conexión de espín es paralelo al potencial vectorial. Estos resultados son consistentes con [1-10]:

$$p^\mu = eA^\mu = \hbar\kappa^\mu = \hbar\omega^\mu \quad (3.38)$$

a partir de la prescripción mínima. De manera que en este modelo simplificado:

$$\omega^\mu = (\omega_0, \boldsymbol{\omega}) = \frac{e}{\hbar} A^\mu = \frac{e}{\hbar} (A_0, \mathbf{A}). \quad (3.39)$$

La fuerza de campo eléctrico se define en el modelo simplificado mediante:

$$\mathbf{E} = -\nabla\varphi - \frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t} - c\omega_0\mathbf{A} + \varphi\boldsymbol{\omega} \quad (3.40)$$

donde el potencial escalar es

$$\varphi = cA_0. \quad (3.41)$$

A partir de las Ecs. (3.39) y (3.40):

$$\mathbf{E} = -\nabla\varphi - \frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t}, \quad (3.42)$$

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}, \quad (3.43)$$

que es igual a la estructura dada por Heaviside, pero en este caso estas ecuaciones se han deducido a partir de la relatividad general y la geometría de Cartan, mientras que la estructura de Heaviside tiene un origen empírico. Las ecuaciones (3.29) a (3.43), sin embargo, están sobre-simplificadas, porque se deducen considerando uno de dos complejos conjugados, (1) y (2).

Por lo tanto, se deducen empleando álgebra real en lugar de álgebra de números complejos. Pierden el campo $\mathbf{B}^{(3)}$ y también la resonancia de conexión de espín, desarrollada posteriormente en este libro. En el caso de interacción entre materia y campo, la fuerza de campo eléctrico \mathbf{E} se sustituye por el desplazamiento eléctrico \mathbf{D} , y la densidad de flujo magnético \mathbf{B} por la fuerza de campo magnético \mathbf{H} :

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}, \quad (3.44)$$

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu_0} (\mathbf{B} - \mathbf{M}), \quad (3.45)$$

donde \mathbf{P} es la polarización, \mathbf{M} es la magnetización, ϵ_0 es la permitividad en el vacío y μ_0 es la permeabilidad en el vacío. Las cuatro ecuaciones de la electrodinámica para cada uno de los índices (1) o (2) son:

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (3.46)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \mathbf{0} \quad (3.47)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (3.48)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (3.49)$$

donde ρ es la densidad de carga eléctrica y \mathbf{J} es la densidad de corriente.

La ley del magnetismo de Gauss:

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (3.50)$$

implica la ecuación magnética de Beltrami [27]:

$$\nabla \times \mathbf{B} = \kappa \mathbf{B} \quad (3.51)$$

porque:

$$\frac{1}{\kappa} \nabla \cdot \nabla \times \mathbf{B} = 0. \quad (3.52)$$

De manera que la ecuación magnética de Beltrami es una consecuencia de la ausencia de un monopolo magnético, y la solución de Beltrami siempre resulta una solución válida.

A partir de las Ecs. (3.49) y (3.51)

$$\nabla \times \mathbf{B} = \kappa \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (3.53)$$

y para la magnetostática, o si la corriente de desplazamiento de Maxwell es pequeña:

$$\mathbf{B} = \mu_0 \kappa \mathbf{J}. \quad (3.54)$$

En este caso, la densidad del flujo magnético es proporcional a la densidad de corriente. A partir de la Ec. 3.51:

$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{\mu_0}{\kappa} \nabla \times \mathbf{J} = \kappa \mathbf{B} \quad (3.55)$$

de manera que

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{\kappa^2} \nabla \times \mathbf{J}. \quad (3.56)$$

Las Ecs. (3.54) y (3.56) implican que la densidad de corriente debe de poseer la estructura:

$$\nabla \times \mathbf{J} = \kappa \mathbf{J} \quad (3.57)$$

con el objeto de producir una ecuación de Beltrami (3.51) en magnetostática. La Ec. (3.54) sugiere que el chorro observado desde el plano de giro de una galaxia en espiral es una solución longitudinal de la ecuación de Beltrami, una corriente $\mathbf{J}^{(3)}$ asociada con un campo $\mathbf{B}^{(3)}$.

En las interacciones entre campo y materia, la ecuación eléctrica de Beltrami:

$$\nabla \times \mathbf{E} = \kappa \mathbf{E} \quad (3.58)$$

no resulta válida porque no es consistente con la ley de Coulomb:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}. \quad (3.59)$$

A partir de las Ecs. (3.58) y (3.59):

$$\nabla \cdot \nabla \times \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \kappa \quad (3.60)$$

que viola la identidad vectorial:

$$\nabla \cdot \nabla \times \mathbf{E} = 0. \quad (3.61)$$

La ecuación eléctrica de Beltrami:

$$\nabla \times \mathbf{E} = \kappa \mathbf{E} \quad (3.62)$$

resulta válida para el campo electromagnético libre.

Consideremos las cuatro ecuaciones del campo electromagnético libre:

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (3.63)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \mathbf{0} \quad (3.64)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (3.65)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \mathbf{0} \quad (3.66)$$

Para cada índice de la base circular compleja. Resulta entonces, a partir de las Ecs. (3.64) y (3.66) que:

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{B}) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \nabla \times \mathbf{E} \quad (3.67)$$

y:

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = - \frac{\partial}{\partial t} \nabla \times \mathbf{B}. \quad (3.68)$$

Las soluciones para onda de plano transversal son:

$$\mathbf{E} = \frac{E^{(0)}}{\sqrt{2}} (\mathbf{i} - i\mathbf{j}) e^{i\varphi} \quad (3.69)$$

y

$$\mathbf{B} = \frac{B^{(0)}}{\sqrt{2}} (\mathbf{i}\mathbf{i} + \mathbf{j}) e^{i\varphi} \quad (3.70)$$

donde:

$$\varphi = \omega t - \kappa Z \quad (3.71)$$

y donde ω es la velocidad angular al instante t y κ es la magnitud del vector onda en Z .

A partir de análisis vectorial:

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{B}) = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{B}) - \nabla^2 \mathbf{B} \quad (3.72)$$

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E} \quad (3.73)$$

y para el campo libre electromagnético las divergencias desaparecen, de manera que obtenemos las ecuaciones de onda de Helmholtz:

$$(\nabla^2 + \kappa^2) \mathbf{B} = 0 \quad (3.74)$$

y

$$(\nabla^2 + \kappa^2) \mathbf{E} = 0. \quad (3.75)$$

Estas son las ecuaciones triaxiales:

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{B}) = \kappa \nabla \times \mathbf{B} = \kappa^2 \mathbf{B} \quad (3.76)$$

y

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = \kappa \nabla \times \mathbf{E} = \kappa^2 \mathbf{E}. \quad (3.77)$$

De manera que las soluciones de las ecuaciones de Beltrami también son soluciones de las ecuaciones de onda de Helmholtz. A partir de las Ecs. (3.64), (3.67) y (3.76):

$$-\nabla^2 \mathbf{B} - \frac{\kappa}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \left(-\nabla^2 + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \mathbf{B} = 0 \quad (3.78)$$

que es la ecuación de d'Alembert:

$$\mathbf{B} = \mathbf{0}. \quad (3.79)$$

Para una masa finita del fotón, implícita en las soluciones longitudinales del campo electromagnético libre:

$$\hbar^2 \omega^2 = c^2 \hbar^2 \kappa^2 + m_0^2 c^4 \quad (3.80)$$

en cuyo caso:

$$\left(\square + \left(\frac{m_0 c}{\hbar} \right)^2 \right) \mathbf{B} = \mathbf{0} \quad (3.81)$$

que es la ecuación de Proca. Esto se dedujo por primera vez en la teoría ECE a partir del postulado de la tétrada de la geometría de Cartan, y se comenta posteriormente en este libro.

A partir de las Ecs. (3.67) y (3.68):

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \nabla \times \mathbf{B} = -\omega^2 \nabla \times \mathbf{B} \quad (3.82)$$

y:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \nabla \times \mathbf{E} = -\omega^2 \nabla \times \mathbf{E}. \quad (3.83)$$

En general:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} e^{i\varphi} = -\omega^2 e^{i\varphi} \quad (3.84)$$

y

$$e^{i\varphi} = e^{i\omega t} e^{-i\kappa Z} \quad (3.85)$$

de manera que la solución general para la ecuación de Beltrami

$$\nabla \times \mathbf{B} = \kappa \mathbf{B} \quad (3.86)$$

también será una solución general de las ecuaciones (3.63) a (3.66) multiplicada por el factor de fase $\exp(i\omega t)$.

La teoría ECE puede emplearse para mostrar que la densidad de flujo magnético, el potencial vectorial y el vector de conexión de espín siempre son vectores de Beltrami, con intrincadas estructuras en general, soluciones de la ecuación de Beltrami. La estructura de Beltrami del potencial vectorial se demuestra en la física ECE a partir de la estructura de Beltrami de la densidad de flujo magnético \mathbf{B} . La parte espacial de la identidad de Cartan también posee una estructura de Beltrami. Si se utiliza álgebra del campo real, la estructura de Beltrami de \mathbf{B} refuta de inmediato la invariancia gauge $U^{(1)}$, porque \mathbf{B} se vuelve directamente proporcional a \mathbf{A} . Resulta entonces que la masa del fotón es idénticamente distinta de cero, sea cual fuere su pequeña magnitud. Por lo tanto, no existe el bosón de Higgs en la naturaleza, porque éste es resultado de invariancia gauge $U^{(1)}$. La estructura de Beltrami de \mathbf{B} es resultado directo de la ley del magnetismo de Gauss y de la ausencia de un monopolo magnético. Es difícil concebir por qué la invariancia gauge $U^{(1)}$ se adoptó alguna vez como teoría, porque su refutación resulta trivial. Una vez descartada la invariancia gauge $U(1)$, surge un rico conjunto de nuevas ideas y resultados. La ecuación de Beltrami de la densidad de flujo magnético en la física ECE es:

$$\nabla \times \mathbf{B}^a = \kappa \mathbf{B}^a. \quad (3.87)$$

En el caso más sencillo κ es un vector-onda, pero puede volverse sumamente intrincado.

Combinando la Ec. (3.87) con la ley de Ampere Maxwell de la física ECE:

$$\nabla \times \mathbf{B}^a = \mu_0 \mathbf{J}^a + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}^a}{\partial t} \quad (3.88)$$

la densidad de flujo magnético viene dada directamente por:

$$\mathbf{B}^a = \frac{1}{\kappa} \left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}^a}{\partial t} + \mu_0 \mathbf{J}^a \right). \quad (3.89)$$

Utilizando la ley de Coulomb de la física ECE:

$$\nabla \cdot \mathbf{E}^a = \frac{\rho^a}{\epsilon_0} \quad (3.90)$$

se encuentra que:

$$\nabla \cdot \mathbf{B}^a = \frac{\mu_0}{\kappa} \left(\frac{\partial \rho^a}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{J}^a \right) = 0 \quad (3.91)$$

un resultado que se obtiene a partir de:

$$\epsilon_0 \mu_0 = \frac{1}{c^2} \quad (3.92)$$

donde c es la constante universal conocida como la velocidad de la luz en el vacío. La conservación de la densidad de corriente de carga en la física ECE es:

$$\frac{\partial \rho^a}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{J}^a = 0 \quad (3.93)$$

de manera que \mathbf{B}^a siempre es un vector de Beltrami.

En la física simplificada a partir de álgebra en el campo real:

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}, \quad (3.94)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \kappa \nabla \times \mathbf{A}, \quad (3.95)$$

donde \mathbf{A} es el potencial vectorial. Las Ecs. (3.94) y (3.95) muestra inmediatamente que en la física $U^{(1)}$ el potencial vectorial también cumple con una ecuación de Beltrami:

$$\nabla \times \mathbf{A} = \kappa \mathbf{A}, \quad (3.96)$$

$$\mathbf{B} = \kappa \mathbf{A} \quad (3.97)$$

de manera que en esta teoría simplificada la densidad de flujo magnético es directamente proporcional al potencial vectorial \mathbf{A} . Se deduce de inmediato que \mathbf{A} no puede ser invariante gauge $U^{(1)}$ porque la invariancia gauge $U^{(1)}$ significa:

$$\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{A} + \nabla \psi \quad (3.98)$$

y si se cambia \mathbf{A} , entonces cambia \mathbf{B} . El dogma obsoleto de la física $U^{(1)}$ afirmaba que la Ec. (3.98) no cambia ninguna cantidad física. Este dogma resulta obviamente incorrecto, porque \mathbf{B} es una cantidad física, y la Ec. (3.97) la modifica. Por lo tanto, existe una masa finita para el fotón y no existe el bosón de Higgs. La masa finita del fotón y la ecuación de Proca se desarrollan más adelante en este libro, y se resume la teoría aquí por facilidad de referencia. La ecuación de Proca [1-10] puede desarrollarse como:

$$\nabla \cdot \mathbf{B}^a = 0 \quad (3.99)$$

$$\nabla \times \mathbf{E}^a + \frac{\partial \mathbf{B}^a}{\partial t} = \mathbf{0} \quad (3.100)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E}^a = \frac{\rho^a}{\epsilon_0} \quad (3.101)$$

$$\nabla \times \mathbf{B}^a - \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}^a}{\partial t} = \mu_0 \mathbf{J}^a \quad (3.102)$$

donde la 4-densidad de corriente es:

$$J^{a\mu} = (c\rho^a, \mathbf{J}^a) \quad (3.103)$$

y donde el 4-potencial es:

$$A^{a\mu} = \left(\frac{\varphi^a}{c}, \mathbf{A}^a \right). \quad (3.104)$$

La teoría de Proca afirma que:

$$\mathbf{J}^{a\mu} = -\epsilon_0 \left(\frac{mc}{\hbar} \right)^2 A^{a\mu} \quad (3.105)$$

donde m es la masa finita del fotón y \hbar es la constante reducida de Planck.

Por lo tanto:

$$\rho^a = -\epsilon_0 c^2 \left(\frac{mc}{\hbar} \right)^2 \varphi^a, \quad (3.106)$$

$$\mathbf{J}^a = -\epsilon_0 c^2 \left(\frac{mc}{\hbar} \right)^2 \mathbf{A}^a. \quad (3.107)$$

La ecuación de Proca fue inferida a mediados de la década de 1930, pero casi no figura en los libros de texto. Esto constituye un resultado desafortunado del dogma incorrecto, al afirmar que la masa del fotón es igual a cero, a pesar de haber sido postulado por Einstein, alrededor de 1905, como partícula o corpúsculo, tal como lo hizo Newton antes que él. La teoría de Proca $U^{(1)}$, en unidades del S.I., es:

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} = \frac{J^\nu}{\epsilon_0} = -\left(\frac{mc}{\hbar} \right)^2 A^\nu. \quad (3.108)$$

Resulta de inmediato que:

$$\partial_\nu \partial_\mu F^{\mu\nu} = \frac{1}{\epsilon_0} \partial_\nu J_\nu = -\left(\frac{mc}{\hbar} \right)^2 \partial_\nu A^\nu = 0. \quad (3.109)$$

y que:

$$\partial_\mu J^\mu = \partial_\mu A^\mu = 0. \quad (3.110)$$

La Ec. (3.109) equivale a la conservación de densidad de corriente de carga, y la Ec (3.110) es la condición de Lorenz. En la ecuación de Proca la condición de Lorenz no tiene nada que ver con la invariancia gauge. La invariancia gauge U(1) significa que:

$$A^\mu \rightarrow A^\mu + \partial^\mu \chi \quad (3.111)$$

y a partir de la Ec. (3.108) resulta trivialmente aparente que el campo y la densidad de corriente de carga de Proca cambian bajo la transformación (3.111), de manera que no son invariantes gauge, QED. La totalidad del edificio de la electrodinámica U⁽¹⁾ se colapsa tan pronto se considera la masa del fotón.

En notación vectorial, la Ec. (3.109) es

$$\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{1}{c\epsilon_0} \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (3.112)$$

y

$$\nabla \cdot \nabla \times \mathbf{B} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \nabla \cdot \mathbf{E} = \mu_0 \nabla \cdot \mathbf{J} = 0. \quad (3.113)$$

Ahora utilizamos:

$$\nabla \cdot \nabla \times \mathbf{B} = 0 \quad (3.114)$$

y la ley de Coulomb de esta teoría simplificada (sin índice *a*):

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (3.115)$$

para encontrar que:

$$- \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \frac{\partial \rho}{\partial t} = \mu_0 \nabla \cdot \mathbf{J} \quad (3.116)$$

que es la ecuación de conservación de corriente de carga:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{J} = 0. \quad (3.117)$$

En la teoría de Proca, la Ec. (3.110) implica el gauge de Lorenz como se le conoce en la física establecida:

$$\partial_\mu A^\mu = \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{A} = 0. \quad (3.118)$$

La ecuación de onda de Proca en el desarrollo usual [31], [32] se obtiene a partir de la definición $U^{(1)}$ del tensor de campo:

$$F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu \quad (3.119)$$

de manera que

$$\partial_\mu (\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu) = \square A^\nu - \partial^\nu \partial_\mu A^\mu = - \left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2 A^\nu \quad (3.120)$$

En donde

$$\partial_\mu A^\mu = 0. \quad (3.121)$$

La Ec. (3.121) se obtiene a partir de la Ec. (3.108) en la física de Proca, pero en la física tradicional $U^{(1)}$, con una masa de fotón idénticamente igual a cero, el gauge de Lorenz debe estimarse, y es arbitrario. De manera que la ecuación de Proca en el desarrollo tradicional [31], [32] es:

$$\left(\square + \left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2 \right) A^\nu = 0. \quad (3.122)$$

En la física ECE [1-10] la Ec. (3.122) se obtiene a partir del postulado de la tetrada de la geometría de Cartan y deviene:

$$\left(\square + \left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2 \right) A^a{}_\mu = 0. \quad (3.123)$$

En la física ECE la conservación de la densidad de corriente de carga es:

$$\partial_{\mu} J^{a\mu} = 0 \quad (3.124)$$

y es consistente con las Ecs. (3.48) y (3.49).

En la física ECE la densidad de carga eléctrica es geométrica en origen y es:

$$\rho^a = \epsilon_0 \left(\omega^{a_b} \cdot \mathbf{E}^b - c \mathbf{A}^b \cdot \mathbf{R}^{a_b}(\text{orb}) \right) \quad (3.125)$$

y la densidad de corriente eléctrica es:

$$\mathbf{J}^a = \frac{1}{\mu_0} \left(\omega^{a_b} \times \mathbf{B}^b + \frac{\omega_0}{c} \mathbf{E}^b - \mathbf{A}^b \times \mathbf{R}^{a_b}(\text{spin}) - A^b \mathbf{R}^{a_b}(\text{orb}) \right). \quad (3.126)$$

Aquí, $\mathbf{R}^{a_b}(\text{spin})$ y $\mathbf{R}^{a_b}(\text{orb})$ son los componentes de espín y orbital del tensor de curvatura [1-10]. De manera que las Ecs. (3.93), (3.125) y (3.126) dan muchas nuevas ecuaciones de la física que pueden desarrollarse sistemáticamente en trabajos futuros. En el campo de la magnetostática, por ejemplo, las ecuaciones relevantes son:

$$\nabla \cdot \mathbf{B}^a = 0, \quad (3.127)$$

$$\nabla \times \mathbf{B}^a = \mu_0 \mathbf{J}^a, \quad (3.128)$$

y

$$\nabla \cdot \mathbf{J}^a = \nabla \cdot \nabla \times \mathbf{B}^a = 0 \quad (3.129)$$

De manera que se obtiene, a partir de la conservación de corriente de carga, que:

$$\frac{\partial \rho^a}{\partial t} = 0. \quad (3.130)$$

Si se supone que el potencial escalar es igual a cero en magnetostática, que es la suposición habitual, entonces:

$$\mathbf{J}^a = \frac{1}{\mu_0} (\boldsymbol{\omega}^{a_b} \times \mathbf{B}^b - \mathbf{A}^b \times \mathbf{R}^{a_b}(\text{spin})) \quad (3.131)$$

porque no hay campo eléctrico presente. Resulta entonces, a partir de las Ecs. (3.129) y (3.131) que

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\omega}^{a_b} \times \mathbf{B}^b = \nabla \cdot \mathbf{A}^b \times \mathbf{R}^{a_b}(\text{spin}) \quad (3.132)$$

en la magnetostática de la teoría ECE.

En el documento UFT258 y en documentos inmediatamente precedentes de esta serie, se ha demostrado que, en ausencia de un monopolo magnético:

$$\boldsymbol{\omega}^{a_b} \cdot \mathbf{B}^b = \mathbf{A}^b \cdot \mathbf{R}^{a_b}(\text{spin}) \quad (3.133)$$

y que en la parte espacial de la identidad de Cartan, en ausencia del monopolo magnético, se obtienen las dos ecuaciones:

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\omega}^{a_b} \times \mathbf{A}^b = 0 \quad (3.134)$$

y

$$\boldsymbol{\omega}^{a_b} \cdot \nabla \times \mathbf{A}^b = \mathbf{A}^b \cdot \nabla \times \boldsymbol{\omega}^{a_b}. \quad (3.135)$$

En la física ECE, la densidad de flujo magnético es:

$$\mathbf{B}^a = \nabla \times \mathbf{A}^a - \boldsymbol{\omega}^{a_b} \times \mathbf{A}^b \quad (3.136)$$

de manera que la ecuación de Beltrami da:

$$\nabla \times \mathbf{B}^a = \kappa \mathbf{B}^a = \kappa \nabla \times \mathbf{A}^a - \boldsymbol{\omega}^{a_b} \times \mathbf{A}^b. \quad (3.137)$$

La Ec. (3.134) de la parte espacial de la identidad de Cartan también es una ecuación de Beltrami, como también lo es cualquier ecuación no divergente:

$$\nabla \times \omega^{a_b} \times \mathbf{A}^b = \kappa \omega^{a_b} \times \mathbf{A}^b. \quad (3.138)$$

A partir de la Ec. (3.137):

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}^a) - \nabla \times \omega^{a_b} \times \mathbf{A}^b = \kappa \nabla \times \mathbf{A}^a - \omega^{a_b} \times \mathbf{A}^b. \quad (3.139)$$

Utilizando la Ec. (3.138):

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}^a) = \kappa \nabla \times \mathbf{A}^a \quad (3.140)$$

lo cual implica que el potencial vectorial también es definido en general por una ecuación de Beltrami:

$$\nabla \times \mathbf{A}^a = \kappa \mathbf{A}^a \quad (3.141)$$

QED. Esto constituye un resultado generalmente válido de la física ECE, que implica que:

$$\nabla \cdot \mathbf{A}^a = 0. \quad (3.142)$$

A partir de la Ec. (3.110) resulta que:

$$\frac{\partial \rho^a}{\partial t} = 0 \quad (3.143)$$

es un resultado general de la física ECE. A partir de las Ecs. (3.135) y (3.141):

$$\nabla \times \omega^{a_b} = \kappa \omega^{a_b} \quad (3.144)$$

de manera que el vector de conexión de espín de la física ECE también queda definido en general por una ecuación de Beltrami. Este importante resultado puede verificarse en forma cruzada, para consistencia interna, utilizando la Nota 258(4) publicada en el portal

www.aias.us , comenzando a partir de la Ec.(3.50) de este documento. Considerando la componente X, por ejemplo:

$$\omega^{aXb} (\nabla \times \mathbf{A}^a)_X = A^b_X (\nabla \times \omega^{a_b})_X \quad (3.145)$$

y resulta entonces que:

$$\frac{1}{A^b_X} (\nabla \times \mathbf{A}^{(1)})_X = \frac{1}{\omega^{a(1)}_X} (\nabla \times \omega^{a(1)})_X \quad (3.146)$$

y análogamente para los componentes Y y Z. Para que esto sea una ecuación de Beltrami, las Ecs. (3.141) y (3.144) deben ser ciertas, QED.

En magnetostática hay resultados adicionales que emergen como sigue.

A partir de análisis vectorial:

$$\nabla \cdot \omega^{a_b} \times \mathbf{B}^b = \mathbf{B}^b \cdot \nabla \times \omega^{a_b} - \omega^{a_b} \cdot \nabla \times \mathbf{B}^b \quad (3.147)$$

y

$$\nabla \cdot \mathbf{A}^b \times \mathbf{R}^{a_b}(\text{spin}) = \mathbf{R}^{a_b}(\text{spin}) \cdot \nabla \times \mathbf{A}^a - \mathbf{A}^b \cdot \nabla \times \mathbf{R}^{a_b}(\text{spin}). \quad (3.148)$$

Resulta claro de inmediato que las Ecs. (3.87) y (3.144) dan la Ec. (3.147) en forma auto consistente, QED. La Ec. (3.148) da

$$\nabla \cdot \omega^{a_b} \times \mathbf{B}^b = \nabla \cdot \mathbf{A}^b \times \mathbf{R}^{a_b}(\text{spin}) = 0 \quad (3.149)$$

y utilizando la Ec. (3.148):

$$\nabla \times \mathbf{R}^{a_b}(\text{spin}) = \kappa \mathbf{R}^{a_b}(\text{spin}) \quad (3.150)$$

de manera que la curvatura de espín queda definida por una ecuación de Beltrami en magnetostática.

También en magnetostática:

$$\nabla \times \mathbf{B}^a = \kappa \mathbf{B}^a = \mu_0 \mathbf{J}^a \quad (3.151)$$

de manera que se deduce que la densidad de corriente en magnetostática también queda definida a través de una ecuación de Beltrami:

$$\nabla \times \mathbf{J}^a = \kappa \mathbf{J}^a. \quad (3.152)$$

Todas estas ecuaciones de Beltrami en general poseen estructuras de flujo intrincadas, que se han representado gráficamente en las siguientes secciones de este capítulo, y que se han animado en el portal www.aias.us. Tal como se comentó en las Ecs. (3.31) a (3.35) de la Nota 258(5) en el portal www.aias.us, estructuras de ondas planas y electrodinámica $O^{(3)}$ [1-10] también quedan definidas mediante ecuaciones de Beltrami. Estas últimas dan ecuaciones sencillas para ondas planas en el vacío. En otros casos las soluciones se vuelven intrincadas. El campo $\mathbf{B}^{(3)}$ queda definido por la clase más sencilla de las ecuaciones de Beltrami

$$\nabla \times \mathbf{B}^{(3)} = 0 \mathbf{B}^{(3)}. \quad (3.153)$$

Por lo tanto, en teoría de masa fotónica:

$$\nabla \times \mathbf{A}^a = \kappa \mathbf{A}^a, \quad (3.154)$$

$$\left(\square + \left(\frac{mc}{\hbar} \right)^2 \right) \mathbf{A}^a = \mathbf{0}. \quad (3.155)$$

Resulta a partir de la Ec. (3.154) que:

$$\nabla \cdot \mathbf{A}^a = 0 \quad (3.156)$$

de manera que:

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}^a) = \kappa \nabla \times \mathbf{A}^a = \kappa^2 \mathbf{A}^a \quad (3.157)$$

produce la ecuación de onda de Helmholtz:

$$\nabla^2 + \kappa^2 \mathbf{A}^a = 0. \quad (3.158)$$

La Ec. (3.155) es

$$\left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 + \left(\frac{mc}{\hbar} \right)^2 \right) \mathbf{A}^a = \mathbf{0} \quad (3.159)$$

de manera que:

$$\left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \kappa^2 + \left(\frac{mc}{\hbar} \right)^2 \right) \mathbf{A}^a = \mathbf{0} \quad (3.160)$$

Ahora utilizamos:

$$\mathbf{p} = \hbar \boldsymbol{\kappa} \quad (3.161)$$

y:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} = - \frac{E^2}{\hbar^2} \quad (3.162)$$

para encontrar que la Ec. (3.160) es la ecuación de la energía de Einstein para el fotón con masa m , de manera que el análisis posee rigurosa consistencia interna, Q.E.D.

En la física ECE, el gauge de Lorenz es:

$$\partial_\mu A^{a\mu} = 0 \quad (3.163)$$

es decir,

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial \varphi^a}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{A}^a = 0 \quad (3.164)$$

con la solución:

$$\frac{\partial \varphi^a}{\partial t} = \nabla \cdot \mathbf{A}^a = 0. \quad (3.165)$$

Esto nuevamente es un resultado general de la física ECE, aplicable bajo todas las circunstancias. También en la física ECE en general, el vector de conexión de espín no posee divergencia:

$$\nabla \cdot \omega^{a_b} = 0 \quad (3.166)$$

porque:

$$\nabla \times \omega^{a_b} = \kappa \omega^{a_b}. \quad (3.167)$$

Otra prueba rigurosa de consistencia interna viene dada por la definición del campo magnético en la física ECE:

$$\mathbf{B}^a = \nabla \times \mathbf{A}^a - \omega^{a_b} \times \mathbf{A}^b \quad (3.168)$$

de manera que:

$$\nabla \cdot \mathbf{B}^a = -\nabla \cdot \omega^{a_b} \times \mathbf{A}^b = 0 \quad (3.169)$$

Por análisis vectorial:

$$\nabla \cdot \omega^{a_b} \times \mathbf{A}^b = \mathbf{A}^b \cdot \nabla \times \omega^{a_b} - \omega^{a_b} \cdot \nabla \times \mathbf{A}^b = 0 \quad (3.170)$$

porque

$$\nabla \times \omega^{a_b} = \kappa \omega^{a_b}, \quad (3.171)$$

$$\nabla \times \mathbf{A}^b = \kappa \mathbf{A}^b, \quad (3.172)$$

y:

$$\nabla \cdot \mathbf{A}^b = 0, \quad (3.173)$$

$$\nabla \cdot \omega^{a_b} = 0. \quad (3.174)$$

En ausencia de un monopolio magnético, la Ec. (3.84) también resulta a partir de la parte espacial de la identidad de Cartan. De manera que el análisis íntegro posee una rigurosa consistencia interna. La consistencia cruzada de las ecuaciones de Beltrami y ECE puede verificarse empleando:

$$\mathbf{B}^b = \kappa \mathbf{A}^b - \boldsymbol{\omega}^b_c \times \mathbf{A}^c \quad (3.175)$$

como en la Nota 258(1) publicada en el portal www.aias.us. La Ec. (3.175) resulta a partir de las Ecs. (3.168) y (3.172). Multiplicamos la Ec. (3.175) por $\boldsymbol{\omega}^a_b$ y utilizamos la Ec. (3.133) para encontrar:

$$\kappa \boldsymbol{\omega}^a_b \cdot \mathbf{A}^b - \boldsymbol{\omega}^a_b \cdot \boldsymbol{\omega}^b_c \times \mathbf{A}^c = \mathbf{A}^b \cdot \mathbf{R}^a_b \text{ (spin)}. \quad (3.176)$$

Ahora utilizamos:

$$\boldsymbol{\omega}^a_b \cdot \boldsymbol{\omega}^b_c \times \mathbf{A}^c = \mathbf{A}^c \cdot \boldsymbol{\omega}^a_b \times \boldsymbol{\omega}^b_c \quad (3.177)$$

y re-etiquetamos los índices de suma para encontrar que

$$\kappa \boldsymbol{\omega}^a_b \cdot \mathbf{A}^b - \mathbf{A}^b \cdot (\boldsymbol{\omega}^a_c \times \boldsymbol{\omega}^c_b) = \mathbf{A}^b \cdot \mathbf{R}^a_b \text{ (spin)}. \quad (3.178)$$

Resulta entonces que:

$$\mathbf{R}^a_b \text{ (spin)} = \kappa \boldsymbol{\omega}^a_b - \boldsymbol{\omega}^a_c \times \boldsymbol{\omega}^c_b = \nabla \times \boldsymbol{\omega}^a_b - \boldsymbol{\omega}^a_c \times \boldsymbol{\omega}^c_b \quad (3.179)$$

Q.E.D. El análisis produce en forma correcta y consistente la definición correcta de la curvatura de espín.

Finalmente, en el nivel $U^{(1)}$ y para propósitos de ilustración, consideremos las ecuaciones de Beltrami de la Nota 258(3) publicada en el portal www.aias.us:

$$\nabla \times \mathbf{A} = \kappa \mathbf{A} \quad (3.180)$$

y

$$\nabla \times \mathbf{B} = \kappa \mathbf{B} \quad (3.181)$$

en la ley de Ampere Maxwell

$$\nabla \times \mathbf{B} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \mu_0 \mathbf{J}. \quad (3.182)$$

Resulta entonces que:

$$\kappa^2 \mathbf{A} = \mathbf{J} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (3.183)$$

donde:

$$\mathbf{E} = -\nabla\phi - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}. \quad (3.184)$$

Por lo tanto

$$\kappa^2 \mathbf{A} = \mu_0 \mathbf{J} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \left(-\nabla\phi - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) \quad (3.185)$$

y empleando la condición de Lorenz:

$$\nabla \cdot \mathbf{A} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0 \quad (3.186)$$

resulta entonces:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = 0. \quad (3.187)$$

Utilizando

$$\square = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 \quad (3.188)$$

la Ec. (3.185) deviene la ecuación de d'Alembert en presencia de la densidad de corriente:

$$\mathbf{A} = \mu_0 \mathbf{J}. \quad (3.189)$$

Las soluciones de la ecuación de d'Alembert (3.189) pueden hallarse de:

$$\mathbf{B} = \kappa \mathbf{A} \quad (3.190)$$

mostrando de otra manera que, tan pronto se utiliza la ecuación de Beltrami (3.87), queda refutada la invariancia gauge $U^{(1)}$.

3.3 Electroestática, Resonancia de Conexión de Espín y Estructuras de Beltrami.

Tal como ya se ha comentado, la primera ecuación estructural de Cartan define la fuerza de campo eléctrico como:

$$\mathbf{E}^a = -c \nabla A^a_0 - \frac{\partial A^a}{\partial t} - c\omega^{a_0b} \mathbf{A}^b + cA^{b_0} \omega^{a_b} \quad (3.191)$$

donde el 4-potencial de la electrodinámica ECE viene definido por:

$$A^a_\mu = (A^a_0 - \mathbf{A}^a) = \left(\frac{\varphi^a}{c}, -\mathbf{A}^a \right). \quad (3.192)$$

Aquí, φ^a es el potencial escalar. Si se supone que el tema de la electrostática viene definido por:

$$\mathbf{B}^a = 0, \quad \mathbf{A}^a = 0, \quad \mathbf{J}^a = 0 \quad (3.193)$$

entonces la ley de Coulomb en la teoría ECE viene dada por:

$$\nabla \cdot \mathbf{E}^a = \boldsymbol{\omega}^{a_b} \cdot \mathbf{E}^b. \quad (3.194)$$

La corriente eléctrica en la teoría ECE viene definida por:

$$\mathbf{J}^a = \epsilon_0 c \left(\omega^{a_{0b}} \mathbf{E}^b - c A^{b_0} \mathbf{R}^{a_b} (\text{orb}) + c \boldsymbol{\omega}^{a_b} \times \mathbf{B}^b - c \mathbf{A}^b \times \mathbf{R}^{a_b} (\text{spin}) \right) \quad (3.195)$$

donde $\mathbf{R}^{a_b} (\text{spin})$ es la parte de espín del vector de curvatura y donde \mathbf{B}^b es la densidad de flujo magnético. A partir de las Ecs. (3.193) y (3.195):

$$\mathbf{J}^a = \mathbf{0} = \epsilon_0 c \left(\omega^{a_{0b}} \mathbf{E}^b - c A^{b_0} \mathbf{R}^{a_b} (\text{orb}) \right) \quad (3.196)$$

de manera que en electrostática ECE:

$$\omega^{a_{0b}} \mathbf{E}^b = c A^{b_0} \mathbf{R}^{a_b} (\text{orb}) \quad (3.197)$$

y

$$\mathbf{E}^a = -c \nabla A^{a_0} + c A^{b_0} \boldsymbol{\omega}^{a_b} \quad (3.198)$$

con

$$\nabla \times \mathbf{E}^a = \mathbf{0}. \quad (3.199)$$

A partir de las Ecs. (3.198) y (3.199)

$$\nabla \times \mathbf{E}^a = c \nabla \times (A^{b_0} \boldsymbol{\omega}^{a_b}) \quad (3.200)$$

de manera que obtenemos la restricción:

$$\nabla \times (A^{b_0} \boldsymbol{\omega}^{a_b}) = \mathbf{0}. \quad (3.201)$$

La densidad de carga magnética en la teoría ECE viene dada por:

$$\rho^a_{\text{magn}} = \epsilon_0 \left(c \boldsymbol{\omega}^a_b \cdot \mathbf{B}^b - \mathbf{A}^b \cdot \mathbf{R}^a_b (\text{spin}) \right) \quad (3.202)$$

y la densidad de corriente magnética por:

$$\mathbf{J}^a_{\text{magn}} = \epsilon_0 \left(\boldsymbol{\omega}^a_b \times \mathbf{E}^b - c\omega^a_{0b}\mathbf{B}^b - c \mathbf{A}^b \times \mathbf{R}^a_b (\text{orb}) - A^b_0 \mathbf{R}^a_b (\text{spin}) \right). \quad (3.203)$$

Se piensa que éstas desaparecen a nivel experimental en electromagnetismo, de manera que

$$\boldsymbol{\omega}^a_b \cdot \mathbf{B}^b = \mathbf{A}^b \cdot \mathbf{R}^a_b (\text{spin}) \quad (3.204)$$

y

$$\boldsymbol{\omega}^a_b \times \mathbf{E}^a - c\omega^a_{0b}\mathbf{B}^b - c\mathbf{A}^b \times \mathbf{R}^a_b (\text{orb}) + cA^b_0 \mathbf{R}^a_b (\text{spin}) = \mathbf{0}. \quad (3.205)$$

En electrostática ECE, la Ec. (3.204) se cumple automáticamente porque:

$$\mathbf{B}^b = \mathbf{0}, \quad \mathbf{A}^b = \mathbf{0} \quad (3.206)$$

y la Ec. (3.203) deviene:

$$\boldsymbol{\omega}^a_b \times \mathbf{E}^b + cA^b_0 \mathbf{R}^a_b (\text{spin}) = \mathbf{0}. \quad (3.207)$$

De manera que las ecuaciones de la electrostática ECE son:

$$\boldsymbol{\nabla} \cdot \mathbf{E}^a = \boldsymbol{\omega}^a_b \cdot \mathbf{E}^b \quad (3.208)$$

$$\omega^a_{0b} \mathbf{E}^b = \varphi^b \mathbf{R}^a_b (\text{orb}) \quad (3.209)$$

$$\boldsymbol{\omega}^a_b \times \mathbf{E}^b + \varphi^b \mathbf{R}^a_b (\text{spin}) = \mathbf{0} \quad (3.210)$$

$$\mathbf{E}^a = -\boldsymbol{\nabla} \varphi^a + \varphi^b \boldsymbol{\omega}^a_b \quad (3.211)$$

Más adelante en este capítulo se muestra que estas ecuaciones conducen a una solución en

términos de funciones de Bessel, pero no así a resonancia de Euler Bernoulli. Con el objeto de obtener resonancia de conexión de espín, la Ec. (3.208) debe de extenderse a:

$$\nabla \cdot \mathbf{E}^a = \boldsymbol{\omega}^a_b \cdot \mathbf{E}^b - c\mathbf{A}^b(\text{vac}) \cdot \mathbf{R}^a_b(\text{orb}) \quad (3.212)$$

donde $\mathbf{A}^b(\text{vac})$ es el potencial en el vacío de Eckardt Lindstrom [1-10]. El campo eléctrico estático viene definido por:

$$\mathbf{E}^a = -\nabla \varphi^a + \varphi^b \boldsymbol{\omega}^a_b \quad (3.213)$$

de manera que, a partir de las Ecs. (3.212) y (3.213):

$$\nabla^2 \varphi^a + \boldsymbol{\omega}^a_b \cdot \boldsymbol{\omega}^b_c \varphi^c = \nabla \cdot \varphi^b \boldsymbol{\omega}^a_b + \boldsymbol{\omega}^a_b \cdot \nabla \varphi^b + c\mathbf{A}^b(\text{vac}) \cdot \mathbf{R}^a_b(\text{orb}). \quad (3.214)$$

Por la ley de antisimetría ECE:

$$-\nabla \varphi^a = \varphi^b \boldsymbol{\omega}^a_b \quad (3.215)$$

que conduce a la ecuación de resonancia de Euler Bernoulli:

$$\nabla^2 \varphi^a + \boldsymbol{\omega}^a_b \cdot \boldsymbol{\omega}^b_c \varphi^c = \frac{1}{2} c\mathbf{A}^b(\text{vac}) \cdot \mathbf{R}^a_b(\text{orb}) \quad (3.216)$$

y de resonancia de conexión de espín [1-10]. El lado izquierdo de la igualdad contiene el término de la ley de Hooke, mientras que el lado derecho contiene el término impulsor, el cual se origina en el potencial del vacío. Denotamos:

$$\rho^a(\text{vac}) = \frac{\epsilon_0 c}{2} \mathbf{A}^b(\text{vac}) \cdot \mathbf{R}^a_b(\text{orb}) \quad (3.217)$$

de manera que la ecuación deviene:

$$\nabla^2 \varphi^a + (\boldsymbol{\omega}^a_b \cdot \boldsymbol{\omega}^b_c) \varphi^c = \frac{\rho^a(\text{vac})}{\epsilon_0}. \quad (3.218)$$

El lado izquierdo de la Ec. (3.218) es una propiedad de campo, mientras que el lado derecho es una propiedad del vacío ECE. En el caso más sencillo:

$$\nabla^2 \varphi + (\omega_0)^2 \varphi = \frac{\rho(\text{vac})}{\epsilon_0} \quad (3.219)$$

y produce resonancia sin amortiguación si:

$$\rho(\text{vac}) = \epsilon_0 A \cos \omega Z \quad (3.220)$$

donde A es una constante. La integral en particular de la Ec. (3.219) es:

$$\varphi = (A \cos \omega Z) / ((\omega_0)^2 - \omega^2) \quad (3.221)$$

y la resonancia de conexión de espín se produce en el caso:

$$\omega = \omega_0 \quad (3.222)$$

cuando:

$$\varphi \rightarrow \infty \quad (3.223)$$

y hay un pico de resonancia de fuerza de campo eléctrico del vacío. Más adelante en este capítulo se dan soluciones de la Ec. (3.218) en términos de una combinación de funciones de Bessel, y también un análisis utilizando el potencial del vacío de Eckardt Lindstrom como término impulsor. En ausencia de un monopolo magnético, la identidad de Cartan es, como ya se ha comentado:

$$\nabla \cdot \omega^{a_b} \times \mathbf{A}^b = 0 \quad (3.224)$$

lo cual implica:

$$\omega^{a_b} \cdot \nabla \times \mathbf{A}^b = \mathbf{A}^b \cdot \nabla \times \omega^{a_b}. \quad (3.225)$$

Una posible solución para esta ecuación es:

$$\omega^a_b = \epsilon^a_{bc} \omega^c \quad (3.226)$$

que conduce, como ya se ha comentado, a una justificación rigurosa para la electrodinámica $O^{(3)}$. La identidad de Cartan (3.224) es ella misma una ecuación de Beltrami:

$$\nabla \times \omega^a_b \times \mathbf{A}^b = \kappa \omega^a_b \times \mathbf{A}^b. \quad (3.227)$$

A partir de las Ecs. (3.226) y (3.227):

$$\nabla \times \mathbf{A}^c \times \mathbf{A}^b = \kappa \mathbf{A}^c \times \mathbf{A}^b. \quad (3.228)$$

En la base circular compleja:

$$\mathbf{A}^{(1)} \times \mathbf{A}^{(2)} = i A^{(0)} \mathbf{A}^{(3)*} \quad \text{et cyclicum} \quad (3.229)$$

de manera que, a partir de las Ecs. (3.228) y (3.229):

$$\nabla \times \mathbf{A}^{(i)} = \kappa \mathbf{A}^{(i)}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (3.230)$$

que son ecuaciones de Beltrami, como se ha discutido previamente en este capítulo. El resultado puede obtenerse con consistencia interna utilizando la ley de Gauss:

$$\nabla \cdot \mathbf{B}^a = 0 \quad (3.231)$$

que como ya se ha argumentado, implica la ecuación de Beltrami:

$$\nabla \times \mathbf{B}^a = \kappa \mathbf{B}^a. \quad (3.232)$$

A partir de las Ecs. (3.168) y (3.232):

$$\nabla \times \mathbf{B}^a = \kappa \mathbf{B}^a = \kappa \nabla \times \mathbf{A}^a - \omega^a_b \times \mathbf{A}^b \quad (3.233)$$

de manera que:

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}^a) - \nabla \times \boldsymbol{\omega}^{a_b} \times \mathbf{A}^b = \kappa \nabla \times \mathbf{A}^a - \boldsymbol{\omega}^{a_b} \times \mathbf{A}^b \quad (3.234)$$

Utilizando la Ec. (3.227) se obtiene:

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}^a) = \kappa \nabla \times \mathbf{A}^a \quad (3.235)$$

que implica las Ecs. (3.228) a (3.230), Q.E.D. Como ya se mostró previamente en este capítulo, la estructura de Beltrami también gobierna el vector de conexión de espín:

$$\nabla \times \boldsymbol{\omega}^{a_b} = \kappa \boldsymbol{\omega}^{a_b}. \quad (3.236)$$

Resulta entonces que las ecuaciones:

$$\boldsymbol{\omega}^{(3)} = \frac{1}{2} \frac{\kappa}{A^{(0)}} \mathbf{A}^{(3)} \quad (3.237)$$

y:

$$\boldsymbol{\omega}^{(2)} = \frac{1}{2} \frac{\kappa}{A^{(0)}} \mathbf{A}^{(2)} \quad (3.238)$$

producen electrodinámica $O^{(3)}$ [1-10]:

$$\mathbf{B}^{(1)*} = \nabla \times \mathbf{A}^{(1)*} - i \frac{\kappa}{A^{(0)}} \mathbf{A}^{(2)} \times \mathbf{A}^{(3)} \quad \text{et cyclicum.} \quad (3.239)$$

Como se demuestra en la Nota 259(3), publicada en el portal www.aias.us, hay muchas ecuaciones interrelacionadas de la electrodinámica $O^{(3)}$ que se originan todas ellas a partir de la geometría. Posteriormente en este capítulo se comenta que, una consecuencia de estas conclusiones es que los vectores de la conexión de espín y de la curvatura orbital también cumplen con una estructura de Beltrami. El hecho de que ECE sea una teoría de campo unificado permite el desarrollo e interrelación de varias ecuaciones básicas, incluyendo la definición de $\mathbf{B}^{(3)}$:

$$\mathbf{B}^{(3)} = \nabla \times \mathbf{A}^{(3)} - i \frac{\kappa}{A^{(0)}} \mathbf{A}^{(1)} \times \mathbf{A}^{(2)}. \quad (3.240)$$

Puede expresarse como:

$$\mathbf{B} = -i \frac{e}{\hbar} \mathbf{A} \times \mathbf{A}^* = B^{(0)} \mathbf{k} = B_Z \mathbf{k}. \quad (3.241)$$

Aun cuando $B^{(3)}$ es un campo irradiado y en propagación, como es bien sabido [1-10], la Ec. (3.241) puede utilizarse como una definición general de la densidad de flujo magnético para una selección de potenciales. Esto resulta importante para el tema de la magnetostática y el desarrollo [1-10] de la ecuación del fermión con:

$$\mathbf{A} = \frac{1}{2} \mathbf{B} \times \mathbf{r}. \quad (3.242)$$

La Ec. (3.241) da la transición desde la mecánica clásica a la mecánica cuántica. En la electrodinámica ECE, \mathbf{A} siempre debe de ser un campo de Beltrami y esto es el resultado de la identidad de Cartan, como ya se ha comentado. De manera que es necesario resolver simultáneamente las siguientes ecuaciones:

$$\mathbf{B} = -i \frac{e}{\hbar} \mathbf{A} \times \mathbf{A}^*, \quad \mathbf{A} = \frac{1}{2} \mathbf{B} \times \mathbf{r}, \quad \nabla \times \mathbf{A} = \kappa \mathbf{A}. \quad (3.243)$$

Esto puede llevarse a cabo utilizando los principios de relatividad general, de manera que el campo electromagnético es un marco de referencia en rotación y traslación. Por lo tanto, el vector posición es:

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}^* = \frac{r^{(0)}}{\sqrt{2}} (\mathbf{i} - i\mathbf{j}) e^{i\varphi} \quad (3.244)$$

donde:

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}^{(1)}, \quad \mathbf{r}^* = \mathbf{r}^{(2)}, \quad \varphi = \omega t - \kappa Z \quad (3.245)$$

de manera que:

$$\mathbf{r}^{(1)} \times \mathbf{r}^{(2)} = i r^{(0)} \mathbf{r}^{(3)*} \quad \text{et cyclicum.} \quad (3.246)$$

Se deduce entonces que:

$$\nabla \times \mathbf{r}^{(1)} = \kappa \mathbf{r}^{(1)} \quad (3.247)$$

$$\nabla \times \mathbf{r}^{(2)} = \kappa \mathbf{r}^{(2)} \quad (3.248)$$

$$\nabla \times \mathbf{r}^{(3)} = 0 \mathbf{r}^{(3)} \quad (3.249)$$

Los resultados (3.246) para ondas planas pueden generalizarse a cualquier solución de Beltrami, de manera que se concluye que el espaciotiempo mismo posee una estructura de Beltrami. A partir de las Ecs. (3.242) y (3.244):

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}^{(1)} = \frac{r^{(0)}B^{(0)}}{2\sqrt{2}} (\mathbf{i}\mathbf{i} + \mathbf{j}) e^{i\varphi} = \frac{A^{(0)}}{\sqrt{2}} (\mathbf{i}\mathbf{i} + \mathbf{j}) e^{i\varphi} \quad (3.250)$$

donde:

$$A^{(0)} = \frac{1}{2} B^{(0)} r^{(0)} \quad (3.251)$$

y a partir de la Ec. (3.250):

$$\nabla \times \mathbf{A} = \kappa \mathbf{A} \quad (3.252)$$

Q.E.D. Por lo tanto, siempre es posible expresar el potencial vectorial en la forma (3.242) en tanto el espaciotiempo mismo posea una estructura de Beltrami. Esta conclusión vincula varias ramas de la física, porque la Ec. (3.242) se utiliza para producir el factor de Landé, RSE, RMN y demás a partir de la ecuación de Dirac, que deviene la ecuación del fermión [1-10] en la física ECE. Tal como ya se ha comentado, el postulado de la tetrada y el postulado ECE dan:

$$(\square + \kappa^2_0) \mathbf{A} = \mathbf{0} \quad (3.253)$$

y la ecuación del fermión o quiral de Dirac es una factorización de la Ec. (3. 253).

Tal como se demostró en el Capítulo 1:

$$\kappa^2_0 = q^v_a \hat{\partial}^\mu (\omega^a_{\mu\nu} - \Gamma^a_{\mu\nu}) \quad (3.254)$$

donde q^v_a es la inversa de la tétrada, definida por:

$$q^a_\nu q^v_a = 1. \quad (3.255)$$

En formato covariante generalizado, la Ec. (3.253) es:

$$(\square + \kappa^2_0) A^a_\mu = 0 \quad (3.256)$$

y con:

$$A^a_\mu = (A^a_0, -\mathbf{A}^a) \quad (3.257)$$

se deduce que:

$$(\square + \kappa^2_0) A_0 = 0, \quad (3.258)$$

$$(\square + \kappa^2_0) \mathbf{A} = \mathbf{0}, \quad (3.259)$$

que da la Ec. (3.254) Q.E.D. El operador de d'Alembert se define como:

$$\square = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2. \quad (3.260)$$

La condición de Beltrami:

$$\nabla \mathbf{A} = \kappa \mathbf{A} \quad (3.261)$$

da la ecuación de onda de Helmholtz:

$$(\nabla^2 + \kappa^2) \mathbf{A} = \mathbf{0} \quad (3.262)$$

si:

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = 0. \quad (3.263)$$

A partir de la Ec. (3.259):

$$\left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 + \kappa_0^2 \right) \mathbf{A} = \mathbf{0} \quad (3.264)$$

de manera que:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} + (\kappa_0^2 + \kappa^2) \mathbf{A} = \mathbf{0} \quad (3.265)$$

que es la ecuación para la dependencia de \mathbf{A} respecto del tiempo. Las ecuaciones de Helmholtz y de Beltrami son para la dependencia espacial de \mathbf{A} . La Ec. (3.267) se satisface mediante:

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_0 \exp(i\omega t) \quad (3.266)$$

donde:

$$\frac{\omega^2}{c^2} = \kappa^2 + \kappa_0^2. \quad (3.267)$$

La Ec. (3.267) es una generalización de la ecuación de la energía de Einstein para una partícula libre:

$$E^2 = c^2 p^2 + m^2 c^4 \quad (3.268)$$

donde:

$$E = \hbar\omega \quad , \quad \mathbf{p} = \hbar\boldsymbol{\kappa} \quad (3.269)$$

utilizando:

$$\kappa^2_0 = \left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2 = q^{\nu}_a \partial^{\mu} (\omega^a_{\mu\nu} - \Gamma^a_{\mu\nu}). \quad (3.270)$$

De manera que la masa, en la teoría ECE, se define mediante geometría.

Por lo tanto, la solución general de la Ec. (3.256) es:

$$A^a_{\mu} = A^a_{\mu}(0) \exp(i(\omega t - \kappa Z)) \quad (3.271)$$

donde:

$$\omega^2 = c^2 \kappa^2 + \kappa^2_0. \quad (3.272)$$

Se deduce que existen las ecuaciones:

$$(\square + \kappa^2_0) \varphi^a = 0 \quad (3.273)$$

y

$$(\nabla^2 + \kappa^2) \varphi^a = 0 \quad (3.274)$$

donde φ^a es el potencial escalar en la física ECE. Para cada a :

$$(\nabla^2 + \kappa^2) \varphi = 0. \quad (3.275)$$

Escribimos ahora:

$$\kappa_0 = \frac{mc}{\hbar} \quad (3.276)$$

donde m es masa. La ecuación de onda relativista para cada a es:

$$(\square + \kappa_0^2) \varphi = 0 \quad (3.277)$$

que es el formato cuantizado de:

$$E^2 = c^2 p^2 + m^2 c^4 = c^2 p^2 + \hbar^2 k^2 c^2. \quad (3.278)$$

La Ec. (3.278) es:

$$E = \gamma m c^2 \quad (3.279)$$

donde el factor de Lorentz es:

$$\gamma = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} \quad (3.280)$$

y donde el momento relativista es:

$$\mathbf{p} = \gamma m \mathbf{v}. \quad (3.281)$$

Definimos la energía relativista como:

$$T = E - m c^2 \quad (3.282)$$

y se deduce que:

$$T = (\gamma - 1) m c^2 \rightarrow \frac{1}{2} m v^2 \quad (\text{para } v \ll c) \quad (3.283)$$

que es el límite no relativista de la energía cinética, es decir:

$$T = \frac{p^2}{2m} \quad (3.284)$$

Utilizando:

$$T = i\hbar \frac{\partial}{\partial t}, \quad \mathbf{p} = -i\hbar \nabla \quad (3.285)$$

la Ec. (3.284) se cuantiza a la ecuación de Schroedinger para una partícula libre:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\varphi = T\varphi \quad (3.286)$$

que es la ecuación de Helmholtz:

$$\left(\nabla^2 + \frac{2mT}{\hbar^2}\right)\varphi = 0. \quad (3.287)$$

Resulta así que la ecuación de Schroedinger para una partícula libre es una ecuación de Beltrami pero con el potencial vectorial sustituido por el potencial escalar φ , que cumple el papel de función de onda. También resulta en el límite no relativista que:

$$\left(\nabla^2 + \frac{2mT}{\hbar^2}\right)\mathbf{A} = \mathbf{0}, \quad (3.288)$$

de manera que:

$$\kappa^2 = \frac{2mT}{\hbar^2}. \quad (3.289)$$

La ecuación de Helmholtz (3.287) puede expresarse como:

$$\left(\nabla^2 + \kappa^2\right)\varphi = 0 \quad (3.290)$$

que es una ecuación de Euler Bernoulli sin un término impulsor del lado derecho de la igualdad. En presencia de la energía potencial V , la Ec. (3.286) deviene:

$$H\varphi = \left(-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V\right)\varphi = E\varphi \quad (3.291)$$

donde H es el operador hamiltoniano y E es la energía total:

$$E = T + V \quad (3.292)$$

La Ec. (3.291) es:

$$(\nabla^2 + \kappa^2) \varphi = \frac{2mV}{\hbar^2} \varphi \quad (3.293)$$

que es una ecuación inhomogénea de Helmholtz similar a una ecuación de resonancia de Euler Bernoulli con un término impulsor del lado derecho de la igualdad. Sin embargo, la Ec. (3.293) es más una *eigen* ecuación que una ecuación de Euler Bernoulli, tal como éstas últimas de definen convencionalmente, pero la Ec. (3.293) posee soluciones resonantes conocidas en la mecánica cuántica. La Ec. (3.293) puede expresarse como:

$$(\nabla^2 + \kappa_1^2) \varphi = 0 \quad (3.294)$$

donde:

$$\kappa_1^2 = \frac{2m}{\hbar^2} (E - V) \quad (3.295)$$

y en el documento UFT226, publicado en el portal www.aias.us se utilizó en la teoría de reacciones nucleares de baja energía (RNBE). La Ec. (3.294) es conocida como ecuación del oscilador lineal, la cual puede utilizarse para definir la estructura del átomo y del núcleo. Puede transformarse en una ecuación de Euler Bernoulli como sigue:

$$(\nabla^2 + \kappa_1^2) \varphi = A \cos(\kappa_2 Z) \quad (3.296)$$

donde el término a la derecha de la igualdad representa un potencial del vacío. Es exactamente la estructura obtenida de la ley de Coulomb ECE, como ya se ha comentado.

3.4 La Ecuación de Beltrami para el Momento Lineal.

La ecuación de Schroedinger para la partícula libre puede obtenerse a partir de la ecuación de Beltrami para el momento:

$$\nabla \times \mathbf{p} = \kappa \mathbf{p} \quad (3.297)$$

la cual puede desarrollarse en la ecuación de Helmholtz:

$$(\nabla^2 + \kappa^2) \mathbf{p} = \mathbf{0} \quad (3.298)$$

si se supone que:

$$\nabla \cdot \mathbf{p} = 0. \quad (3.299)$$

Si \mathbf{p} es un momento lineal en la clásica línea recta, entonces:

$$\kappa = 0. \quad (3.300)$$

Sin embargo, en general, \mathbf{p} posee intrincadas soluciones de Beltrami, algunas de las cuales han sido animadas en el documento UFT258, publicado en el portal www.aias.us y en su sección de animaciones.

Cuanticemos ahora la Ec. (3.298):

$$\mathbf{p}\psi = -i \hbar \nabla \psi \quad (3.301)$$

de manera que:

$$(\nabla^2 + \kappa^2) \nabla \psi = \mathbf{0}. \quad (3.302)$$

Usamos:

$$\nabla^2 \nabla \psi = \nabla \nabla^2 \psi \quad (3.303)$$

y:

$$\nabla(\kappa^2 \psi) = \kappa^2 \nabla \psi \quad (3.304)$$

suponiendo que:

$$\nabla \kappa = \mathbf{0} \quad (3.305)$$

para llegar a:

$$\nabla ((\nabla^2 + \kappa^2) \psi) = 0. \quad (3.306)$$

Una posible solución es:

$$(\nabla^2 + \kappa^2) \psi = 0 \quad (3.307)$$

que es la ecuación de Helmholtz para el escalar ψ , la función de onda de la mecánica cuántica. La ecuación de Schroedinger para una partícula libre se obtiene aplicando la Ec. (3.301) a:

$$E = p^2 / 2m \quad (3.308)$$

de manera que:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi = E\psi \quad (3.309)$$

y:

$$\left(\nabla^2 + \frac{2Em}{\hbar^2}\right) \psi = 0. \quad (3.310)$$

Las Ecs. (3.307) y (3.310) son la misma si:

$$\kappa^2 = \frac{2Em}{\hbar^2} \quad (3.311)$$

QED. Utilizando la relación de de Broglie:

$$\mathbf{p} = \hbar\boldsymbol{\kappa} \quad (3.312)$$

entonces:

$$p^2 = 2Em \quad (3.313)$$

que es la Ec. (3.308), QED. Por lo tanto, la ecuación de Schroedinger para la partícula libre es la ecuación de Beltrami:

$$\nabla \times \mathbf{p} = \left(\frac{2Em}{\hbar^2} \right)^{1/2} \mathbf{p} \quad (3.314)$$

con:

$$\mathbf{p}\psi = -i \hbar \nabla \psi. \quad (3.315)$$

La ecuación de Schroedinger para la partícula libre se origina en la ecuación de Beltrami. Este método puede extenderse a la ecuación general de Schroedinger, en la que la energía potencial V está presente. Consideremos la ecuación de Beltrami para el momento (3.297) en el caso general en donde κ depende de las coordenadas. Calculando el rotacional en ambos lados de la Ec. (3.297):

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{p}) = \nabla \times (\kappa \mathbf{p}). \quad (3.316)$$

Por análisis vectorial, la Ec. (3.316) puede desarrollarse como:

$$\nabla (\nabla \cdot \mathbf{p}) - \nabla^2 \mathbf{p} = \kappa^2 \mathbf{p} + \nabla \kappa \times \mathbf{p} \quad (3.317)$$

de manera que:

$$(\nabla^2 + \kappa^2) \mathbf{p} = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{p}) - \nabla \kappa \times \mathbf{p}. \quad (3.318)$$

Una posible solución es:

$$(\nabla^2 + \kappa^2) \mathbf{p} = \mathbf{0} \quad (3.319)$$

y

$$\nabla (\nabla \cdot \mathbf{p}) = \nabla \kappa \times \mathbf{p}. \quad (3.320)$$

La Ec. (3.320) implica

$$\mathbf{p} \cdot \nabla (\nabla \cdot \mathbf{p}) = \mathbf{p} \cdot \nabla \kappa \times \mathbf{p} = 0. \quad (3.321)$$

Dos posibles soluciones de la Ec. (3.321) son:

$$\nabla \cdot \mathbf{p} = 0 \quad (3.322)$$

y

$$\nabla (\nabla \cdot \mathbf{p}) = \mathbf{0}. \quad (3.323)$$

Utilizando el postulado cuántico (3.301) en la Ec. (3.319) nos da:

$$\nabla^2 + \kappa^2 \nabla \psi = \mathbf{0} \quad (3.324)$$

y la ecuación de Schroedinger [1-10]:

$$(\nabla^2 + \kappa^2) \psi = 0. \quad (3.325)$$

A partir de la Ec. (3.325)

$$\nabla ((\nabla^2 + \kappa^2) \psi) = \mathbf{0} \quad (3.326)$$

es decir

$$(\nabla^2 + \kappa^2) \nabla \psi + (\nabla (\nabla^2 + \kappa^2)) \psi = \mathbf{0} , \quad (3.327)$$

una posible solución de la cual es:

$$(\nabla^2 + \kappa^2) \nabla \psi = \mathbf{0} \quad (3.328)$$

y

$$(\nabla (\nabla^2 + \kappa^2)) \psi = \mathbf{0}. \quad (3.329)$$

La Ec. (3.329) es la Ec. (3.324), Q.E.D. La Ec. (3.329) puede expresarse como:

$$\nabla \nabla^2 \psi + \nabla \kappa^2 \psi = \mathbf{0} \quad (3.330)$$

es decir

$$\nabla (\nabla^2 \psi + \kappa^2) \psi = \mathbf{0}. \quad (3.331)$$

Una posible solución de la Ec. (3.331) es la ecuación de Schroedinger:

$$(\nabla^2 + \kappa^2) \psi = 0. \quad (3.332)$$

De manera que la ecuación de Schroedinger es compatible con la Ec. (3.324).

La Ec. (3.322) nos da:

$$\nabla^2 \psi = 0 \quad (3.333)$$

que es consistente con la Ec. (3.332) solamente si:

$$\kappa^2 = 0. \quad (3.334)$$

La Ec. (3.323) nos da:

$$\nabla (\nabla^2 \psi) = \mathbf{0} \quad (3.335)$$

donde:

$$\nabla^2 \psi = -\kappa^2 \psi. \quad (3.336)$$

Por lo tanto:

$$\nabla (\kappa^2 \psi) = (\nabla \kappa^2) \psi + \kappa^2 \nabla \psi \quad (3.337)$$

y:

$$\nabla\psi = - \left(\frac{\nabla\kappa^2}{\kappa^2} \right) \psi. \quad (3.338)$$

Por lo tanto:

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \nabla\psi = \nabla^2\psi &= - \nabla \cdot \left(\frac{\nabla\kappa^2}{\kappa^2} \psi \right) \\ &= - \left(\nabla \cdot \left(\frac{\nabla\kappa^2}{\kappa^2} \right) \right) \psi - \left(\frac{\nabla\kappa^2}{\kappa^2} \right) \nabla\psi. \end{aligned} \quad (3.339)$$

A partir de una comparación de las Ecs. (3.332) y (3.339) obtenemos la condición subsidiaria:

$$\nabla^2\kappa^2 = \kappa^4 \quad (3.340)$$

donde:

$$\kappa^2 = \frac{2m}{\hbar^2} (V - E) . \quad (3.341)$$

Por lo tanto:

$$\nabla\kappa^2 = \frac{2m}{\hbar^2} \nabla V \quad (3.342)$$

y

$$\nabla^2\kappa^2 = \frac{2m}{\hbar^2} \nabla^2 V \quad (3.343)$$

dando una restricción cuadrática en $V - E$:

$$\nabla^2(V - E) = \frac{2m}{\hbar^2} (V - E)^2. \quad (3.344)$$

Esto puede expresarse como una ecuación cuadrática en E , que es una constante. E está expresada en términos de V , ∇V , y $\nabla^2 V$. Utilizando:

$$\nabla E = \mathbf{0} \quad (3.345)$$

da una ecuación diferencial en V que puede resolverse numéricamente, dando una expresión para V . Finalmente esta expresión para V se utiliza en la ecuación de Schroedinger:

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V\right)\psi = E\psi \quad (3.346)$$

para hallar los niveles de energía de E y las funciones de onda ψ . Estos son niveles de energía y funciones de onda de la estructura interna del partón de una partícula elemental tal como un electrón, protón o neutrón. Pueden emplearse los bien desarrollados métodos de mecánica cuántica computacionales para encontrar los valores esperados de cualquier propiedad y puede aplicarse la teoría de dispersión, en especial dispersión profunda inelástica electrón-electrón, electrón-protón y electrón-neutrón. Se afirma en forma convencional que los datos proporcionan evidencia para una estructura tipo quark, pero el modelo quark depende de la validez de los sectores $U(1)$ y electro-débil del modelo establecido. En este libro estas teorías de sectores se refutan de muchas maneras.

3.5 Ejemplos de funciones de Beltrami.

En esta sección se incluyen algunos ejemplos de campos de Beltrami, con las gráficas correspondientes. Iniciamos la demostración con una consideración general. Marsh [28] define un campo de Beltrami general con geometría cilíndrica mediante

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ B_\theta(r) \\ B_Z(r) \end{bmatrix} \quad (3.347)$$

con coordenadas cilíndricas r , θ , Z . Hay sólo una dependencia respecto de r de los componentes del campo. Para que éste sea un campo de Beltrami, debe de cumplirse la condición de Beltrami en coordenadas cilíndricas

$$\nabla \times \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{1}{r} \frac{\partial B_Z}{\partial \theta} - \frac{\partial B_\theta}{\partial Z} \\ \frac{\partial B_r}{\partial Z} - \frac{\partial B_Z}{\partial r} \\ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial(r B_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial B_r}{\partial \theta} \right) \end{bmatrix} = \kappa \mathbf{B} \quad (3.348)$$

La divergencia en coordenadas cilíndricas es

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = \frac{1}{r} \frac{\partial(r B_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(B_\theta)}{\partial \theta} + \frac{\partial(B_Z)}{\partial Z} \quad (3.349)$$

Obviamente, el campo (3.347) se encuentra libre de divergencia, lo cual constituye un prerequisite para ser un campo de Beltrami. La Ec.(3.348) se simplifica a

$$\nabla \times \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{\partial B_Z}{\partial r} \\ \frac{\partial B_\theta}{\partial r} + \frac{1}{r} B_\theta \end{bmatrix} = \kappa \begin{bmatrix} 0 \\ B_\theta \\ B_Z \end{bmatrix}. \quad (3.350)$$

κ puede ser una función en general. Aquí consideramos el caso de un valor constante de κ . A partir del segundo componente de la Ec.(3.350) resulta

$$-\frac{\partial}{\partial r} B_Z = \kappa B_\theta \quad (3.351)$$

y a partir del tercer componente

$$r \frac{\partial}{\partial r} B_\theta + B_\theta = \kappa r B_Z. \quad (3.352)$$

Integrando la Ec.(3.351), e insertando el resultado para B_Z en (3.352) nos da

$$\frac{\partial}{\partial r} B_\theta + \frac{1}{r} B_\theta = -\kappa^2 \int B_\theta dr, \quad (3.353)$$

y diferenciando esta ecuación conduce a la ecuación diferencial de segundo orden

$$r^2 \frac{\partial^2}{\partial r^2} B_\theta + r \frac{\partial}{\partial r} B_\theta + \kappa^2 r^2 B_\theta - B_\theta = 0. \quad (3.354)$$

Finalmente cambiamos la variable r a κr , lo cual conduce a la ecuación diferencial de Bessel

$$r^2 \frac{d^2}{dr^2} B_\theta(\kappa r) + r \frac{d}{dr} B_\theta(\kappa r) + (\kappa^2 r^2 - 1) B_\theta(\kappa r) = 0. \quad (3.355)$$

La solución es la función de Bessel

$$B_\theta(r) = B_0 J_1(\kappa r) \quad (3.356)$$

(con un valor constante de B_0) y a partir de la Ec. (3.351) resulta

$$B_z(r) = B_0 J_0(\kappa r). \quad (3.357)$$

Esta es la conocida solución de Reed/Marsh, escalada por el número de onda κ , con componentes longitudinales. Esta solución se representa gráficamente en la Fig. 3.1. Las líneas de flujo se ven en la Fig. 3.2. Debe de tomarse en cuenta que las líneas de flujo muestran cómo se mueve una partícula de prueba en el campo vectorial que se considera un campo de velocidad:

$$\mathbf{x} + \Delta \mathbf{x} = \mathbf{x} + \mathbf{v}(\mathbf{x}) \Delta t. \quad (3.358)$$

Todos los ejemplos de líneas de flujo se inician con nueve puntos en paralelo sobre el eje X, de manera que todas las animaciones debieran de ser comparables. El campo general de Beltrami puede expresarse como

$$\mathbf{v} = \kappa \nabla \times (\psi \mathbf{a}) + \nabla \times \nabla \times (\psi \mathbf{a}) \quad (3.359)$$

donde ψ es una función arbitraria, κ es una constante y \mathbf{a} es un vector constante. En la Fig. 3.3 se muestra un ejemplo con

$$\psi = \frac{1}{L^3} XYZ, \quad (3.360)$$

$$\mathbf{a} = [0, 0, 1]. \quad (3.361)$$

El campo es coplanar con el plano XY , y produce líneas de flujo planas de forma hiperbólica. Otra solución conocida, basada en funciones de Bessel, es la solución de Lundquist

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} J_1(\kappa r)\lambda e^{-\lambda Z} \\ J_1(\kappa r)\alpha e^{-\lambda Z} \\ J_1(\kappa r)e^{-\lambda Z} \end{bmatrix} \quad (3.362)$$

con

$$\kappa = \sqrt{\alpha^2 + \lambda^2} \quad (3.363)$$

y las constantes α y λ . La función de Lundquist (para $Z > 0$) se representa gráficamente en la Fig. 3.4, e inicialmente se comporta en forma similar al caso de Bessel comentado más arriba. Sin embargo, el campo se encoge con Z debido al factor exponencial. La Fig. 3.5 muestra una proyección sobre el plano XY . Los vectores siempre se rotan 45° en contra de la dirección radial. Las partes longitudinales no son visibles aquí, tal como se comentó para el caso Rodríguez-Vaz. Las líneas de flujo exteriores (Fig. 3.6) descienden a la región $Z < 0$, y aquí el factor exponencial $\exp(-\lambda Z)$ da un crecimiento aneponencial. Esto es fácilmente reconocible en la segunda versión de esta animación en el portal www.aias.us. El valor de λ puede suponerse con valor complejo, tal como lo discute Reed, lo cual conduce a soluciones oscilatorias, pero entonces pueden surgir problemas en otras partes de la definición del campo.

Finalmente se incluyen algunos ejemplos gráficos para ondas planas. Aun cuando estas son conocidas, resulta de utilidad recordar algunas características que no siempre se consideran donde se utilizan ondas planas. En la teoría ECE, su aparición más prominente es en el potencial vectorial del campo electromagnético libre, en coordenadas cartesianas cíclicas.

$$\mathbf{A}_1 = \frac{A_0}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} e^{i(\omega t - \kappa Z)} \\ -i e^{i(\omega t - \kappa Z)} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_2 = \frac{A_0}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} e^{i(\omega t - \kappa Z)} \\ i e^{i(\omega t - \kappa Z)} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_3 = 0. \quad (3.364)$$

Su divergencia es cero, y el *eigen* valor del operador rotacional es κ ó $-\kappa$, respectivamente. La onda plana también puede definirse como con valor real:

$$\mathbf{A}_1 = \frac{A_0}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \cos(\omega t - \kappa Z) \\ -\sin(\omega t - \kappa Z) \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_2 = \frac{A_0}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \sin(\omega t - \kappa Z) \\ \cos(\omega t - \kappa Z) \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_3 = 0 \quad (3.365)$$

y son también campos de Beltrami, sin embargo, con *eigen* valores positivos para \mathbf{A}^1 y \mathbf{A}^2 . Las ondas planas con valores reales se grafican como campos vectoriales en la Fig. 3.7 para un instante fijo en el tiempo $t = 0$. \mathbf{A}^1 y \mathbf{A}^2 son perpendiculares entre sí, y definen un marco en rotación en la dirección Z . Las líneas de flujo en un plano son todas líneas rectas y paralelas. Para mostrar una variación se han graficado en la Fig. 3.8 para diferentes puntos de inicio sobre el eje Z . Aquí puede observarse nuevamente la rotación de marcos. Las líneas de flujo de ondas planas no son muy instructivas en cuanto al significado físico de estas ondas. Resulta más ilustrativo mostrar su comportamiento a través del tiempo. Comenzamos con líneas de flujo en el plano XY y calculamos su evolución a través del tiempo. Las líneas de flujo permanecían en dicho plano, de manera que agregamos un componente Z como vt para estimular una propagación en esa dirección, como es el caso para ondas electromagnéticas con $v = c$. Así, en la Fig. 3.9 se obtiene la traza de las ondas con polarización circular. Resulta interesante observar que las ondas están desplazadas en fase, aun cuando todos los puntos iniciales están en $Y = 0$. En este documento estamos considerando ondas planas en el contexto de campos de Beltrami. Los resultados de los cálculos señalan que los campos E , B y A son paralelos. Por lo tanto, los componentes \mathbf{A}^1 y \mathbf{A}^2 no demuestran el comportamiento de campos eléctricos y magnéticos correspondientes a campos electromagnéticos transversales ordinarios, los cuales tienen un desplazamiento de fase de 90° . Reed [27] brinda una muy buena explicación de este caso extraordinario:

Cada solución de onda plana corresponde a dos ondas con polarización circular que se propagan en forma opuesta entre sí, y combinándose para formar una onda estática. Esta onda estática no posee la característica típica de flujo de energía de las ondas con polarización lineal o circular con $E \perp B$, ya que los vectores de Poynting combinados de las ondas con polarización circular se cancelan entre sí, de una manera similar a la situación que encontramos previamente, en conexión con filamentos de un vórtice de plasma de Beltrami. Esencialmente, la combinación de estas dos ondas produce una onda estática que propaga helicidad magnética distinta de cero. En el libro de Marsh [28] se muestra la relación entre la helicidad y las densidades de energía también para esta onda, como el muy interesante hecho de que cualquier solución magnetostática a las ecuaciones de FFMF puede utilizarse para construir una solución para las ecuaciones de Maxwell con $E \parallel B$.

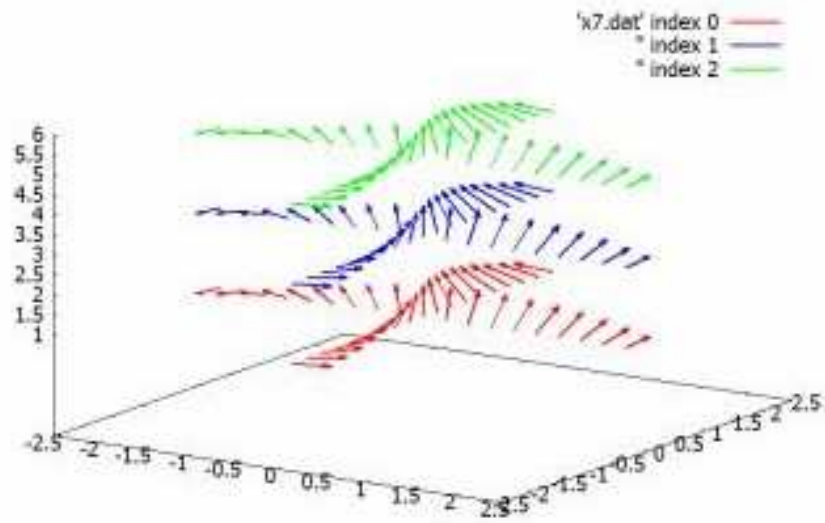


Figura 3.1: Solución de función de Bessel.

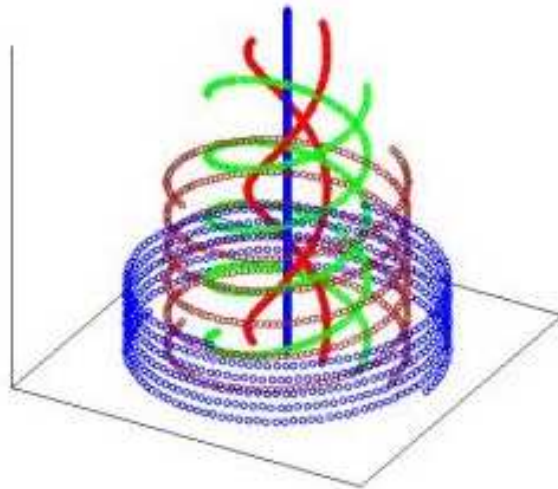


Figura 3.2: Líneas de flujo de la solución con funciones de Bessel.

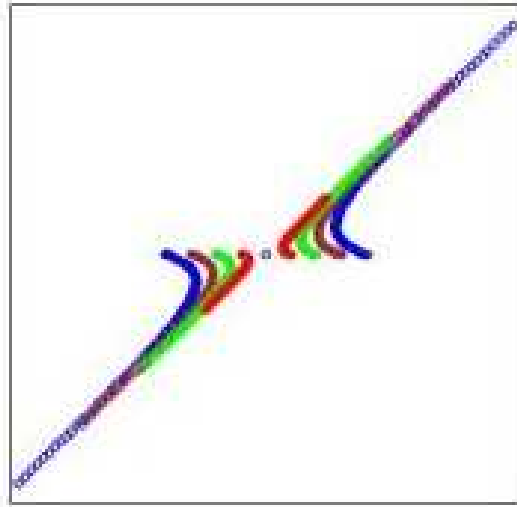


Figura 3.3: Solución general con $\psi = \frac{1}{L^3} XYZ$.

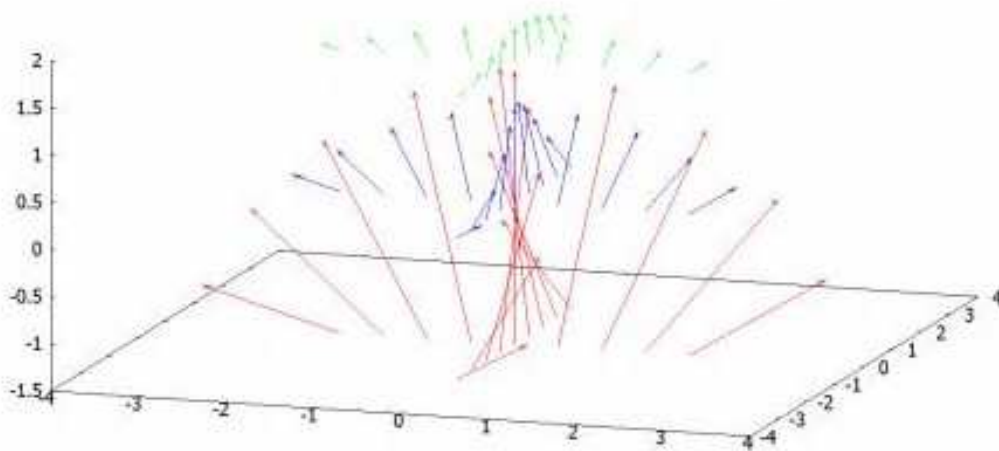


Figura 3.4: Solución de Lundquist.

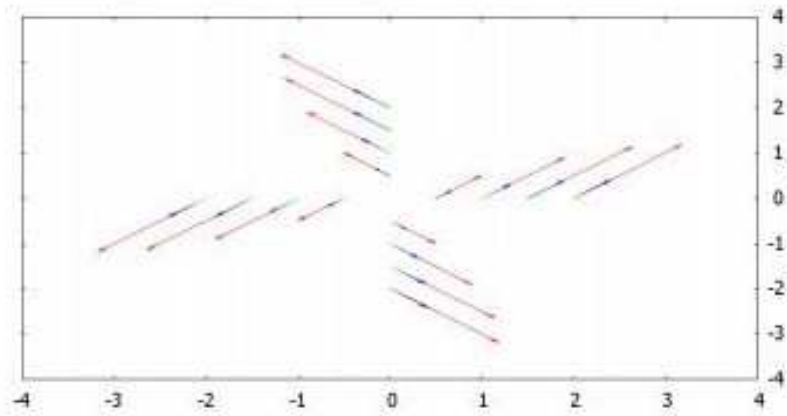


Figura 3.5: Solución de Lundquist, proyectada sobre el plano XY .

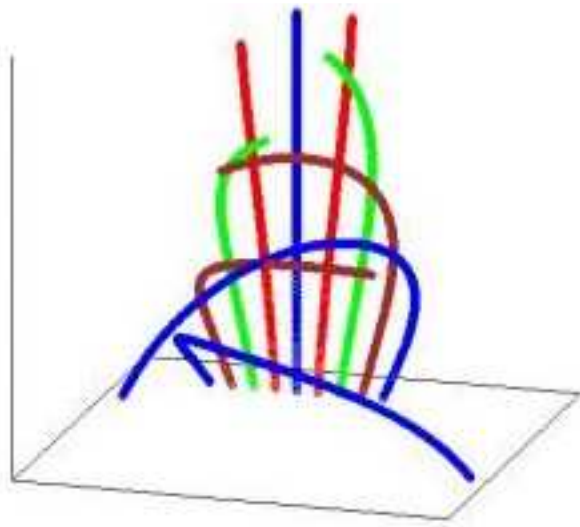


Figura 3.6: Líneas de flujo de la solución de Lundquist.

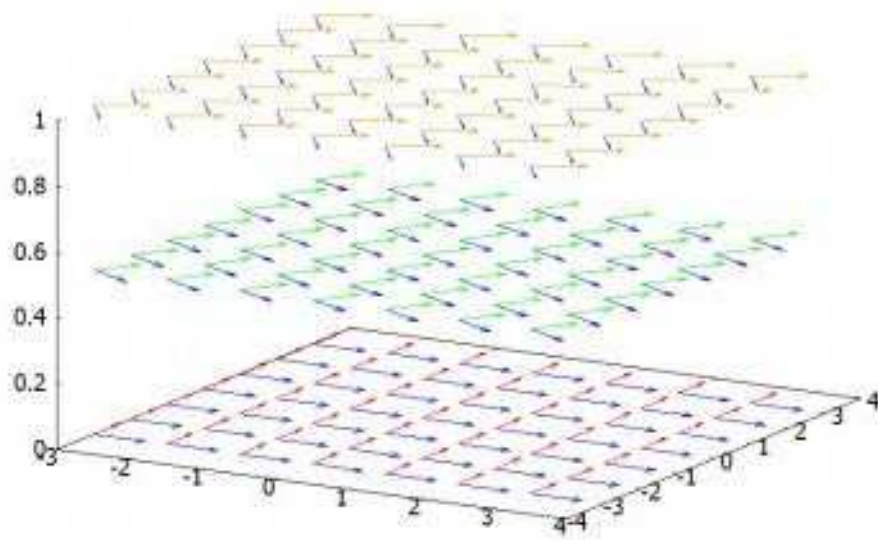


Figura 3.7: Campo de ondas planas, A_1 y A_2 .

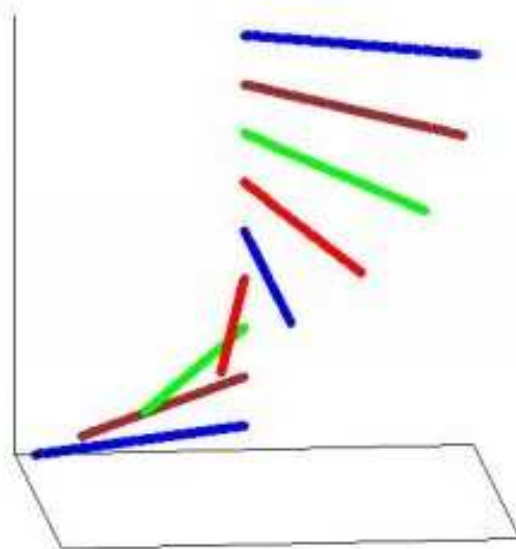


Figura 3.8: Líneas de flujo de ondas planas.

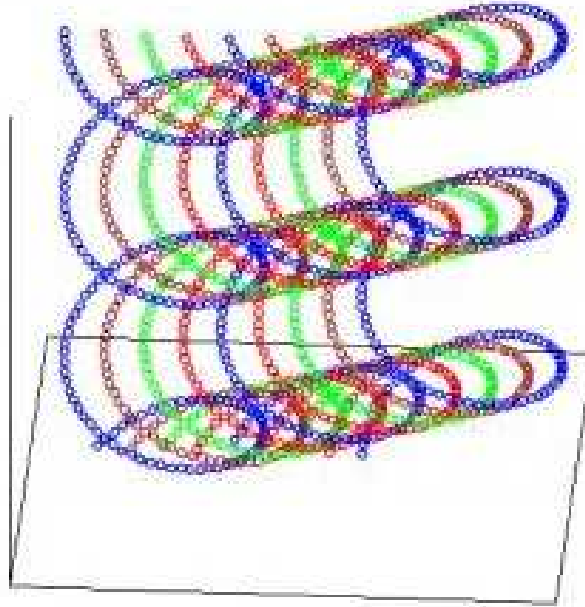


Figura 3.9: Evolución temporal de puntos transportados por ondas planas.

3.6 Estructura de Partones de las Partículas Elementales.

Desarrollamos una solución de la ecuación restrictiva de Schroedinger (3.346) en base a las ecuaciones de Beltrami desarrolladas en este capítulo. La solución se aplica a partículas elementales y revela su así llamada estructura de *partones*.

Solución de la ecuación restrictiva (3.340)

Antes de resolver la ecuación de Schroedinger (3.346), se obtiene el potencial a partir de la ecuación restrictiva (3.340) ó (3.344), respectivamente. Seleccionamos la forma (3.340) para κ^2 , que se cumple para todas las energías E , de manera que una solución de la Ec. (3.340) es universal en E . Para el electrón se sabe que no hay dependencia angular de la densidad de carga de partícula. Para el protón hay solamente una débil dependencia angular. Por lo tanto, restringimos el operador ∇^2 en la Ec. (3.340) a la parte radial, dando

$$\frac{d^2}{dr^2} \kappa^2(r) + \frac{2}{r} \frac{d}{dr} \kappa^2(r) = \kappa^4(r) \quad (3.366)$$

con

$$\kappa^2 = \frac{2m(V-E)}{\hbar^2} \quad (3.367)$$

como antes. Cuando se conoce κ^2 , el potencial puede obtenerse mediante

$$V = E + \frac{\kappa^2 \hbar^2}{2m}. \quad (3.368)$$

Con el objeto de simplificar la Ec.(3.366) sustituimos κ por una nueva función λ :

$$\lambda^2(r) := r \kappa^2(r). \quad (3.369)$$

Este es el mismo procedimiento que el de librarse de la primera derivada en el procedimiento de la solución tradicional para la ecuación radial de Schroedinger. La Ec.(3.366) queda entonces como:

$$\frac{d^2}{dr^2} \lambda^2(r) = \frac{\lambda^4(r)}{r}. \quad (3.370)$$

Las condiciones iniciales deben de seleccionarse como sigue. Debido a que la coordenada radial en la Ec. (3.369) comienza en $r = 0$, debemos de utilizar $\lambda^2(0) = 0$ para ser consistentes. La derivada de λ^2 se obtiene a partir de la Ec. (3.369):

$$\frac{d\lambda^2}{dr} = \kappa^2 + 2r \frac{d\kappa}{dr}. \quad (3.371)$$

Solamente el primer término contribuye para $r = 0$, de manera que el valor inicial de κ^2 determina la derivada de λ^2 en este punto. En total:

$$\lambda^2(0) = 0, \quad (3.372)$$

$$\frac{d\lambda^2}{dr}(0) = \kappa^2(0). \quad (3.373)$$

Si $\kappa^2(0)$ es positivo, obtenemos solamente funciones con curvatura positiva para λ^2 y κ^2 , véase la Fig. 3.10. La función de potencial es siempre positiva y mayor que cero, permitiendo que no haya estados linderos. Ambas funciones divergen para grandes valores de r . Por lo tanto, debemos comenzar con un valor negativo de $\kappa^2(0)$. Luego obtenemos una región negativa de la función potencial, comenzando con una tangente horizontal. Esto es igual que con el potencial de Woods Saxon, un potencial modelo para núcleos atómicos. No hay singularidad en el origen porque no hay carga puntual.

Estudios numéricos dan el resultado de que las soluciones λ^2 y κ^2 son siempre del tipo mostrado en la Fig. 3.11. La escala radial se determina por la profundidad del valor inicial $\kappa^2(0)$. Hemos seleccionado este valor tan grande para que la escala radial (en unidades atómicas) se encuentre en el rango de los radios de las partículas elementales, véase la Tabla 3.1. Como artefacto, el comportamiento divergente para $r \rightarrow \infty$ hallado previamente se mantiene para valores iniciales negativos de la función de potencial. Obviamente, κ^2 atraviesa el valor de cero cuando la derivada de λ^2 presenta una tangente horizontal (Fig. 3.11). Sería conveniente cortar el potencial para este valor de radio.

Solución de la ecuación radial de Schroedinger

Luego de haber determinado la función potencial κ^2 que depende internamente de E , podemos resolver la ecuación radial de Schroedinger obtenida a partir de la Ec.(3.346):

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dr^2} R(r) - \frac{\hbar^2}{mr} \frac{d}{dr} R(r) + V(r) R(r) = E R(r) \quad (3.374)$$

donde R es la parte radial de la función de onda. Sustituimos R en la forma habitual:

$$P(r) := r R(r) \quad (3.375)$$

para obtener la ecuación simplificada

$$\frac{d^2}{dr^2} P(r) = \frac{2m}{\hbar^2} (V(r) - E) P(r). \quad (3.376)$$

$V - E$ puede sustituirse por κ^2 , que ya se conoce a partir de la ecuación restrictiva, de manera que tenemos

$$\frac{d^2}{dr^2} P(r) = \frac{\lambda^2}{r} P(r) = \kappa^2 P(r). \quad (3.377)$$

Obviamente, el parámetro de energía E es sub-sumado por κ . La función κ computada resulta válida para un valor arbitrario de E . Dado que el lado izquierdo de la Ec.(3.377) es una sustitución del operador ∇^2 , la ecuación de Schroedinger se ha transformado en una ecuación de Beltrami con una función escalar variable κ^2 (suponiendo que no hay divergencia para P). No queda ninguna dependencia respecto de la energía, y la ecuación puede resolverse como una ecuación diferencial ordinaria. Esta es una ecuación lineal en P , de manera que el resultado puede normalizarse arbitrariamente, como así también el resultado final R . Esto es lo mismo nuevamente que en el procedimiento de solución de la ecuación de Schroedinger. Respecto de las condiciones iniciales, P comienza con un valor de cero, tal como se discutió más arriba, y su derivada puede seleccionarse arbitrariamente, por ejemplo:

$$P(0) = 0, \quad (3.378)$$

$$\frac{dP}{dr}(0) = 1. \quad (3.379)$$

Los resultados para R , R^2 y $R^2 r^2$ se han representado gráficamente en la Fig. 3.12. Nuevamente, las funciones deben de cortarse en el radio de corte de aproximadamente $2 \cdot 10^{-5}$ u.a.

Comparación con los resultados experimentales.

Los valores experimentales para los radios de las partículas se incluyen en la Tabla 3.1. El clásico radio del electrón se calcula igualando la energía de la masa con la energía electrostática en una esfera, y resulta ser, sencillamente

$$r_e = \alpha^2 a_0 \quad (3.380)$$

con α siendo la constante de estructura fina y a_0 el radio de Bohr. Este valor de radio, sin embargo, es mayor que el radio del protón. Por lo tanto, un procedimiento de cálculo más realista pareciera ser el escalamiento del radio del protón con la razón de masas comparado con el electrón (segunda fila en la Tabla 3.1). Los límites experimentales son aún más pequeños, de manera que la opinión aceptada es que el electrón es una partícula puntual, lo

cual no puede ser el caso en el sentido matemático, ya que no existen las singularidades en la naturaleza. Las características de densidad de carga del protón y del neutrón son funciones exponencialmente decrecientes. Esto no es totalmente idéntico a las propiedades obtenidas para R^2 a partir de nuestro cálculo (Fig. 3.13), que se parece más a una función gaussiana. Sin embargo, se han observado gaussianas para núcleos atómicos que contienen más de un protón o neutrón. Hay un diagrama en la literatura que muestra las densidades de carga para el protón y neutrón [30] (replicada en la Fig. 3.14). Las densidades de carga comienzan con valores iguales a cero, por lo que parecen describir la carga efectiva en una esfera de radio r que debe de compararse con

$$\rho_e = R^2 \cdot r^2 \quad (3.381)$$

de nuestro cálculo. Esta función (con signo negativo) se ha representado gráficamente en la Fig. 3.13 en el rango por debajo del radio de corte. Dado que nuestra función no está normalizada, difieren las escalas verticales. El protón muestra un hombro en la densidad de carga, que no es reproducido en nuestro cálculo. Se sabe que el neutrón no es neutro de carga a través de su radio, sino que posee un núcleo positivo y una región externa negativa. La región negativa, que se llama “concha” incluso pertenece al centro en la Fig. 3.14. La forma de la concha se ajusta bastante a nuestro cálculo en la Fig. 3.13. Algunas otras densidades de carga del protón han sido calculadas por Venkat et al. [29] y por Sardin [30], ver en la Fig.4. Se comparan bastante bien con nuestros resultados para $R^2 r^2$, la Fig. 3.13 de este documento. Tal como ya se ha mencionado, nuestro cálculo no contiene un parámetro explícito de energía, de manera que no obtenemos un espectro de masa de partículas elementales o partones. El diámetro de la carga efectiva se define a través del valor inicial de κ^2 . Para los resultados presentados debimos elegir $\kappa^2 = -5 \cdot 10^{10}$ u.a., lo cual es mucho. La energía en reposo del protón es 938 MeV ó $3.5 \cdot 10^7$ u.a., que es tres órdenes de magnitud menos. Obviamente, el potencial tiene que ser mucho más profundo que la energía en reposo (negativa). En conclusión, el enfoque de Beltrami de la teoría ECE conduce a una descripción cualitativamente correcta de la estructura interna de partículas elementales, en particular del neutrón. La energía de unión no puede determinarse debido a que se cancela durante el transcurso del cálculo. Pareciera que la estructura de Beltrami no es válida en la región de contorno de las partículas elementales o partones, ya que la densidad de carga no cae asintóticamente a cero. Esto puede remediarse mediante la definición de un radio de corte en donde la función radial presenta un cruce del valor igual a cero. Este fue un primer enfoque para el cálculo del interior de las partículas elementales (la así-llamada estructura de partón) mediante la teoría ECE. Para futuros desarrollos va a ser necesario encontrar enfoques más elaborados.

Partícula	característica de densidad de carga	radio [m]	radio [u.a.]
electrón (clásico)	función delta	$2.82 \cdot 10^{-15}$	$5.33 \cdot 10^{-5}$
electrón (derivado) ^a	función delta	$9.1 \cdot 10^{-17}$	$1.72 \cdot 10^{-6}$
protón (medido)	func. exponencial negat.	$1.11 \cdot 10^{-15}$	$2.10 \cdot 10^{-5}$
protón (radio de carga)	func. exponencial negat.	$8.8 \cdot 10^{-16}$	$1.66 \cdot 10^{-5}$
neutrón (medido)	func. exponencial negat.	$1.7 \cdot 10^{-15}$	$3.21 \cdot 10^{-5}$
núcleos atómicos	func. gaussiana o de Fermi	$2-8 \cdot 10^{-15}$	$4-15 \cdot 10^{-5}$

^aRadio del electrón a partir de comparación de volumen con $(m_{\text{protón}}/m_{\text{electrón}})^{1/3}$

Tabla 3.1: Datos experimentales de partículas elementales [29], [30].

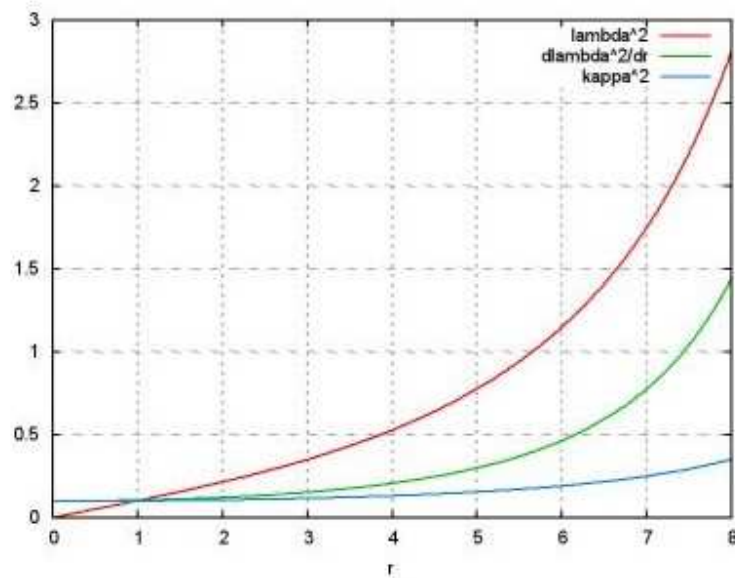


Figura 3.10: Funciones de solución de la ecuación restrictiva (3.340) para $\kappa^2(0) > 0$.

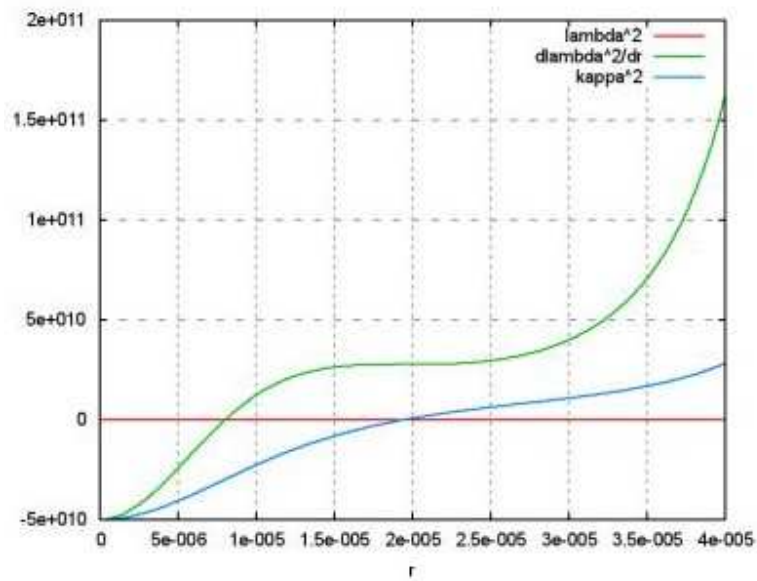


Figura 3.11: Funciones de solución de la ecuación restrictiva (3.340) para $\kappa^2(0) < 0$.

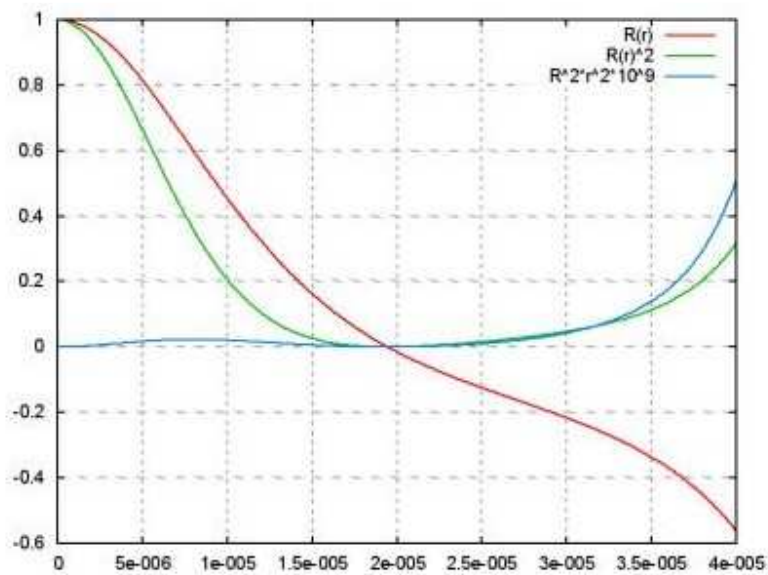


Figura 3.12: Solución de partón de la ecuación de Schrodinger.

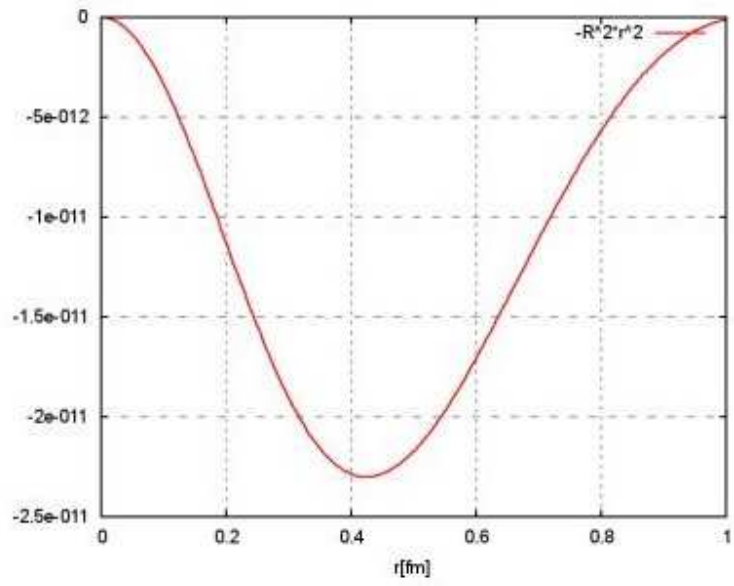


Figura 3.13: Ecuación de onda radial $-R^2 \cdot r^2$.

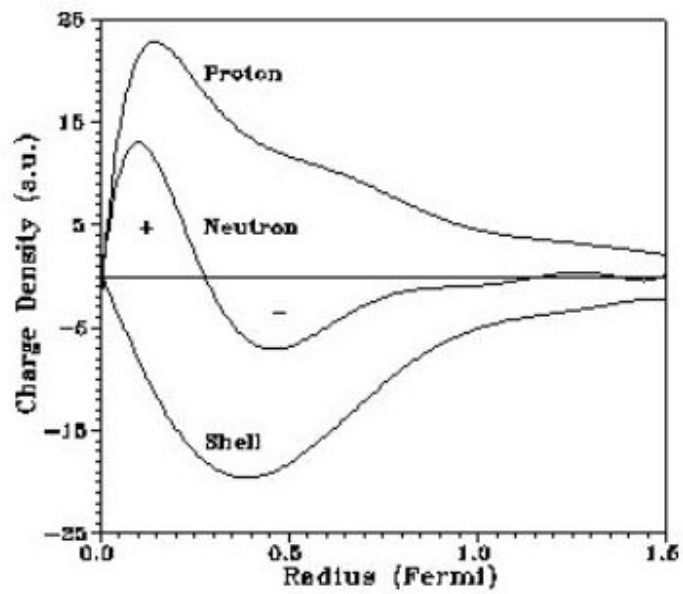


Figura 3.14: Densidades de carga experimentales de partículas elementales [30].

Capítulo 4

La Masa del Fotón y el Campo $B^{(3)}$.

4.1 Introducción.

El campo $B^{(3)}$ fue inferido en noviembre de 1991 [1]- [10] a partir de una consideración del producto conjugado de óptica no lineal en el Efecto Faraday Inverso. En la física previa al gran cambio paradigmático de la teoría ECE, se consideraba al producto conjugado como existiendo en el espacio libre solamente en un plano de dos dimensiones. Esto constituía un dogma absurdo, requerido por la necesidad de un fotón sin masa y la invariancia gauge $U^{(1)}$ de la vieja teoría [24]. El lagrangiano debía ser invariante bajo cierto tipo de transformación gauge. Por lo tanto, no podía haber componentes longitudinales del campo electromagnético libre, lo cual significaba que el producto vectorial conocido como el producto conjugado no podía tener componente longitudinal en el espacio libre, pero tan pronto interactuaba con la materia producía una magnetización longitudinal observable experimentalmente. En retrospectiva, esto resulta groseramente absurdo, ya que desafía la geometría básica, la definición básica del producto vectorial en el espacio tridimensional, o la parte espacial del espaciotiempo de cuatro dimensiones.

Los primeros documentos referidos a $B^{(3)}$ se publicaron en *Physica B* en 1992 y 1993, y pueden verse en la Sección Omnia Opera del portal www.aias.us . El descubrimiento del campo $B^{(3)}$ no se relacionó de inmediato con la masa del fotón, un concepto que se remonta a la teoría corpuscular de Newton y aun antes. Fue revivido por Einstein, a medida que

desarrolló la vieja teoría cuántica y la relatividad restringida, y con la inferencia de la dualidad onda-partícula pasó a formar parte de la escuela de pensamiento de de Broglie en el Instituto Poincaré en París. Entre los miembros de esta escuela se encontraban Proca y Vigier, cuya vida laboral se dedicó en gran parte a la teoría de la masa del fotón y un tipo de mecánica cuántica que rechazaba la indeterminación de Copenhague. Esto se conoce habitualmente como la mecánica cuántica determinista o causal. La teoría ECE ha refutado claramente la indeterminación en favor del determinismo causal, porque la teoría ECE ha demostrado que esencialmente todas las ecuaciones válidas de la física tienen su origen en la geometría. El indeterminismo afirma que algunos aspectos de la naturaleza son absolutamente incognoscibles, y que no hay causa y efecto, y que por ejemplo una partícula puede hacer lo que se le antoje, como el ir hacia adelante y hacia atrás en el tiempo. Para los deterministas causales esto resulta absurdo y un dogma antibaconiano, de manera que lo han rechazado desde que fue propuesto, hace alrededor de noventa años. Esto constituyó el primer gran cisma en el campo de la física. El segundo gran cisma se dio con el surgimiento de la teoría ECE, la cual ha partido a la física en el dogma (el modelo establecido) y un desarrollo perfectamente lógico basado en la geometría (teoría ECE). Todo efecto posee una causa, y las ecuaciones ondulatorias de la física se obtienen a partir de la geometría de una manera rigurosamente lógica. Se han refutado muchos aspectos del modelo establecido con una facilidad asombrosa. Esto sugiere que el modelo establecido “ni siquiera estaba equivocado”, en palabras de Pauli, sino que se trataba de una plétora de abstracciones ridículas que nunca podían evaluarse a nivel experimental y que muy pocos podían comprender. Este conjunto de tonterías se vocifera por los medios masivos de comunicación como propaganda, provocando un enorme daño a la ciencia baconiana. Este libro intenta remediar parte de dicho daño.

Vigier aceptó de inmediato el campo $B^{(3)}$, y a finales de 1992 sugirió en una carta a M. W. Evans, el descubridor de $B^{(3)}$, que implicaba la existencia de la masa del fotón, porque era un componente longitudinal del campo libre, observable experimentalmente, y de ese modo refutaba el dogma de la transformación gauge $U^{(1)}$. Vigier era muy consciente del hecho de que el lagrangiano de Proca no es invariante gauge $U^{(1)}$ debido a la masa del fotón, y en 1992 había desarrollado el tema en múltiples direcciones. El tema de la masa del fotón estaba tan desarrollado como cualquier otra cosa de la física establecida. Los dos tipos de física se desarrollaron en paralelo, siendo una tan válida como la otra, pero una de ellas (el modelo establecido) mucho más conocida que la otra. La Escuela de Pensamiento de de Broglie era bien conocida por Einstein, quien invitó a Vigier a que fuese su asistente, lo cual parecía implicar que Einstein favorecía la escuela determinista de la mecánica cuántica, como es bien sabido. Lo mismo sucedió con Schroedinger, quien trabajó sobre el tema de la masa fotónica durante muchos años. Uno de los últimos trabajos de Schroedinger, en colaboración con Bass, se refiere a la masa fotónica, durante su estancia en el Instituto de Dublín de Estudios Avanzados, a mediados de la década de los cincuentas. De manera que, por implicancia, Einstein, de Broglie y Schroedinger rechazaban la invariancia gauge del modelo establecido $U^{(1)}$, de la misma manera en que hubiesen rechazado el bosón de Higgs en la actualidad.

El campo $B^{(3)}$ también fue aceptado por los protagonistas de una electrodinámica con topología más elevada, tres o cuatro de cuyos libros aparecen en la serie de World Scientific, “*Contemporary Chemical Physics*”. Por ejemplo, libros escritos por Lehnert y Roy, Barrett, Harmuth et al., y Crowell, y también fue aceptado por Kielich, un pionero de la óptica no lineal. Otros artículos, en especial de Reed [27] acerca de los campos de Beltrami y electrodinámica con una topología más elevada, aparecen en “*Modern Nonlinear Optics*”, publicado en dos ediciones y seis volúmenes entre 1992 y 2001. Piekara también trabajó en París, y con Kielich infirieron el Efecto Faraday Inverso (EFI). Este efecto fue re-inferido por Pershan en Harvard, a principios de la década de los sesentas, y observado experimentalmente por primera vez en el Bloembergen School, en Harvard, alrededor de 1964. La primera observación utilizó un láser de frecuencia visible, y el EFI fue confirmado a frecuencias de microondas por Deschamps et al. [35] en París en 1970, en un plasma de electrones. De manera que demostró ser un efecto ubicuo, que dependía para su descripción del producto conjugado. El campo $B^{(3)}$ fue ampliamente aceptado como una descripción natural de la magnetización longitudinal del EFI.

Siguiendo la sugerencia de Vigier, en cuanto a que el campo $B^{(3)}$ implicaba la existencia de la masa fotónica, se llevaron a cabo los primeros intentos para desarrollar la electrodinámica $O^{(3)}$ [1]-[10], en la que los índices de la base circular compleja, (1), (2) y (3), se incorporaron a la electrodinámica, tal como se describe en capítulos anteriores de este libro. Muchos aspectos de la invariancia gauge $U^{(1)}$ fueron rechazados, tal como se describe en la Omnia Opera publicada en el portal www.aias.us, entre 1993 y 2003, tras una década de desarrollo. Durante este período, Evans y Vigier produjeron cinco volúmenes [1]- [10] en la célebre serie de van der Merwe que llevó por título “*The Enigmatic Photon*” (El Fotón Enigmático), título sugerido por el mismo van der Merwe. El contenido de estos libros está disponible en la Omnia Opera del portal www.aias.us. A mediados de la década de los noventas, van der Merwe publicó un artículo de recopilación, acerca de las implicaciones de $B^{(3)}$, por sugerencia de Vigier, en su publicación “*Foundations of Physics*”. Esta fue una célebre publicación periódica sobre temas de avanzada en la física, uno de los muy pocos que permitían la publicación de ideas que no pertenecieran a la física establecida.

La electrodinámica $O^{(3)}$ era una electrodinámica con topología más elevada, que resultó transicional entre la época temprana de la teoría $B^{(3)}$ y la teoría ECE, en la que la masa del fotón y $B^{(3)}$ se desarrollan ambos a partir de la geometría de Cartan.

4.2 Deducción de las Ecuaciones de Proca a partir de la Teoría ECE.

La ecuación de Proca, tal como se comenta brevemente en el Capítulo 3, constituye la ecuación fundamental de la teoría de la masa del fotón, y en esta sección se deduce a partir

del postulado de la tetrada. Éste último siempre da una masa fotónica finita en la teoría ECE, que aquí consideramos en el formato:

$$D_\mu q^a{}_\nu = \partial_\mu q^a{}_\nu + \omega^a{}_{\mu b} q^b{}_\nu - \Gamma^\lambda{}_{\mu\nu} q^a{}_\lambda = 0 \quad (4.1)$$

donde $q^a{}_\nu$ es la tetrada de Cartan, donde $\omega^a{}_{\mu b}$ es la conexión de espín y $\Gamma^\lambda{}_{\mu\nu}$ es la conexión gamma.

Definimos:

$$\omega^a{}_{\mu\nu} = \omega^a{}_{\mu b} q^b{}_\nu \quad , \quad (4.2)$$

$$\Gamma^a{}_{\mu\nu} = \Gamma^\lambda{}_{\mu\nu} q^a{}_\lambda \quad , \quad (4.3)$$

entonces:

$$\partial_\mu q^a{}_\nu = \Gamma^a{}_{\mu\nu} - \omega^a{}_{\mu\nu} := \Omega^a{}_{\mu\nu} \quad . \quad (4.4)$$

Diferenciamos ambos lados:

$$\partial^\mu \partial_\mu q^a{}_\nu = q^a{}_\nu = \partial^\mu \Omega^a{}_{\mu\nu} \quad (4.5)$$

y definimos:

$$\partial^\mu \Omega^a{}_{\mu\nu} := -Rq^a{}_\nu \quad (4.6)$$

para hallar la ecuación de onda ECE:

$$(\square + R)q^a{}_\nu = 0 \quad (4.7)$$

y la ecuación:

$$\partial^\mu \Omega^a{}_{\mu\nu} + Rq^a{}_\nu = 0 \quad , \quad (4.8)$$

donde la curvatura es:

$$R = -q^v_a \partial^\mu \Omega^a_{\mu\nu}. \quad (4.9)$$

Ahora utilizamos el postulado ECE y definimos un campo electromagnético:

$$F^a_{\mu\nu} := A^{(0)} \Omega^a_{\mu\nu} \quad (4.10)$$

para hallar:

$$(\square + R)A^a_\mu = 0 \quad (4.11)$$

y

$$\partial^\mu F^a_{\mu\nu} + RA^a_\nu = 0. \quad (4.12)$$

Estas son ecuaciones de onda y de campo de Proca, Q. E. D.

La masa del fotón se define mediante la curvatura:

$$R = \left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2 \quad (4.13)$$

Por lo tanto:

$$\left(\square + \left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2\right) A^a_\mu = 0 \quad (4.14)$$

y

$$\partial^\mu F^a_{\mu\nu} + \left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2 A^a_\nu = 0. \quad (4.15)$$

Para cada estado de polarización a , éstas son las ecuaciones de Proca de mediados de la década de los treinta. No son invariantes gauge $U^{(1)}$ y refutan inmediatamente la teoría del bosón de Higgs, porque la teoría del bosón de Higgs es invariante gauge $U^{(1)}$. Puede considerarse a la Ec. (4.10) como un postulado de la teoría ECE en donde el campo electromagnético se define mediante la conexión $\Omega^a_{\mu\nu}$. Por antisimetría:

$$F^a_{\mu\nu} = -F^a_{\nu\mu} \quad (4.16)$$

y a partir de la primera ecuación estructural de Cartan:

$$T^a_{\mu\nu} = \partial_\mu q^a_\nu - \partial_\nu q^a_\mu + \omega^a_{\mu\nu} - \omega^a_{\nu\mu}. \quad (4.17)$$

Los postulados fundamentales de la teoría ECE son:

$$A^a_\mu = A^{(0)} q^a_\mu, \quad (4.18)$$

$$F^a_{\mu\nu} = A^{(0)} T^a_{\mu\nu}, \quad (4.19)$$

de manera que:

$$\begin{aligned} F^a_{\mu\nu} &= \partial_\mu A^a_\nu - \partial_\nu A^a_\mu + A^{(0)} \omega^a_{\mu\nu} - \omega^a_{\nu\mu} \\ &= A^{(0)} \Gamma^a_{\mu\nu} - \Gamma^a_{\nu\mu}. \end{aligned} \quad (4.20)$$

Por antisimetría:

$$F^a_{\mu\nu} = 2 (\partial_\mu A^a_\nu + A^{(0)} \omega^a_{\mu\nu}) \quad (4.21)$$

de manera que:

$$F^a_{\mu\nu} (\text{original}) = 2 (F^a_{\mu\nu} (\text{nuevo}) + A^{(0)} \omega^a_{\mu\nu}). \quad (4.22)$$

El postulado (4.10) es una forma conveniente de deducir las dos ecuaciones de Proca a partir del postulado de la tétrada. Al así hacerlo:

$$R_0 = \left(\frac{m_0 c}{\hbar} \right)^2 \quad (4.23)$$

donde m_0 es la masa en reposo del fotón. Definimos más generalmente:

$$R = \left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2 \quad (4.24)$$

donde:

$$m = \gamma m_0 \quad (4.25)$$

entonces la ecuación de de Broglie se generaliza a:

$$E = \hbar\omega = mc^2 = \hbar c R^{1/2} \quad (4.26)$$

y el cuadrado de la masa del fotón en movimiento se define mediante la curvatura:

$$m^2 = \left(\frac{\hbar}{c}\right)^2 R = \left(\frac{\hbar}{c}\right)^2 q^v{}_a \partial^\mu (\omega^a{}_{\mu\nu} - \Gamma^a{}_{\mu\nu}) \quad (4.27)$$

Las ecuaciones de Proca se comentan más extensamente en el Capítulo 3. La dogmática transformación gauge $U^{(1)}$ de la física establecida es:

$$A^\mu \rightarrow A^\mu + \partial^\mu \chi \quad (4.28)$$

pero el Lagrangiano de Proca en el modelo establecido es:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_0^2 A_\mu A^\mu \quad (4.29)$$

y este lagrangiano no es invariante gauge $U^{(1)}$ porque la transformación (4.28) lo modifica.

Este problema fundamental de la invariancia gauge $U^{(1)}$ nunca ha sido resuelto, y la actual teoría detrás del bosón de Higgs todavía emplea la invariancia gauge $U^{(1)}$, luego de muchas refutaciones lógicas. El resultado ha sido un profundo cisma en la física entre la teoría ECE científica y la dogmática teoría del modelo establecido.

4.3 Vínculo entre la Masa del Fotón y $\mathbf{B}^{(3)}$.

El tensor de campo electromagnético completo de la teoría ECE puede definirse mediante:

$$F^a_{\mu\nu} = f^a_{\mu\nu} - f^a_{\nu\mu} + \omega^a_{\mu b} A^b_{\nu} - \omega^a_{\nu b} A^b_{\mu} \quad (4.30)$$

donde:

$$A^a_{\mu} = A^{(0)} q^a_{\mu} , \quad f^a_{\mu\nu} = \partial_{\mu} A^a_{\nu} . \quad (4.31)$$

Consideremos ahora el postulado de la tétrada en el formato:

$$\partial_{\mu} q^a_{\nu} = \Gamma^a_{\mu\nu} - \omega^a_{\mu\nu} := \Omega^a_{\mu\nu} . \quad (4.32)$$

La Ec. (4.31) sigue directamente a partir del postulado subsidiario:

$$f^a_{\mu\nu} = A^{(0)} \Omega^a_{\mu\nu} \quad (4.33)$$

y como ya se ha demostrado en este capítulo, da lugar a las ecuaciones de onda y de campo de Proca en un formato covariante generalizado. Se observa que las ecuaciones de Proca son estructuras subsidiarias de la estructura no lineal más general (4.30).

El campo $B^{(3)}$ que constituye la base de la teoría de campo unificado se define mediante:

$$B^a_{\mu\nu} = -ig (A^c_{\mu} A^b_{\nu} - A^c_{\nu} A^b_{\mu}) = \omega^a_{\mu b} A^b_{\nu} - \omega^a_{\nu b} A^b_{\mu} \quad (4.34)$$

y se deduce de la parte no lineal del tensor de campo completo (4.30).

En la teoría $B^{(3)}$:

$$\omega^a_{\mu b} = -ig A^c_{\mu} \epsilon^a_{bc} . \quad (4.35)$$

Definimos ahora, para cada índice de polarización a :

$$g^{\mu\nu} = \partial^{\mu} A^{\nu} - \partial^{\nu} A^{\mu} . \quad (4.36)$$

Se deduce entonces que:

$$\partial^\rho g^{\mu\nu} + \partial^\nu g^{\rho\mu} + \partial^\mu g^{\nu\rho} = 0. \quad (4.37)$$

Esta ecuación es igual que:

$$\partial^\mu \tilde{g}_{\mu\nu} = 0 \quad (4.38)$$

donde el tilde denota el dual de Hodge. Sigue entonces que:

$$\partial^\mu \tilde{f}_{\mu\nu} = 0 \quad (4.39)$$

que es la ecuación de campo homogénea de la estructura de Proca. La Ec. (4.32) permite la descripción de los efectos de Aharonov Bohm [1]- [10] con la suposición:

$$\Gamma^a_{\mu\nu} = \omega^a_{\mu\nu}. \quad (4.40)$$

Con esta suposición, el potencial es distinto de cero cuando el campo es igual a cero. En el documento UFT 157, publicado en el portal www.aias.us, se dedujo la siguiente relación para cada índice de polarización a :

$$j^\mu = - \frac{R}{\mu_0} A^\mu \quad (4.41)$$

donde la densidad de corriente de carga es:

$$j^\mu = (c\rho, \mathbf{J}) \quad (4.42)$$

y donde:

$$A^\mu = \left(\frac{\varphi}{c}, \mathbf{A} \right). \quad (4.43)$$

Aquí, μ_0 es la permeabilidad del vacío y ϵ_0 es la permitividad del vacío. Así:

$$\rho = - \epsilon_0 R \varphi \quad (4.44)$$

y:

$$\mathbf{J} = -R\mu_0\mathbf{A} \quad (4.45)$$

donde ρ es la densidad de carga, φ es el potencial escalar, \mathbf{J} es la densidad de corriente y \mathbf{A} es el potencial vectorial. Previamente en este libro se incluyó una lista de unidades en el S. I., y las unidades de permeabilidad del vacío son:

$$[\mu_0] = \text{J s}^2\text{c}^{-2} \text{m}^{-1}. \quad (4.46)$$

Por lo tanto, el conjunto completo de ecuaciones de la estructura de Proca es:

$$f^a{}_{\mu\nu} = A^{(0)} (\Gamma^a{}_{\mu\nu} - \omega^a{}_{\mu\nu}) \quad (4.47)$$

$$\partial^\mu f^a{}_{\mu\nu} + RA^a{}_\nu = 0 \quad (4.48)$$

$$(\square + R)q^a{}_\mu = 0 \quad (4.49)$$

$$\partial^\mu F^a{}_{\mu\nu} = \square A^a{}_\nu = -RA^a{}_\nu = \mu_0 j^a{}_\nu \quad (4.50)$$

$$\partial^\mu \tilde{f}^a{}_{\mu\nu} = 0 \quad (4.51)$$

$$j^\mu = -\frac{R}{\mu_0} A^\mu. \quad (4.52)$$

Ahora definimos del tensor de campo y su dual de Hodge como:

$$f_{\mu\nu} = \begin{bmatrix} 0 & E_X/c & E_Y/c & E_Z/c \\ -E_X/c & 0 & -B_Z & B_Y \\ -E_Y/c & B_Z & 0 & -B_X \\ -E_Z/c & -B_Y & B_X & 0 \end{bmatrix}, \quad (4.53)$$

$$\tilde{f}_{\mu\nu} = \begin{bmatrix} 0 & B_X & B_Y & B_Z \\ -B_X & 0 & E_Z/c & -E_Y/c \\ -B_Y & -E_Z/c & 0 & E_X/c \\ -B_Z & E_Y/c & -E_X/c & 0 \end{bmatrix}.$$

Estas definiciones dan la ecuación de campo de Proca inhomogénea bajo todas las condiciones, incluso en el vacío:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \rho / \epsilon_0 = -R\varphi \quad (4.54)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \mu_0 \mathbf{J} = -R\mathbf{A} \quad (4.55)$$

y las ecuaciones de campo homogéneas:

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (4.56)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \mathbf{0} \quad (4.57)$$

bajo todas las condiciones.

La solución de la Ec. (4.54) es:

$$\varphi = \frac{1}{\epsilon_0} \int \frac{\rho d^3 x'}{|x - x'|} \quad (4.58)$$

y a partir de las Ecs. (4.54) y (4.58):

$$\varphi = -\rho / \epsilon_0 R = \frac{1}{\epsilon_0} \int \frac{\rho d^3 x'}{|x - x'|} \quad (4.59)$$

de manera que:

$$\frac{1}{\epsilon_0} \int \frac{\rho d^3 x'}{|x - x'|} = -\frac{\rho}{R} \quad (4.60)$$

donde:

$$R = -q^a{}_v \partial^\mu \Gamma^a{}_{\mu v} - \omega^a{}_{\mu v} . \quad (4.61)$$

Por lo tanto:

$$\frac{1}{\epsilon_0} \int \frac{\rho(x') d^3 x'}{|x - x'|} = \frac{\rho}{q_a^\nu \partial^\mu (\omega_{\mu\nu}^{a\nu} - \Gamma_{\mu\nu}^a)} \quad (4.62)$$

La ecuación original de Proca de la década de los treinta suponía que:

$$q_a^\nu \partial^\mu (\omega_{\mu\nu}^{a\nu} - \Gamma_{\mu\nu}^a) = \left(\frac{m_0 c}{\hbar}\right)^2 \quad (4.63)$$

donde m_0 es la masa en reposo. Para campos electromagnéticos en el vacío, se suponía que esto era la masa del fotón en reposo, de manera que se infería que las ecuaciones de Proca eran ecuaciones de un bosón con masa finita. Desde un punto de vista más general en física de partículas, éste puede ser cualquier bosón. Por lo tanto, en la teoría de Proca se asocia el campo electromagnético con un bosón masivo (es decir, con un fotón que tiene masa). Por lo tanto, las ecuaciones originales de Proca de los años treinta suponían:

$$\varphi = \frac{1}{\epsilon_0} \left(\frac{\hbar}{m_0 c}\right)^2 \rho. \quad (4.64)$$

Se deduce entonces que:

$$\int \frac{\rho(x') d^3 x'}{|x - x'|} = \left(\frac{\hbar}{m_0 c}\right)^2 \rho. \quad (4.65)$$

A partir de las Ecs. (4.59) y (4.65):

$$\varphi(\text{vac}) = \frac{1}{\epsilon_0} \left(\frac{\hbar}{m_0 c}\right)^2 \rho(\text{vac}) \quad (4.66)$$

dando la masa en reposo del fotón como la razón:

$$m_0^2 = \left(\frac{\hbar}{c}\right)^2 \frac{1}{\epsilon_0} \frac{\rho(\text{vac})}{\varphi(\text{vac})} = 1.4 \times 10^{-74} \frac{\rho(\text{vac})}{\varphi(\text{vac})}. \quad (4.67)$$

Se requiere de dos experimentos independientes para hallar $\rho(\text{vac})$ y $\varphi(\text{vac})$. En la ref. [37]

se incluye una lista de experimentos utilizados para determinar la masa del fotón. Sin embargo, en esta sección se examinan cuidadosamente las suposiciones utilizadas en estas determinaciones, y en lo principal, se muestra que no son sostenibles. Más adelante, en este capítulo, se incluirá un nuevo método para la determinación de la masa del fotón.

La conservación de la densidad de corriente de carga para cada índice de polarización a significa que:

$$\partial_{\mu} j^{\mu} = 0. \quad (4.68)$$

A partir de las Ecs. (4.68) y (4.52):

$$\partial_{\mu} A^{\mu} = 0. \quad (4.69)$$

En la física establecida, se sabe que la Ec. (4.69) es gauge según Lorenz, una suposición arbitraria. En la teoría de la masa del fotón de Proca, el gauge de Lorenz se deduce en forma analítica. En la teoría de Proca, el 4-potencial es físico, y la invariancia gauge $U^{(1)}$ queda completamente refutada. En consecuencia, la teoría del bosón de Higgs se derrumba.

A partir de las conocidas correcciones radiativas [1]- [10] se sabe experimentalmente que el vacío contiene densidad de corriente de carga. Se deduce directamente a partir de la Ec. (4.52) que el vacío también contiene un 4-potencial asociado con la masa del fotón. Por lo tanto, hay campos del vacío que en la teoría ECE no lineal incluyen al campo $B^{(3)}$. Por lo tanto, éste último también existe en el vacío y se vincula con la masa del fotón y la teoría de Proca. En el dogma establecido, la suposición de una masa del fotón igual a cero significa que los campos en el vacío sólo contienen componentes transversales. Esto, claramente, constituye una tontería geométrica, y conduce al pequeño grupo $E^{(2)}$ [24] del grupo Poincaré. El 4-potencial en el vacío es:

$$A^{\mu}(\text{vac}) = \left(\frac{\varphi(\text{vac})}{c}, \mathbf{A}(\text{vac}) \right). \quad (4.70)$$

Se deduce que un circuito puede detectar el 4-potencial en el vacío a través de las ecuaciones inhomogéneas de Proca

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = -R\varphi(\text{vac}) \quad (4.71)$$

y:

$$\nabla \times \mathbf{B} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \mu_0 \mathbf{J} = -R\mathbf{A}(\text{vac}). \quad (4.72)$$

En este proceso, la energía total se conserva a través del teorema relevante de Poynting deducido como sigue. Multipliquemos la Ec. (4.72) por \mathbf{E} :

$$\mathbf{E} \cdot (\nabla \times \mathbf{B}) - \frac{1}{c^2} \mathbf{E} \cdot \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = -R\mathbf{E} \cdot \mathbf{A}(\text{vac}). \quad (4.73)$$

Utilicemos:

$$\mathbf{E} \cdot \nabla \times \mathbf{B} = -\nabla \cdot \mathbf{E} \times \mathbf{B} + \mathbf{B} \cdot \nabla \times \mathbf{E} \quad (4.74)$$

en la Ec. (4.73) para encontrar el teorema de Poynting de conservación de la densidad de energía total:

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{S} = \frac{R}{\mu_0} \mathbf{E} \cdot \mathbf{A}(\text{vac}). \quad (4.75)$$

La densidad de energía electromagnética, en unidades de joules por metro cúbico, es:

$$W = \frac{1}{2} \left(\epsilon_0 E^2 + \frac{1}{\mu_0} B^2 \right) \quad (4.76)$$

y el vector de Poynting es:

$$\mathbf{S} = \frac{1}{\mu_0} \mathbf{E} \times \mathbf{B}. \quad (4.77)$$

La Ec. (4.76) define la densidad de energía electromagnética disponible del vacío, más precisamente del espaciotiempo. Este proceso está gobernado por el Teorema de Poynting (4.75) y, por lo tanto, hay conservación de la energía total, habiendo densidad de energía electromagnética en el vacío. El tensor de campo electromagnético relevante es:

$$f^a{}_{\mu\nu} = \partial_\mu A^a{}_\nu \quad (4.78)$$

entonces ya sea:

$$\mathbf{E} = -\nabla\varphi \quad (4.79)$$

ó:

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t} \quad (4.80)$$

La antisimetría de la torsión de Cartan significa que el complejo campo no lineal de la Ec. (4.30) es antisimétrico:

$$F^a_{\mu\nu} = -F^a_{\nu\mu} = f^a_{\mu\nu} - f^a_{\nu\mu} + \omega^a_{\mu\nu} - \omega^a_{\nu\mu}. \quad (4.81)$$

La torsión de Cartan viene definida por:

$$T^a_{\mu\nu} = q^a_{\lambda} T^{\lambda}_{\mu\nu} \quad (4.82)$$

donde el tensor de torsión antisimétrico $T^{\lambda}_{\mu\nu}$ está definido por el conmutador de derivadas covariantes:

$$[D_{\mu}, D_{\nu}] V^{\rho} = -T^{\lambda}_{\mu\nu} D_{\lambda} V^{\rho} + R^{\rho}_{\sigma\mu\nu} V^{\sigma}. \quad (4.83)$$

El tensor de torsión está definido por la diferencia de conexiones antisimétricas:

$$T^{\lambda}_{\mu\nu} = \Gamma^{\lambda}_{\mu\nu} - \Gamma^{\lambda}_{\nu\mu} \quad (4.84)$$

y el postulado de la tétrada significa que:

$$\Gamma^a_{\mu\nu} = -\Gamma^a_{\nu\mu} = \partial_{\mu} q^a_{\nu} + \omega^a_{\mu\nu}. \quad (4.85)$$

Se deduce que la antisimetría en la Ec. (4.30) está definida por:

$$f^a_{\mu\nu} + \omega^a_{\mu b} A^b_{\nu} = - (f^a_{\nu\mu} + \omega^a_{\nu b} A^b_{\mu}). \quad (4.86)$$

Si se utiliza la Ec. (4.79) por motivos argumentales, entonces el Teorema de Poynting deviene:

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{S} = -\frac{1}{2} \frac{R}{\mu_0} \frac{\partial}{\partial t} (A^2(\text{vac})). \quad (4.87)$$

A partir de la Ec. (4.45):

$$\mathbf{A}(\text{vac}) = -\frac{\mu_0}{R} \mathbf{J}(\text{vac}) \quad (4.88)$$

de manera que llegamos a:

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{S} = -\frac{1}{2} \mu_0 R \frac{\partial}{\partial t} \frac{J^2(\text{vac})}{R} \quad (4.89)$$

que nos muestra que la densidad de energía en el vacío y el vector de Poynting del vacío se deducen a partir de la derivada temporal del cuadrado de la densidad de corriente en el vacío dividido por R .

En aplicaciones prácticas, estamos interesados en la transferencia de la densidad de energía electromagnética del vacío a un circuito que puede aprovechar la densidad de energía. En un circuito aislado, consideremos la ecuación:

$$A^a{}_\mu = \mu_0 j^a{}_\mu. \quad (4.90)$$

Cuando el circuito interactúa con el vacío:

$$j^a{}_\mu \rightarrow j^a{}_\mu + j^a{}_\mu(\text{vac}) \quad (4.91)$$

de manera que la ecuación de Proca deviene:

$$\square A^a{}_\mu = \mu_0 (j^a{}_\mu + j^a{}_\mu(\text{vac})) \quad (4.92)$$

y

$$\partial^\mu F^a_{\mu\nu} = \mu_0 (j^a_{\mu} + j^a_{\mu}(\text{vac})). \quad (4.93)$$

La ley de Coulomb se modifica a:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{1}{\epsilon_0} (\rho(\text{circuito}) + \rho(\text{vac})) \quad (4.94)$$

y la ecuación que gobierna el potencial escalar es:

$$(\square + R)\varphi = \rho(\text{vac}) / \epsilon_0. \quad (4.95)$$

El operador de d'Alembert se define mediante:

$$\square = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2. \quad (4.96)$$

La parte dependiente del tiempo de φ en el circuito, por lo tanto, se define mediante:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + R\varphi = \rho(\text{vac}) / \epsilon_0. \quad (4.97)$$

La unidad de masa fundamental del circuito es la masa del electrón m_e , cuya frecuencia angular en reposo se define mediante el dualismo onda-partícula de de Broglie:

$$R_e = \left(\frac{m_e c}{\hbar}\right)^2 = \frac{\omega_e^2}{c^2} = q^v_a \partial^\mu (\omega^a_{\mu\nu} - \Gamma^a_{\mu\nu}). \quad (4.98)$$

De manera que la Ec. (4.97) deviene:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + \omega_e^2 \varphi = c^2 \rho_0(\text{vac}) / \epsilon_0 \quad (4.99)$$

que es una ecuación de resonancia de Euler Bernoulli siempre y cuando:

$$c^2\rho(\text{vac}) / \epsilon_0 = A \cos \omega t. \quad (4.100)$$

La solución de la ecuación de Euler Bernoulli

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + \omega_e^2 \varphi = A \cos \omega t \quad (4.101)$$

es conocida por ser:

$$\varphi(t) = \frac{A \cos \omega t}{(\omega_e^2 - \omega^2)^{1/2}}. \quad (4.102)$$

En el punto de resonancia:

$$\omega_e = \omega \quad (4.103)$$

y el potencial escalar del circuito se vuelve infinito para todo valor de A , no importa cuán pequeño sea en magnitud. Esto permite el diseño de circuito para un dispositivo que recoja cantidades prácticas de densidad de radiación electromagnética a partir del vacío mediante amplificación o resonancia. Las placas del condensador utilizado para observar el conocido efecto Casimir pueden incorporarse en el diseño del circuito, como se menciona en trabajo previo por Eckardt, Lindstrom y otros [36].

A partir de las Ecs. (4.41) y (4.44)

$$c^2\rho(\text{vac}) / \epsilon_0 = -c^2 R \varphi(\text{vac}) \quad (4.104)$$

y si consideramos la parte espacial del potencial escalar φ , entonces:

$$\square \rightarrow -\nabla^2 \quad (4.105)$$

y para cada índice de polarización a la ecuación de Proca se reduce a:

$$\nabla^2 \varphi = \left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2 \varphi. \quad (4.106)$$

la parte radial del laplaciano en coordenadas polares se define mediante:

$$\nabla^2\varphi = \frac{\partial^2\varphi}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial\varphi}{\partial r} \quad (4.107)$$

de manera que hay una solución para la Ec. (4.106) conocida como el potencial de Yukawa:

$$\varphi = \frac{B}{r} \exp\left(-\left(\frac{mc}{\hbar}\right)r\right) . \quad (4.108)$$

Esta solución se utilizó inicialmente en física de partículas, pero fue descartada por carecer de sentido físico. Los primeros experimentos para detectar la masa del fotón [1]-[10] suponen en todos los casos la validez del potencial de Yukawa. Sin embargo, la ecuación básica:

$$\square A_\mu = \mu_0 j_\mu \quad (4.109)$$

también posee la solución:

$$\varphi = \frac{e}{4\pi\epsilon_0} \left(\left(1 - \frac{\mathbf{n} \cdot \mathbf{v}}{c}\right) |\mathbf{r} - \mathbf{r}'| \right)_{tr}^{-1} \quad (4.110)$$

y

$$\mathbf{A} = \frac{\mu_0 e \mathbf{v}}{4\pi} \left(\left(1 - \frac{\mathbf{n} \cdot \mathbf{v}}{c}\right) |\mathbf{r} - \mathbf{r}'| \right)_{tr}^{-1} \quad (4.111)$$

que son las conocidas soluciones de Liénard Wiechert. Aquí, tr es el tiempo retardado definido por:

$$tr = t - \frac{1}{c} |\mathbf{r} - \mathbf{r}'| \quad , \quad c = \frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}{t - tr} \quad (4.112)$$

Por lo tanto, el potencial estático de la ecuación de Proca viene dado por la Ec. (4.110) con:

$$\mathbf{v} = \mathbf{0} \quad (4.113)$$

y la densidad de carga estática en el vacío, en unidades de coulombs por metro cúbico, viene dado por:

$$\rho(\text{vac}) = - \left(\frac{mc}{\hbar} \right)^2 \frac{1}{4\pi} \left(\frac{e}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \right) tr \quad (4.113a)$$

que es la ley de Coulomb para cualquier masa de fotón.

Esto significa que la masa del fotón no afecta la ley de Coulomb, conocida como una de las más precisas leyes en la física. Análogamente, la masa del fotón no afecta la ley de Ampère Maxwell ni la ley de Ampère. Esto se observa experimentalmente [1]- [10] con un alto grado de precisión, de manera que se concluye que la usual solución de Liénard Wiechert es la solución física, y que la solución de Yukawa es correcta desde un punto de vista matemático, pero sin sentido físico. Por otro lado, la física establecida ignora la solución de Liénard Wiechert, así como otras soluciones, y afirma arbitrariamente que la solución de Yukawa debe de utilizarse en teoría de masa fotónica. El empleo del potencial de Yukawa significa que hay desviaciones respecto de las leyes de Coulomb y Ampère. Estas desviaciones nunca se han observado, de manera que la física establecida concluye que la masa del fotón es igual a cero para todo propósito práctico. Esto constituye una conclusión completamente arbitraria, basada en la afirmación antropomórfica de la masa fotónica igual a cero, un argumento circular completamente inválido. La teoría de este capítulo demuestra que las leyes de Coulomb y Ampère se cumplen para cualquier masa de fotón, y esta última no puede determinarse a partir de estas leyes. En otras palabras, estas leyes no se ven afectadas por la masa del fotón, en el sentido de que la forma de las mismas permanece sin cambio alguno. Por ejemplo, la dependencia respecto del cuadrado de la inversa en la ley de Coulomb es la misma para cualquier masa de fotón. El concepto de masa de fotón no resulta tan directo como pareciera. Por ejemplo, el documento UFT 244, publicado en el portal www.aias.us, muestra que la dispersión Compton, cuando se desarrolla correctamente, da una masa de fotón muy diferente respecto de la Ec. (4.67). Éstas constituyen preguntas no resueltas en la física de partículas, porque el documento UFT 244 ha mostrado violación de la conservación de la energía en la teoría básica de dispersión de partículas.

Antes de proceder a la descripción de la determinación de la masa del fotón mediante dispersión Compton, mencionamos el origen de la idea de la masa del fotón. Este concepto provino de Henri Poincaré, en su memoria de Palermo, presentada el 23 julio de 1905, (Henri Poincaré, *Sur la Dynamique de l'Electron, Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo*, 21, 127-175 (1905)). Este documento sugirió que la velocidad del fotón v podría ser inferior a c , que es la constante de la transformación de Lorentz. Como fue típico de Poincaré,

introdujo varios nuevos conceptos acerca de relatividad, incluyendo nuevos 4-vectores, generalmente atribuidos a documentos posteriores de Einstein. De manera que Poincaré puede ser considerado como un co-pionero de la relatividad restringida, junto con varios otros. El mismo Einstein sugirió una masa de fotón igual a cero como primera idea tentativa, simplemente porque un objeto que se moviese a una velocidad igual a c debe de tener una masa igual a cero, pues de lo contrario las ecuaciones de la relatividad restringida se vuelven singulares. Posteriormente, Einstein quizá fue persuadido por la Escuela de de Broglie, en el Instituto Poincaré en París, para que considerase una masa finita para el fotón, pero esto no resulta claro. Por lo tanto, fue de Broglie quien asumió la idea de una masa de fotón finita propuesta por Poincaré. El estaba influido por los trabajos de Henri Poincaré antes de inferir la dualidad onda-partícula en 1923, cuando sugirió que las partículas tales como el electrón pudieran comportarse como ondas. A veces surge la confusión cuando se afirma que la velocidad de la luz en el vacío es igual a c . Éste no es el significado de c en la relatividad restringida y general; c es la constante en la transformación de Lorentz. Lorentz y Poincaré habían inferido las ecuaciones tensoriales del electromagnetismo mucho antes que Einstein, como es bien sabido. Habían demostrado que las ecuaciones de Maxwell Heaviside cumplen con la transformación de Lorentz. La teoría ECE ha desarrollado ecuaciones para el electromagnetismo que son covariantes generalizadas, y por lo tanto también son covariantes según Lorentz en un límite bien definido. Es bien sabido que Einstein y otros quedaron muy impresionados con los trabajos de de Broglie, a quien Einstein describió con la célebre frase de que había levantado una esquina del velo.

Louis de Broglie procedió a desarrollar la teoría de la masa del fotón y la mecánica cuántica causal hasta la Conferencia Solvay de 1927, cuando se propuso el indeterminismo, principalmente por parte de Bohr, Heisenberg y Pauli. Fue un concepto rechazado por Einstein, Schrödinger, de Broglie y otros. Posteriormente, de Broglie retornó a la mecánica cuántica determinista por sugerencia de Vigier. Una minoría de físicos ha continuado con el desarrollo de la teoría de la masa finita del fotón, estableciendo límites superiores para la magnitud de la masa fotónica. Existen muchos problemas con el concepto de la masa del fotón igual a cero, como es bien sabido [24]. Estos se discuten con amplios detalles en los cinco volúmenes de la obra "*The Enigmatic Photon*" (Kluwer, 1994, 2002) por M. W. Evans y J.-P. Vigiér. Wigner [24], por ejemplo, demostró que la relatividad restringida puede desarrollarse en términos del grupo Poincaré, o grupo ampliado de Lorentz. En este análisis del grupo Poincaré para una partícula sin masa aparece el Euclidian $E^{(2)}$, el grupo de rotaciones y traslaciones en un plano bidimensional. Esto resulta obviamente incompatible con las cuatro dimensiones del espaciotiempo o las tres dimensiones del espacio. El pequeño grupo para una partícula con masa es tridimensional y físico, y ya no bidimensional.

Esto constituye el problema más obvio para una partícula sin masa, y una de sus manifestaciones es que el campo electromagnético en el espacio libre debe ser transversal y bidimensional, a pesar del hecho de que la teoría del electromagnetismo está construida en un espaciotiempo de cuatro dimensiones. El fotón sin masa puede tener solamente dos

sentidos de polarización, etiquetados como los conjugados transversales (1) y (2) en la base circular compleja [1]- [10] utilizada en capítulos previos. Este dogma absurdo tomó cuerpo debido al prestigio de Einstein, pero el prestigio no sustituye a la lógica. La idea de una masa de fotón igual a cero se desarrolló hacia la invariancia gauge $U^{(1)}$, la cual se enquistó en el modelo establecido de la física. El sector electromagnético de la física establecida todavía se basa en la invariancia gauge $U^{(1)}$, refutada por el campo $B^{(3)}$ en 1992, y en amplios desarrollos efectuados desde entonces. La idea de una invariancia gauge $U^{(1)}$ fue de hecho refutada por el documento de Poincaré ya descrito, y por el trabajo de Wigner, de manera que es meramente dogmático, no científico. Ha sido refutado por efectos observados en óptica no lineal, en especial por el Efecto Faraday Inverso, y de muchas otras formas. Fue ampliamente refutado en el Capítulo 3 por el hecho de que las ecuaciones de Beltrami del electromagnetismo del espacio libre poseen intrincadas soluciones longitudinales en el espacio libre. Según el dogma $U^{(1)}$, éstas no existen, lo cual constituye una conclusión absurda. Probablemente el concepto más absurdo del dogma $U^{(1)}$ es la condición de Gupta Bleuler, en donde las polarizaciones temporal (0) y longitudinal (3) se eliminan artificialmente [24]. Existen también múltiples problemas conocidos de cuantización canónica del campo electromagnético sin masa. Éstos se comentan en un libro de texto tradicional tal como el de Ryder [24], y en gran detalle en “*The Enigmatic Photon*” [1]-[10]. Finalmente, la teoría electro-débil, la cual puede describirse como $U^{(1)} \times SU^{(2)}$, quedó completamente refutada en el documento UFT 225. La totalidad de la teoría del campo unificado depende de la invariancia gauge $U^{(1)}$, de manera que toda la teoría queda refutada como se describe más arriba. Obviamente, no puede existir un bosón de Higgs.

4.4 Medición de la Masa del Fotón mediante Dispersión Compton.

La teoría de dispersión de partículas ha avanzado marcadamente durante el desarrollo de la teoría ECE, en documentos tales como UFT 155 a UFT 171, en el portal www.aias.us analizados en el documento de recopilación UFT 200. Se ha demostrado que el concepto de una masa de fotón igual a cero resulta incompatible con una teoría de dispersión rigurosamente correcta, por ejemplo la dispersión Compton. Esto es por los numerosos problemas comentados en la parte final de la Sección 4.3. Una masa de fotón igual a cero resulta incompatible con la relatividad restringida, una teoría sobre la cual se basa la dispersión Compton tradicional. En los documentos UFT 158 a UFT 171 se descubrió que las ecuaciones de Einstein de Broglie no poseen consistencia interna, pues un cuidadoso examen académico de la teoría demostró resultados muy inconsistentes, los cuales también aparecen en la dispersión electrón-positrón de igual masa.

La teoría de la dispersión Compton con masa de fotón finita se publicó inicialmente en los documentos UFT 158 a UFT 171, y aquí se utiliza la misma notación empleada en los mismos. La ecuación de conservación de la energía clásica relativista es:

$$\gamma m_1 c^2 + m_2 c^2 = \gamma m_1 c^2 + \gamma' m_2 c^2 \quad (4.114)$$

donde m_1 es la masa del fotón, m_2 es la masa del electrón, y donde los factores de Lorentz se definen, como de costumbre, por las velocidades. La masa del fotón viene dada por la primera ecuación deducida en el documento UFT 160, publicado en el portal www.aias.us:

$$m^2 = \left(\frac{\hbar}{c^2}\right)^2 \left[\frac{1}{2a} (-b \pm (b^2 - 4ac')) \right] \quad (4.115)$$

$$a = 1 - \cos^2 \theta,$$

$$b = (\omega'^2 + \omega^2) \cos^2 \theta - 2A,$$

$$A = \omega\omega' - x^2 (\omega - \omega'),$$

$$c' = A^2 - \omega^2 \omega'^2 \cos^2 \theta$$

donde ω' es la frecuencia del rayo gamma disperso, ω es la frecuencia del rayo gamma incidente, y donde:

$$x_2 = \frac{m_2 c^2}{\hbar}. \quad (4.116)$$

Aquí, \hbar es la constante reducida de Planck y c es la velocidad de la luz en el vacío. El ángulo de dispersión es θ . Los datos experimentales de la dispersión Compton pueden utilizarse con la masa del electrón medida en los laboratorios de normas:

$$m_2 = 9.10953 \times 10^{-31} \text{ kg} \quad (4.117)$$

de manera que:

$$x_2 = 7.76343 \times 10^{20} \text{ rad s}^{-1}. \quad (4.118)$$

Las dos soluciones de la Ec. (4.115) para la masa del fotón se incluyen más adelante en esta sección. Una solución siempre posee valor real, y esta raíz generalmente se considera como el valor físico de la masa del fotón. Varía con el ángulo de dispersión, pero su valor siempre se encuentra cerca de la masa del electrón. En este método, el fotón es mucho más pesado que lo considerado previamente. La otra solución puede ser un valor imaginario, y

por lo general esta solución quedaría descartada por falta de sentido físico. Sin embargo, la teoría R significa que la curvatura con valor real puede hallarse como sigue:

$$R = mm^* \left(\frac{c}{\hbar}\right)^2 \quad (4.119)$$

donde $*$ denota el complejo conjugado. Se demuestra posteriormente que una masa con valor imaginario puede interpretarse en términos de propagación supraluminal.

La velocidad del fotón, luego de sufrir la dispersión a partir de un electrón estacionario, viene dada por la ecuación de de Broglie:

$$\gamma' m_1 c^2 = \hbar \omega' \quad (4.120)$$

y es igual a c para todo propósito práctico y todos los ángulos de dispersión (Sección 4.3). Por lo tanto, un fotón tan pesado como un electrón no entra en conflicto con los resultados del experimento de Michelson y Morley, pero en una escala cosmológica un fotón con semejante peso podría fácilmente explicar cualquier discrepancia de masa que actualmente se afirme como debida a la materia oscura. La física de la masa del fotón difiere fundamentalmente de la física establecida, tal como se explica con amplios detalles [1]-[10] en los cinco volúmenes de “*The Enigmatic Photon*”, en la sección Omnia Opera del portal www.aias.us. Un fotón tan masivo como un electrón significaría que intentos previos de determinación de la masa del fotón debieran de reconsiderarse, como ya se ha mencionado en este capítulo. El potencial de Yukawa debería abandonarse y desarrollarse nuevamente.

Sin embargo, la teoría del efecto fotoeléctrico puede hacerse compatible con un fotón masivo de la siguiente manera. Consideremos un fotón pesado en colisión con un electrón estático. La ecuación de conservación de la energía es:

$$\gamma m_0 c^2 + m_2 c^2 = \gamma' m_0 c^2 + \gamma'' m_2 c^2. \quad (4.121)$$

La ecuación de de Broglie puede utilizarse como sigue:

$$\hbar \omega = \gamma m_0 c^2 \quad (4.122)$$

$$\hbar \omega'' = \gamma'' m_2 c^2 \quad (4.123)$$

Si el fotón queda detenido tras la colisión, entonces la ecuación de conservación de la energía es:

$$\hbar\omega + m_2c^2 = m_0c^2 + \hbar\omega'' \quad (4.124)$$

donde m_0 es la masa en reposo del fotón. Este concepto no existe en el modelo establecido, porque un fotón sin masa nunca está en reposo. Por lo tanto:

$$m_0 = m_2 + \frac{\hbar}{c^2} (\omega - \omega''). \quad (4.125)$$

Si, por motivos argumentales, las masas del fotón y del electrón son iguales, entonces:

$$m_0 = m_2 \quad (4.126)$$

y:

$$\omega = \omega'' \quad (4.127)$$

es decir, toda la energía del fotón se transfiere al electrón.

Si:

$$\omega \neq \omega'' \quad (4.128)$$

entonces:

$$\hbar (\omega - \omega'') = \Phi + (m_0 - m_2) c^2 = \Phi \quad (4.129)$$

donde Φ es la energía de unión del efecto fotoeléctrico. A partir de la Ec. (4.129):

$$\hbar\omega + m_2c^2 = m_0c^2 + \hbar\omega'' + \Phi \quad (4.130)$$

es decir:

$$\hbar\omega = \hbar\omega'' + \Phi = E + \Phi \quad (4.131)$$

ó:

$$E = \hbar\omega - \Phi \quad (4.132)$$

que es la ecuación típica del efecto fotoeléctrico, Q. E. D. El fotón pesado no desaparece y transfiere su energía al electrón, y el fotón pesado es compatible con el efecto fotoeléctrico.

Resulta interesante inspeccionar el resultado para la masa del fotón en un rango más amplio de parámetros y comprobar si existen islas de estabilidad [33]. Comenzando con la Ec. (4.115), existen en general cuatro soluciones para m_1 , que aparecen en dos pares con signo positivo y negativo. Eliminamos las soluciones negativas y representamos gráficamente los resultados para el rango de valores de ω_0 y θ obtenidos de un experimento [34]. Las gráficas se muestran en las Figs. 4.1 y 4.2. Las áreas con valores iguales a cero (negras) son aquellas con masa imaginaria. Puede observarse que ambas soluciones poseen regiones continuas de valores bien definidos. Existe incluso una simetría en la dependencia angular. Una solución crece para ángulos cada vez mayores, mientras que la otra disminuye en forma correspondiente. Existen mesetas para $m_1 \approx 1$ que es la masa del electrón. Sin embargo, no existe una verdadera región de masa constante, lo cual conduce al absurdo la teoría de de Broglie Einstein.

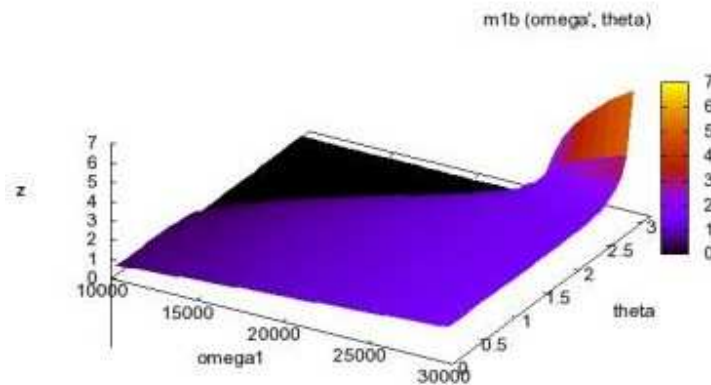


Figura 4.1: Gráfica de superficie para la masa del fotón $m_1(\omega_0, \theta)$, primera solución.

Un problema significativo y fundamental para la física establecida surge a partir de la consideración de la dispersión Compton de igual masa, tal como se describe en el documento UFT 160, publicado en el portal www.aias.us. Puede argumentarse como sigue, en cuanto a que la dispersión Compton entre cuerpos de igual masa viola la conservación de la energía. Consideremos una partícula con una masa m que entra en colisión con una partícula inicialmente estática con masa m . Si se supone que las ecuaciones de conservación de energía y momento son inicialmente correctas, pueden resolverse simultáneamente para dar:

$$x^2 + (\omega^2 - x^2)^{1/2} (\omega'^2 - x^2)^{1/2} \cos \theta = \omega\omega' - (\omega - \omega')x \quad (4.133)$$

donde:

$$x = \omega_0 = mc^2 / \hbar \quad (4.134)$$

si la frecuencia en reposo de la partícula de masa m , ω_0 , es la frecuencia dispersa, y ω es la frecuencia entrante de la partícula m que colisiona con una partícula inicialmente estática con masa m . El ángulo de dispersión es θ y a partir de la Ec. (4.133):

$$\cos^2 \theta = \frac{\omega_0^2 + \omega_0 (\omega - \omega') - \omega\omega'}{\omega_0^2 - \omega_0 (\omega - \omega') - \omega\omega'} \quad (4.135)$$

Para que se cumpla

$$0 \leq \cos^2 \theta \leq 1 \quad (4.136)$$

entonces:

$$\omega < \omega' \quad (4.137)$$

La ecuación de de Broglie significa que la colisión puede describirse mediante:

$$\hbar\omega + \hbar\omega_0 = \hbar\omega' + \hbar\omega'' \quad (4.138)$$

de manera que:

$$\omega + \omega_0 = \omega' + \omega'' \quad (4.139)$$

y:

$$\omega - \omega' = \omega'' - \omega_0 \quad (4.140)$$

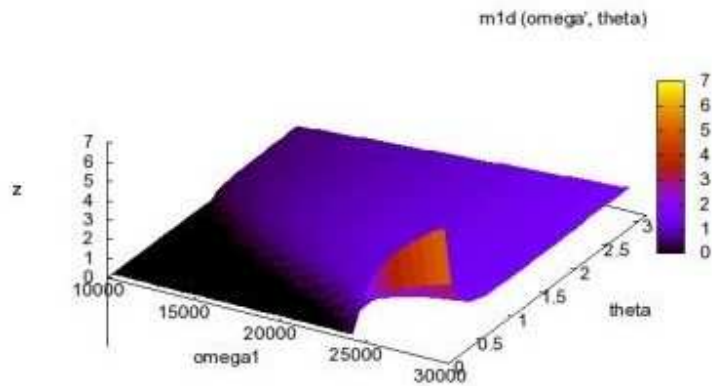


Figura 4.2: Gráfica de superficie para la masa del fotón $m_1(\omega', \theta)$, segunda solución.

Por lo tanto:

$$\omega'' < \omega_0. \quad (4.141)$$

A partir de las Ecs. (4.137) y (4.141):

$$\omega + \omega_0 < \omega' + \omega''. \quad (4.142)$$

Sin embargo, la ecuación inicial de conservación de la energía es (4.139), de manera que la teoría dio la conservación de la energía y se contradice. Esto constituye un desastre para la teoría de dispersión de partículas, porque una violación de la conservación de la energía se produce en un nivel fundamental. La electrodinámica cuántica y la teoría de cuerdas, o la teoría del bosón de Higgs de la dispersión de partículas, quedan completamente invalidadas. Si las partículas con masas m_1 y m_2 entran en colisión y ambas continúan en movimiento, la ecuación inicial de conservación de la energía es:

$$\gamma m_1 c^2 + \gamma_2 m_2 c^2 = \gamma' m_1 c^2 + \gamma'' m_2 c^2 \quad (4.143)$$

es decir

$$\hbar\omega + \gamma_2 m_2 c^2 = \hbar\omega' + \hbar\omega'' \quad (4.144)$$

Definimos

$$x_2 = \gamma_2 m_2 c^2 / \hbar \quad (4.145)$$

entonces:

$$x_2 := \omega_2 = \omega' + \omega'' - \omega \quad (4.146)$$

La ecuación de conservación del momento es:

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 = \mathbf{p}' + \mathbf{p}'' \quad (4.147)$$

Resolviendo las Ecs. (4.143) y (4.147) simultáneamente, conduce a:

$$x_2 (\omega - \omega') = \omega\omega' - (x_1^2 + (\omega^2 - x_1^2)^{1/2} (\omega'^2 - x_1^2)^{1/2} \cos \theta) \quad (4.148)$$

Para dispersión entre masas iguales:

$$\gamma_2 x (\omega - \omega') = \omega\omega' - (x_1^2 + (\omega^2 - x_1^2)^{1/2} (\omega'^2 - x_1^2)^{1/2} \cos \theta) \quad (4.149)$$

donde

$$x = mc^2 / \hbar \quad (4.150)$$

Por definición:

$$\gamma_2 = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} \quad (4.151)$$

de manera que:

$$(\omega^2 - x^2)^{1/2} (\omega'^2 - x^2)^{1/2} \cos \theta = \omega\omega' - (\omega - \omega') \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} x - x^2. \quad (4.152)$$

Para

$$v \ll c \quad (4.153)$$

entonces:

$$\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2} \sim 1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} \quad (4.154)$$

De manera que la Ec. (4.152) se aproxima mediante:

$$(\omega^2 - x^2)^{1/2} (\omega'^2 - x^2)^{1/2} \cos \theta = - \left((x - \omega') (x + \omega) + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} x (\omega - \omega') \right). \quad (4.155)$$

Por lo tanto:

$$\begin{aligned} (\omega - x) (\omega + x) (\omega' - x) (\omega' + x) \cos^2 \theta = \\ (x - \omega')^2 (x + \omega)^2 + \frac{v^2}{c^2} x (\omega - \omega') (x - \omega') (x + \omega) + \frac{1}{4} \frac{v^4}{c^4} x^2 (\omega - \omega')^2. \end{aligned} \quad (4.156)$$

Para ordenar (v/c):

$$\cos^2 \theta = \frac{x^2 + x(\omega - \omega') \left(1 + \frac{v^2}{c^2}\right) - \omega\omega'}{x^2 - x(\omega - \omega') - \omega\omega'}. \quad (4.157)$$

Sin embargo:

$$0 \leq \cos^2 \theta \leq 1 \quad (4.158)$$

de manera que:

$$(\omega - \omega') \left(1 + \frac{v^2}{c^2}\right) < -(\omega - \omega') \quad (4.159)$$

es decir:

$$\omega < \omega'. \quad (4.160)$$

La ecuación de conservación de la energía (4.143) es:

$$\omega + \omega_2 = \omega' + \omega'' \quad (4.161)$$

de manera que:

$$\omega' - \omega = \omega_2 - \omega''. \quad (4.162)$$

A partir de las Ecs. (4.160) y (4.162):

$$\omega_2 > \omega''. \quad (4.163)$$

Sumando las Ecs. (4.160) y (4.163):

$$\omega + \omega'' < \omega' + \omega_2 \quad (4.164)$$

De manera que la conservación de la energía nuevamente se ve violada a un nivel fundamental, y queda refutada la totalidad de la teoría de dispersión de partículas, incluso la teoría del bosón de Higgs.

4.5 La Masa del Fotón y la Desviación de la Luz por causa de la Gravitación.

En los documentos de 1923 y 1924 (L. de Broglie, *Comptes Rendues*, 77, 507 (1923) y *Phil. Mag.*, 47, 446 (1924)) Louis de Broglie utilizó el concepto de masa de fotón para relacionar la teoría de Planck del fotón como cuanto de energía y la teoría de la relatividad

restringida. Dedujo ecuaciones conocidas en este libro como las ecuaciones de de Broglie Einstein. Cuantizó el momento del fotón, produciendo el dualismo onda-partícula, y estos documentos condujeron directamente a la inferencia de la ecuación de Schroedinger. En los documentos UFT 150B y UFT 155 en el portal www.aias.us, se demostró que la masa del fotón es responsable de la desviación de la luz y cambio temporal debido a la gravitación, y se demostró que los métodos obsoletos de cálculo de estos fenómenos eran incorrectos de muchas maneras. Esto constituye un ejemplo de un patrón en el que la teoría ECE, a medida que se fue desarrollando, volvió a la vieja física completamente obsoleta. La masa del fotón surgió como uno de los principales contraejemplos de la física establecida; el bosón de Higgs no existe debido a la masa finita del fotón, lo cual también implica que existe un desplazamiento cosmológico hacia el color rojo sin que haya un universo en expansión. Por lo tanto, la masa del fotón también refuta el *Big Bang*, como también lo hace la torsión del espaciotiempo [1]- [10]. El desplazamiento al rojo puede deducirse a partir de las ecuaciones originales de 1924 de de Broglie Einstein, sin suposiciones adicionales, y las ecuaciones de de Broglie Einstein pueden deducirse a partir de la geometría de Cartan (Capítulo 1).

La existencia de la masa del fotón puede demostrarse como en el documento UFT 157, publicado en el portal www.aias.us, mediante desviación de la luz por causa gravitacional utilizando la distribución de Planck para un fotón. El resultado es consistente con una masa del fotón de aproximadamente 10^{-51} kg, para un rayo de luz calentado a 2,500 K mientras roza la superficie solar, y este resultado es una de las formas en las que puede demostrarse la masa del fotón, inferida por el campo $B^{(3)}$. Con prioridad a este resultado, existían estimaciones de la masa del fotón con valores con un límite superior de alrededor de 10^{-52} kg, y muchos métodos suponían la validez del potencial de Yukawa. Estos métodos ya han sido criticados más arriba en este mismo capítulo. La teoría einsteiniana de desviación de la luz por causa gravitacional utilizó una masa de fotón igual a cero y se encuentra plagada con errores, tal como se demuestra en los documentos UFT 150B y UFT 155. Por lo tanto, los datos experimentales referidos a la desviación de la luz por causa gravitacional fueron completamente reinterpretados en el documento UFT 157, para dar una estimación razonable de la masa del fotón. Una vez aceptada la existencia de la masa del fotón, éste comienza a aparecer en todos los experimentos que indicaron originalmente el establecimiento de la teoría cuántica, a finales del siglo XIX: radiación del cuerpo negro, calores específicos, el efecto fotoeléctrico, los espectros atómicos y moleculares, y en la década de 1920 la dispersión Compton. Como ya se argumentó en el contexto de la ecuación de Proca, la masa del fotón indica la existencia de un potencial en el vacío, el cual puede amplificarse mediante resonancia de conexión de espín para producir energía a partir del espaciotiempo. Las ecuaciones de de Broglie Einstein son válidas en el límite clásico de la ecuación de onda de Proca de la mecánica cuántica de la relatividad restringida. Ya se ha demostrado que la ecuación de Proca constituye un límite de la ecuación de onda de la teoría ECE, obtenida a partir del postulado de la tetrada de la geometría de Cartan, y el desarrollo de las ecuaciones de onda a partir del postulado de la tetrada permite la ansiada unificación de la teoría gravitacional y la mecánica cuántica. La ecuación ECE de la electrodinámica cuántica es:

$$(\square + R) A^a{}_\mu = 0 \quad (4.165)$$

donde R es una curvatura escalar bien definida y donde:

$$A^a{}_\mu = A^{(0)} q^a{}_\mu. \quad (4.166)$$

Aquí, $A^{(0)}$ es la magnitud del potencial escalar y $q^a{}_\mu$ es la tétrada de Cartan definida en el Capítulo 1. La Ec. (4.165) se reduce a la ecuación de Proca de 1934 en el límite:

$$R \rightarrow \left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2 \quad (4.167)$$

donde m es la masa del fotón, c es una constante universal, y \hbar es la constante reducida de Planck. Nótese cuidadosamente que c no es la velocidad del fotón con masa m , y según lo mencionado en la memoria de Palermo de Poincaré; de Broglie interpretó a c como la velocidad máxima posible en la relatividad restringida. La Ec. (4.165) en el límite clásico es la ecuación de la energía de Einstein:

$$p^\mu p_\mu = m^2 c^2 \quad (4.168)$$

donde:

$$p^\mu = \left(\frac{E}{c}, \mathbf{p} \right) \quad (4.169)$$

y donde m es la masa del fotón. Aquí, E es la energía relativista:

$$E = \gamma m c^2 \quad (4.170)$$

y \mathbf{p} es el momento relativista:

$$\mathbf{p} = \gamma m \mathbf{v}_g. \quad (4.171)$$

El factor γ es el resultado de la transformación de Lorentz y fue descrita por de Broglie como:

$$\gamma = \left(1 - \frac{v_g^2}{c^2}\right)^{-1/2} \quad (4.172)$$

donde v_g es la velocidad de grupo:

$$v_g = \frac{\partial \omega}{\partial \kappa}. \quad (4.173)$$

Las ecuaciones de de Broglie Einstein son:

$$p_\mu = \hbar \kappa^\mu \quad (4.174)$$

donde el 4-número de onda es:

$$\kappa^\mu = \left(\frac{\omega}{c}, \boldsymbol{\kappa}\right). \quad (4.175)$$

La Ec. (4.174) constituye una consecuencia lógica inevitable de la teoría de Planck del cuanto de energía de luz, posteriormente denominado fotón, publicada en 1901, y de la teoría de la relatividad restringida. El modelo establecido ha intentado rechazar la lógica inexorable de la Ec. (4.174) mediante el rechazo de m . La Ec. (4.174) puede expresarse como:

$$E = \hbar \omega = \gamma m c^2 \quad (4.176)$$

y:

$$\mathbf{p} = \hbar \boldsymbol{\kappa} = \gamma m \mathbf{v}_g. \quad (4.177)$$

En sus documentos originales de 1923 y 1924, de Broglie definió la velocidad en la transformación de Lorentz como la velocidad de grupo, que es la velocidad de la envolvente de dos o más ondas:

$$v_g = \frac{\Delta \omega}{\Delta \kappa} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\kappa_2 - \kappa_1} \quad (4.178)$$

y para muchas ondas, aplica la Ec. (4.173). La velocidad de fase v_p fue definida por de Broglie como:

$$v_p = \frac{E}{p} = \frac{\omega}{\kappa}, \quad (4.179)$$

$$v_g v_p = c^2,$$

que es una ecuación independiente del factor de Lorentz γ y con validez universal. El modelo establecido efectúa las arbitrarias y fundamentalmente erróneas suposiciones:

$$m =? 0, \quad v_g = v_p = ? c. \quad (4.180)$$

En óptica física, la velocidad de fase se define mediante:

$$v_p = \frac{\omega}{\kappa} = \frac{c}{n} \quad (4.181)$$

donde $n(\omega)$ es el índice de refracción dependiente de la frecuencia, en general una cantidad compleja (UFT 49, UFT 118 y OO 108 en la sección Omnia Opera del portal www.aias.us.) La velocidad de grupo en óptica física es:

$$v_g = c \left(n + \omega \frac{dn}{d\omega} \right)^{-1} \quad (4.182)$$

y resulta que:

$$v_p v_g = c^2 = \frac{c^2}{n + \omega \frac{dn}{d\omega}} \quad (4.183)$$

dando lugar a la ecuación diferencial:

$$\frac{dn}{d\omega} = - \frac{n}{2\omega} \quad (4.184)$$

Una solución de esta ecuación es

$$n = \frac{D}{\omega^{1/2}} \quad (4.185)$$

donde D^2 es una constante de integración con las unidades de frecuencia angular.

De manera que:

$$n = \frac{\omega_0}{\omega} \quad (4.186)$$

donde ω_0 es una frecuencia angular característica de la radiación electromagnética. La Ec. (4.186) se ha deducido directamente a partir de los documentos originales de de Broglie [1]-[10], utilizando sólo las ecuaciones (4.181) y (4.182) de la óptica física o física ondulatoria. La masa del fotón no aparece en la ecuación final (4.186), pero la masa del fotón es básica para el significado del cálculo. Si se interpreta ω_0 como la frecuencia angular de luz emitida en una estrella distante, entonces ω es la frecuencia angular de la luz que llega al observador. Si:

$$n > 1 \quad (4.187)$$

entonces:

$$\omega < \omega_0. \quad (4.188)$$

y la luz ha sufrido un desplazamiento al rojo, lo cual significa que su frecuencia angular observable (ω) es menor que su frecuencia angular emitida (ω_0), y esto se debe a la masa del fotón, no al universo en expansión. El índice de refracción $n(\omega)$ es aquel del espaciotiempo entre la estrella y el observador. Por lo tanto, en 1924 de Broglie explicó efectivamente el corrimiento cosmológico al rojo en términos de la masa del fotón. Se sabe ahora que el *Big Bang* (término jocoso acuñado por el astrónomo Hoyle) es erróneo de muchas maneras, y fue el resultado de una confusa patología impuesta en lugar de la clara ciencia utilizada por de Broglie. En 1924, de Broglie también introdujo el concepto de frecuencia angular mínima (o en reposo):

$$\hbar\omega_0 = mc^2 \quad (4.189)$$

y frecuencia angular cinética ω_k . Ésta última puede definirse en el límite no relativista:

$$\hbar\omega = mc^2 \left(1 - \frac{v_g^2}{c^2}\right)^{-1/2} \sim mc^2 + \frac{1}{2}mv_g^2 \quad (4.190)$$

de manera que:

$$\hbar\omega_\kappa \sim \frac{1}{2}mv_g^2 \quad (4.191)$$

Análogamente, en el límite no relativista:

$$\hbar\kappa \sim mv_g + \frac{1}{2}mv_g^3/c^2, \quad (4.192)$$

de manera que el número de onda mínimo, κ_0 , es:

$$\hbar\kappa_0 \sim mv_g \quad (4.193)$$

y el número de onda cinético es:

$$\hbar\kappa_\kappa \sim \frac{1}{2}mv_g^3/c^2. \quad (4.194)$$

La frecuencia angular total en este límite es:

$$\omega = \omega_0 + \omega_\kappa \quad (4.195)$$

y el número de onda total es:

$$\kappa = \kappa_0 + \kappa_\kappa. \quad (4.196)$$

La energía cinética del fotón fue definida por de Broglie mediante la omisión de la frecuencia mínima (o en reposo):

$$T = \hbar\omega_\kappa \sim \frac{1}{2}mv_g^2 = \frac{p^2}{2m} \quad (4.197)$$

donde:

$$p = mv_g. \quad (4.198)$$

Utilizando las Ecs. (4.189) y (4.193) se encuentra que:

$$v_p = c^2 / v_g = \omega_0 / \kappa_0 \quad (4.199)$$

y utilizando las Ecs. (4.191) y (4.194)

$$v_p = \frac{c^2}{v_g}. \quad (4.200)$$

Por lo tanto:

$$v_p = \frac{\omega}{\kappa} = \frac{\omega_0 + \omega_\kappa}{\kappa_0 + \kappa_\kappa} \quad (4.201)$$

una posible solución de la cual es:

$$\frac{\omega_\kappa}{\omega_0} = v_p. \quad (4.202)$$

Utilizando las Ecs. (4.193) y (4.191):

$$\frac{\omega_\kappa}{\kappa_0} = \frac{1}{2} v_g \quad (4.203)$$

se encuentra que en estos límites:

$$v_g = 2v_p. \quad (4.204)$$

La obra de de Broglie se ha ampliado en este capítulo para dar una simple deducción del viraje cosmológico al rojo debido a la existencia de la masa del fotón, e inversamente, el corrimiento cosmológico al rojo constituye una prueba de la masa del fotón. En los textos del

modelo establecido, la masa del fotón raramente se comenta, y se distorsiona la obra de de Broglie y nunca se la cita correctamente. La mejor estimación actual de la masa del fotón es del orden de 10^{-52} kg. En los documentos UFT 150B y UFT 155, publicados en el portal www.aias.us, se calculó la masa del fotón para la desviación de la luz como:

$$m = \frac{R_0}{c^2 a} E \quad (4.205)$$

utilizando:

$$E = \hbar\omega. \quad (4.206)$$

Esto dio como resultado:

$$m = 3.35 \times 10^{-41} \text{ kg.} \quad (4.207)$$

Aquí, R_0 es la distancia de máximo acercamiento, tomada como igual al radio solar:

$$R_0 = 6.955 \times 10^8 \text{ m} \quad (4.208)$$

y a es un parámetro de distancia calculado con gran exactitud:

$$a = 3.3765447822 \times 10^4 \text{ m.} \quad (4.209)$$

En una teoría más completa, dada aquí, el fotón dentro de un rayo de luz que roza la superficie solar posee una energía media dada por la distribución de Planck [1]- [10]:

$$\langle E \rangle = \hbar\omega \left(\frac{e^{-\hbar\omega/(kT)}}{1 - e^{-\hbar\omega/(kT)}} \right) \quad (4.210)$$

donde k es la constante de Boltzmann y T es la temperatura del fotón. Se encuentra que una masa del fotón de:

$$m = 9.74 \times 10^{-52} \text{ kg} \quad (4.211)$$

es compatible con una temperatura de 2,500 K. La temperatura de la fotosfera en la superficie

solar es de 5,778 K, mientras que la temperatura en la corona solar es de 13 millones K. Utilizando la Ec. (4.176) se encuentra que:

$$v_g = 2.99757 \times 10^8 \text{ m s}^{-1} \quad (4.212)$$

que es menor que la velocidad máxima de la teoría de la relatividad:

$$c = 2.9979 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}. \quad (4.213)$$

Como se comentó en la Nota 157(13), la energía media $\langle E \rangle$ se relaciona con la intensidad del haz I , en unidades de joules por metro cuadrado, mediante

$$I = 8\pi \left(\frac{f}{c}\right)^2 \langle E \rangle \quad (4.214)$$

donde f es la frecuencia del radio, en unidades de hertz. La intensidad puede expresarse como:

$$I = 8\pi f^2 m \left(1 - \frac{v_g^2}{c^2}\right)^{-1/2} \quad (4.215)$$

La densidad de energía total del rayo de luz, en unidades de joules por metro cúbico, es:

$$U = \frac{f}{c} I \quad (4.216)$$

y su densidad de energía, en unidades de watts por metro cuadrado (joules por segundo por metro cuadrado), es:

$$\Phi = cU = fI = 8\pi f^3 m \left(1 - \frac{v_g^2}{c^2}\right)^{-1/2}. \quad (4.217)$$

La densidad de energía es una cantidad fácilmente medible, e implica una masa finita para el fotón a través de la Ec. (4.217). En el modelo establecido no existe la masa del fotón, de manera que no hay densidad de energía, un resultado absurdo. La densidad de energía se relaciona con la magnitud de la fuerza del campo eléctrico (\mathbf{E}) y la densidad de flujo magnético (\mathbf{B}) del rayo mediante:

$$\Phi = \epsilon_0 c E^2 = c B^2 / \mu_0. \quad (4.218)$$

Las unidades en el S.I. son las siguientes:

$$\left. \begin{aligned} E &= \text{volt m}^{-1} = \text{JC}^{-1} \text{ m}^{-1} \\ B &= \text{tesla} = \text{JsC}^{-1} \text{ m}^{-2} \\ \epsilon_0 &= \text{J}^{-1} \text{ C}^2 \text{ m}^{-1} \\ \mu_0 &= \text{Js}^2 \text{ C}^{-2} \text{ m}^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (4.219)$$

donde ϵ_0 y μ_0 son, respectivamente, la permitividad en el vacío y la permeabilidad en el vacío definidas por:

$$\epsilon_0 \mu_0 = \frac{1}{c^2} \quad (4.220)$$

de manera que:

$$\Phi = 8\pi f^3 m \left(1 - \frac{v_g^2}{c^2}\right)^{-1/2} = \epsilon_0 c E^2 = \frac{c B^2}{\mu_0} \quad (4.221)$$

4.6 Dificultades con la Teoría de Einstein de la Desviación de la Luz por causa de la Gravitación.

La célebre teoría de Einstein de la desviación de la luz por causa gravitacional se basa en la idea de una masa de fotón igual a cero, porque en 1905 Einstein infirió semejante idea a partir de las bases de la relatividad restringida. Conjeturó que una partícula puede viajar a una velocidad igual a c si, y solamente si, su masa es idénticamente igual a cero, y supuso que los fotones viajaban a esa velocidad c . Poincaré, por otro lado, se dio cuenta que los fotones pueden viajar a una velocidad inferior a c si poseen masa, y que c es la constante en la transformación de Lorentz. El cálculo einsteiniano de la desviación de la luz por causa gravitacional se basó, por lo tanto, en la entonces nueva relatividad general aplicada con una

partícula sin masa. En el influyente documento UFT 150B, publicado en el portal www.aias.us, se demostró que el método de Einstein contiene varios errores fundamentales. Sea cual fuere la precisión de las mediciones, los datos no pueden corregir dichos errores, y la teoría de Einstein se refuta completamente a nivel experimental en las galaxias en espiral, de manera que no puede ser utilizada en ningún sitio de la cosmología.

El método de Einstein se basa en la métrica gravitacional:

$$ds^2 = c^2 d\tau^2 = c^2 dt^2 \left(1 - \frac{r_0}{r}\right) - dr^2 \left(1 - \frac{r_0}{r}\right)^{-1} - r^2 d\varphi^2 \quad (4.222)$$

usualmente, e incorrectamente, atribuida a Schwarzschild. Aquí, se utilizan coordenadas polares cilíndricas en el plano XY. En la Ec. (4.222) r_0 es el así-llamado radio de Schwarzschild, la partícula de masa m que gira en órbita alrededor de la masa M , por ejemplo el Sol. El infinitesimal del tiempo propio es $d\tau$. El lagrangiano para este cálculo es:

$$L = \frac{m}{2} \left(\left(\frac{dt}{d\tau} \right)^2 \left(1 - \frac{r_0}{r}\right) - \left(1 - \frac{r_0}{r}\right)^{-1} \left(\frac{dr}{d\tau} \right)^2 - r^2 \left(\frac{d\varphi}{d\tau} \right)^2 \right) \quad (4.223)$$

y la energía y el momento totales vienen dados como las siguientes constantes de movimientos:

$$E = mc^2 \left(1 - \frac{r_0}{r}\right) \frac{dt}{d\tau}, \quad L = mr^2 \frac{d\varphi}{d\tau}. \quad (4.224)$$

Dado que $m \ll M$, el radio de Schwarzschild es:

$$r_0 = 2MG / c^2. \quad (4.225)$$

Por lo tanto, el cálculo supone que la masa m no es igual a cero. Para la luz que roza la superficie solar, ésta es la masa del fotón.

La ecuación de movimiento se obtiene a partir de la Ec. (4.222), multiplicando ambos lados por $(1 - r_0/r)$ para dar:

$$m \left(\frac{dr}{d\tau} \right)^2 = \frac{E^2}{mc^2} - \left(1 - \frac{r_0}{r}\right) \left(mc^2 + \frac{L^2}{mr^2} \right). \quad (4.226)$$

El infinitésimo del tiempo propio se elimina como sigue:

$$\frac{dr}{d\tau} = \frac{d\varphi}{d\tau} \frac{dr}{d\varphi} = \left(\frac{L^2}{mr^2} \right) \frac{dr}{d\varphi} \quad (4.227)$$

para dar la ecuación orbital:

$$\left(\frac{dr}{d\varphi} \right)^2 = r^4 \left(\frac{1}{b^2} - \left(1 - \frac{r_0}{r}\right) \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{r^2} \right) \right) \quad (4.228)$$

donde las dos longitudes constantes a y b se definen mediante:

$$a = \frac{L}{mc} \quad , \quad b = \frac{cL}{E} \quad (4.229)$$

La solución de la Ec. (4.228) es:

$$\varphi = \int \frac{1}{r^2} \left(\frac{1}{b^2} - \left(1 - \frac{r_0}{r}\right) \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{r^2} \right) \right)^{-1/2} dr \quad (4.230)$$

y la desviación de la luz por causa gravitacional es:

$$\Delta\varphi = 2 \int_{R_0}^{\infty} \frac{1}{r^2} \left(\frac{1}{b^2} - \left(1 - \frac{r_0}{r}\right) \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{r^2} \right) \right)^{-1/2} dr - \pi \quad (4.231)$$

donde R_0 es la distancia de máximo acercamiento, esencialmente el radio solar. Utilizando:

$$u = 1/r \quad , \quad du = -\frac{1}{r^2} dr \quad (4.232)$$

la integral puede re-expresarse como:

$$\Delta\varphi = 2 \int_0^{1/R_0} \left(\frac{1}{b^2} - (1 - r_0 u) \left(\frac{1}{a^2} + u^2 \right) \right)^{-1/2} dr - \pi \quad (4.233)$$

Si hemos de aceptar la métrica gravitacional por motivos argumentales, su empleo correcto debe ser el asumir una masa de fotón idénticamente distinta de cero e integrar la Ec. (4.233), generando una ecuación para la desviación observada experimentalmente $\Delta\varphi$ en términos de m , a y b .

Sin embargo, debido a esta conjetura de la masa del fotón igual a cero, Einstein utilizó la condición de geodésica nula:

$$ds^2 = 0 \quad (4.234)$$

que significa que m es idénticamente igual a cero. Esta suposición significa que:

$$a = \infty. \quad (4.235)$$

Sin embargo, el momento angular es L , que es una constante de movimiento, de manera que la Ec. (4.235) significa:

$$m = 0 \quad , \quad \frac{d\varphi}{d\tau} = \infty \quad (4.236)$$

que en la física obsoleta del modelo establecido se conocía como el límite ultra relativista. En esta teoría einsteiniana de desviación de la luz, la Ec. (4.223) se define como de naturaleza puramente cinética, pero al mismo tiempo la teoría establece un potencial efectivo:

$$V(r) = \frac{1}{2} mc^2 \left(-\frac{r_0}{r} + \frac{a^2}{r^2} - \frac{r_0 a^2}{r^3} \right) \quad (4.237)$$

y también asume órbitas circulares:

$$\frac{dr}{d\tau} = 0. \quad (4.238)$$

Sin embargo, esta suposición significa que:

$$\frac{1}{b^2} = \left(1 - \frac{r_0}{r}\right) \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{r^2}\right) \quad (4.239)$$

y el denominador de la Ec. (4.230) se vuelve igual a cero y la integral alcanza un valor infinito. Con el objeto de evitar esta dificultad, Einstein supuso:

$$\frac{r_0}{r} \rightarrow 0 \quad (4.240)$$

que debe querer decir:

$$r \rightarrow \infty \quad (4.241)$$

y

$$m \rightarrow 0, \quad a \rightarrow \infty. \quad (4.242)$$

El potencial efectivo, por lo tanto, se definió como:

$$V(r) \xrightarrow{m \rightarrow 0, a \rightarrow \infty, r \rightarrow \infty} mc^2 \left(\frac{a}{r}\right)^2 \left(1 - \frac{r}{r_0}\right) \quad (4.243)$$

que matemáticamente es un valor indeterminado. Einstein también supuso:

$$mc^2 \rightarrow 0 \quad (4.244)$$

de manera que la ecuación del movimiento (4.229) deviene:

$$\frac{E^2}{2mc^2} = \frac{L^2}{mr^2} \left(\frac{1}{2} - \frac{MG}{c^2 r}\right). \quad (4.245)$$

Utilizó:

$$r = R_0 \quad (4.246)$$

en esta ecuación, encontrando así una expresión para b_0 :

$$\frac{1}{b_0^2} = \frac{1}{R_0^2} - \frac{r_0}{R_0^3} \quad (4.247)$$

Finalmente, utilizó la Ec. (4.247) en la Ec. (4.233) con:

$$a^2 \rightarrow \infty \quad (4.248)$$

para obtener la integral:

$$\Delta\varphi = 2 \int_0^{1/R_0} \left(\frac{R_0 - r_0}{R_0^3} - u^2 + r_0 u^3 \right)^{1/2} du - \pi. \quad (4.249)$$

Einstein afirmó que esta integral es:

$$\Delta\varphi = 4MG / c^2 R_0 \quad (4.250)$$

pero esto resulta dudoso, por motivos descritos en el documento UFT 150B, cuyos cálculos se llevaron a cabo íntegramente mediante álgebra computacional. El resultado experimental para la luz que roza la superficie solar viene dada, por ejemplo, por NASA Cassini como

$$\Delta\varphi = 1.7500 = 8.484 \times 10^{-6} \text{ rad}, \quad (4.251)$$

pero la Ec. (4.250) depende de la suposición de datos tales como:

$$R_0 = 6.955 \times 10^8 \text{ m}, \quad M = 1.9891 \times 10^{30} \text{ kg},$$

$$G = 6.67428 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^2. \quad (4.252)$$

De hecho, sólo MG se conoce con precisión experimental, no así M y G a nivel individual. El radio R_0 se ve sujeto a una incertidumbre considerable. Si aceptamos la dudosa métrica gravitacional por cuestiones argumentales, los datos experimentales deberán de valorarse a partir de la Ec. (4.231) con una masa de fotón finita, y se deberán utilizar métodos independientes para evaluar a y b .

La fórmula einsteiniana (4.249) para la desviación de la luz depende de los parámetros

de radio R_0 , y r_0 . R_0 representa el radio del Sol (6.955×10^8 metros) mientras que el así llamado radio de Schwarzschild r_0 es de 2,954 metros. Así:

$$r_0 \ll R_0 \quad (4.253)$$

lo cual implica a partir de la Ec. (4.247) que:

$$b_0 \sim R_0. \quad (4.254)$$

Esto da la integral:

$$\Delta\varphi = 2 \int_0^{1/R_0} \left(\frac{R_0 - r_0}{R_0^3} - u^2 + r_0 u^3 \right)^{1/2} du - \pi. \quad (4.255)$$

la cual no tiene solución analítica. Su integración numérica también es difícil, aún con métodos contemporáneos. La raíz cuadrada en la integral muestra cero cruzamientos, lo cual conduce a valores infinitos del integrando, y como se comentó en la Sección 3 del documento UFT 150B, hay una discrepancia entre los datos experimentales, la afirmación de Einstein y la evaluación numérica de la integral.

El método correcto de evaluación de la desviación de la luz es, obviamente, utilizar la masa finita m en la Ec. (4.231). En una primera aproximación gruesa, el documento UFT 150B utilizó:

$$E = \hbar\omega \quad (4.256)$$

para un fotón. Puede utilizarse una distribución de Planck para mayor exactitud. Sin embargo, la Ec. (4.256) da:

$$a = \frac{\hbar\omega}{mc^2} b. \quad (4.257)$$

El parámetro b es una constante de movimiento, determinada por la necesidad de una desviación igual a cero cuando la masa solar M está ausente. Esto da:

$$\Delta\varphi = 2 \int_0^{1/R_0} \left(\frac{1}{b^2} - u^2 \right)^{-1/2} du - \pi. \quad (4.258)$$

y como se describe en el documento UFT 150B, esto da una masa de fotón de:

$$m = 3.35 \times 10^{-41} \text{ kg} \quad (4.259)$$

que nuevamente resulta mucho más pesado que las estimaciones en la literatura establecida. De manera que como resumen de estas secciones, el campo $B^{(3)}$ implica un fotón con masa finita, que puede estimarse mediante dispersión Compton y por desviación de la luz por causa gravitacional. La masa del fotón no es cero, pero una estimación exacta de su valor requiere de cálculos refinados. Estos son sólo primeros intentos en ese sentido. Existen múltiples problemas con la afirmación de que la desviación de la luz por parte del Sol es dos veces el valor newtoniano, porque éste último es un valor heurístico, y porque los métodos de Einstein son dudosos, como se describe en los documentos UFT 150B y UFT 155. La totalidad del método de Einstein se refuta por su falta de consideración de la torsión, tal como se explicó en gran detalle en los 260 documentos de la serie UFT disponibles a la fecha.

Capítulo 5

La Unificación de la Mecánica Cuántica y la Relatividad General.

5.1 Introducción

La física establecida ha fracasado completamente en la unificación de la mecánica cuántica y la relatividad general, en especial por causa de la indeterminación o incertidumbre, un concepto no baconiano introducido durante la Conferencia Solvay de 1927. Los intentos actuales de unificación, por parte de la física establecida, se concentran alrededor de colisionadores de partículas enormemente caros, y dichos intentos se limitan a la unificación de los campos electromagnético y los nucleares fuerte y débil, dejando por completo afuera a la gravitación.

De manera que resulta razonable inferir que la física establecida jamás será capaz de producir una teoría de campo unificado. En gran contraste, la teoría ECE ha triunfado en la unificación de los cuatro campos fundamentales, a través del empleo de una conocida geometría, desarrollada por Cartan, tal como se ha descrito en los capítulos anteriores de este libro.

Hacia finales del siglo XIX, la física clásica evolucionó gradualmente hacia la relatividad restringida y la vieja teoría cuántica. Los experimentos que condujeron hacia este gran cambio paradigmático en la filosofía natural son bien conocidos, de manera que sólo

requieren que aquí incluyamos una breve descripción de los mismos. Fueron experimentos acerca de la naturaleza de la radiación de banda ancha (cuerpo negro), que condujeron a la ley de Rayleigh Jeans, la distribución de Stefan Boltzmann y similares. El fracaso de la ley de Rayleigh Jeans condujo hacia la distribución de Planck y su inferencia respecto de aquello que posteriormente habría de denominarse fotón. El efecto fotoeléctrico no podía explicarse empleando la física clásica; el movimiento browniano requería de una nueva clase de física estocástica que indicase la existencia de las moléculas, inicialmente propuestas por Dalton. Los calores específicos de los sólidos no podían explicarse adecuadamente a través de la física clásica del siglo XIX. Los espectros atómicos y moleculares no podían explicarse a través de métodos clásicos, en especial el efecto anómalo de Zeeman.

Los experimentos de Michelson y Morley dieron resultados que no podían explicarse utilizando la física clásica newtoniana, de manera que Fitzgerald, en contacto por correspondencia con Heaviside, sugirió una nueva física completamente radical, que posteriormente recibió el nombre de relatividad restringida. La estructura matemática para la relatividad restringida fue casi inferida por Heaviside, pero fue desarrollada por Lorentz y Poincaré. Einstein efectuó posteriormente sus propias contribuciones. Los temas de la relatividad restringida y teoría cuántica comenzaron a desarrollarse velozmente. Las múltiples contribuciones de Sommerfeld han sido típicamente subestimadas en la historia de la ciencia, mientras que aquellas de sus estudiantes y postdoctorados son mejor conocidas. La vieja teoría cuántica evolucionó hacia la ecuación de Schroedinger, luego de la inferencia de de Broglie acerca del dualismo onda-partícula. Peter Debye solicitó a su estudiante Schroedinger que intentase resolver el rompecabezas provocado por el hecho de que una partícula podía actuar como onda y viceversa, y durante esta misma época Compton dio un fuerte impulso al concepto del fotón como partícula, mediante la dispersión de radiación electromagnética de alta frecuencia a partir de una delgada lámina metálica – la dispersión de Compton.

La ecuación de Schroedinger demostró ser en la práctica una descripción precisa de, por ejemplo, fenómenos espectrales en el límite no relativista. En la instancia más sencilla, la ecuación de Schroedinger cuantiza la energía cinética clásica de la partícula libre, y no intenta incorporar la relatividad restringida en la mecánica cuántica. Sommerfeld había efectuado intentos previos, pero persistía el mismo problema, es decir cómo cuantizar la ecuación de la energía de Einstein de la relatividad restringida. Los intentos iniciales de Klein y Gordon generaron resultados con probabilidades negativas, por lo que fueron abandonados por este motivo. Pauli había aplicado su álgebra a la ecuación de Schroedinger, pero ninguno de estos métodos tuvo éxito en la descripción del factor g , el factor de Landé o la precesión de Thomas, en una estructura unificada de mecánica cuántica relativista. Fue célebre la resolución del problema por parte de Dirac, mediante el empleo de matrices de cuatro por cuatro y álgebra de Pauli, pero al así hacerlo se enfrentó al problema de las energías negativas. Dirac sugirió, tentativamente, que las energías negativas podían eliminarse mediante el mar de Dirac, pero esto introducía un inobservable, el mar de Dirac aun no ha sido observado a

nivel experimental. Los inobservables comenzaron a proliferar en la física del siglo XX, reduciéndola a un dogma.

Sin embargo, Dirac adquirió celebridad por su éxito al explicar, dentro de una sola estructura, el factor g del electrón, el factor de Landé, el factor de Thomas y el término de Darwin, y en generar una teoría libre de probabilidades negativas. El mar de Dirac parecía dar origen a antipartículas, las cuales fueron observadas. El mar de Dirac mismo no puede observarse, y el problema de las energías negativas no fue resuelto por Dirac. No queda claro si Dirac llegó a aceptar el principio de incertidumbre, una noción introducida por Bohr y Heisenberg e inmediatamente rechazada por Einstein, Schroedinger, de Broglie y otros, quienes la tildaron de antibaconiana y sin sentido físico. La ecuación de Dirac se reduce a las ecuaciones de Schroedinger y Heisenberg en límites bien definidos, pero el principio de incertidumbre es puro dogma. Su falsedad es fácil de demostrar a nivel experimental, y ha asumido una vida propia que no puede ser descrita como científica. Heisenberg describió la ecuación de Dirac como el momento más bajo en la vida de la física, pero había muchos que describían del mismo modo al principio de incertidumbre. En este capítulo, se demuestra en forma directa la falsedad del principio de incertidumbre, mediante el empleo de conmutadores de orden superior. Se utilizan los propios métodos de Heisenberg para demostrar la falsedad del Principio de Incertidumbre de Heisenberg, una fuente de confusión infinita durante casi noventa años. Uno de los principales resultados de la teoría ECE es el rechazo del Principio de Incertidumbre de Heisenberg en favor de una mecánica cuántica basada en geometría.

El problema de la energía negativa que afectaba la ecuación de Dirac se elimina en este capítulo, al producir la ecuación del fermión de la mecánica cuántica relativista. Esta ecuación no solamente es covariante según Lorentz sino también covariante generalizada, debido a que se obtiene a partir del postulado de la tétrada de una geometría covariante generalizada, la geometría de Cartan. Todas las ecuaciones de la teoría ECE son automáticamente covariantes generalizadas y covariantes según Lorentz en un límite bien definido de la covariancia general. De manera que la ecuación del fermión es la primera ecuación de la mecánica cuántica que se unifica con la relatividad general. Posee las principales ventajas de producir niveles de energía rigurosamente positivos y de ser capaz de expresar la teoría en términos de matrices de dos por dos. La ecuación del fermión produce todo aquello que la ecuación de Dirac es capaz de producir, pero con ventajas fundamentales sobre ésta. De manera que debiera de contemplarse como una mejora respecto de la meritoriamente célebre ecuación de Dirac, una mejora basada en geometría y la teoría de campo unificado ECE. Ésta última, también produce las ecuaciones de d'Alembert y Klein Gordon, y de hecho todas las ecuaciones de onda válidas de la física. Algunas de ellas se comentan en este capítulo.

5.2 La Ecuación del Fermión.

La estructura de la teoría ECE es la más fundamental que se conoce en la física en la actualidad, simplemente porque se basa directamente en una geometría rigurosamente correcta. La ecuación del fermión puede expresarse como en el documento UFT 173, publicado en el portal www.aias.us de un modo sucinto:

$$\pi_\mu \psi \sigma^\mu = m c \sigma^1 \psi \quad (5.1)$$

donde el operador del fermión, en representación covariante, se define como:

$$\pi_\mu = (\pi_0, \pi_1, \pi_2, \pi_3) . \quad (5.2)$$

Aquí:

$$\pi_0 = \sigma^0 p_0 , \quad \pi^i = \sigma^3 p_i \quad (5.3)$$

donde p_μ es el 4-vector del momento de energía:

$$p_\mu = (p_0, p_1, p_2, p_3) . \quad (5.4)$$

Las matrices de Pauli se definen mediante:

$$\sigma^\mu = \sigma^0, \sigma^1, \sigma^2, \sigma^3 \quad (5.5)$$

donde:

$$\sigma^0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} , \quad \sigma^1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} , \quad \sigma^2 = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix} , \quad \sigma^3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

La *eigen* función de la Ec. (5.1) es la tétrada [1]-[10]:

$$\psi = \begin{bmatrix} \psi_1^R & \psi_2^R \\ \psi_1^L & \psi_2^L \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

cuyas entradas se definen por los espinotensores de Pauli de derecha e izquierda:

$$\phi^R = \begin{bmatrix} \psi_1^R \\ \psi_2^R \end{bmatrix}, \phi^L = \begin{bmatrix} \psi_1^L \\ \psi_2^L \end{bmatrix}. \quad (5.8)$$

Esta *eigen* función se conoce como el espinotensor del fermión.

La representación de posición del operador del fermión se define mediante el símbolo δ y es:

$$\delta^\mu = -\frac{i}{\hbar} \pi_\mu. \quad (5.9)$$

Por lo tanto, la ecuación del fermión es la ecuación diferencial de primer orden:

$$i \hbar \delta_\mu \psi \sigma^\mu = mc \sigma^1 \psi. \quad (5.10)$$

Para fines comparativos, el formato covariante de la ecuación de Dirac en representación quirral [24] es:

$$\gamma^\mu \delta_\mu \psi_D = m c \psi_D. \quad (5.11)$$

donde:

$$\psi_D = \begin{bmatrix} \varphi^R \\ \varphi^L \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

es un vector columna con cuatro entradas, y donde las matrices de Dirac en representación quirral [24] son:

$$\gamma^\mu = \gamma^0, \gamma^1, \gamma^2, \gamma^3. \quad (5.13)$$

Los detalles completos del desarrollo de la Ec. (5.1) se incluyen en la Nota 172(8) que acompaña el documento UFT 172 en el portal www.aias.us. El ordenamiento de los términos

en la Ec. (5.1) es importante, porque las matrices no son conmutativas, y ψ es una matriz de 2×2 .

El *eigen* valor de energía de la Ec. (5.1) es rigurosamente positivo, nunca negativo. El complejo conjugado de la matriz adjunta del espinotensor del fermión se conoce como el espinotensor adjunto de la ecuación del fermión, y se define como:

$$\psi^+ = \begin{bmatrix} \psi_1^{R*} & \psi_1^{L*} \\ \psi_2^{R*} & \psi_2^{L*} \end{bmatrix}. \quad (5.14)$$

La ecuación adjunta de la Ec. (5.1) se define como:

$$-i \hbar \delta_\mu \psi^+ \sigma^\mu = m c \sigma^1 \psi^+ \quad (5.15)$$

donde se ha utilizado el complejo conjugado de ψ . Estas ecuaciones tienen contrapartes conocidas en la teoría de Dirac [1]-[10], [24] pero en dicha teoría se utilizan las matrices gamma de 4×4 y la definición del espinotensor adjunto es más complicada. La cuatro-corriente de probabilidad de la ecuación del fermión se define como:

$$j^\mu = \frac{1}{2} \text{Tr} (\psi \sigma^\mu \psi^+ + \psi^+ \sigma^\mu \psi) \quad (5.16)$$

y su probabilidad de Born es:

$$j^0 = \psi_1^R \psi_1^{R*} + \psi_2^R \psi_2^{R*} + \psi_1^L \psi_1^{L*} + \psi_2^L \psi_2^{L*} \quad (5.17)$$

que es rigurosamente positiva, como se requiere de una probabilidad. Es igual que la probabilidad de Born de la representación quirál [1]-[10], [24] de la ecuación de Dirac. En esta última la cuatro-corriente se define como:

$$j_D^\mu = \bar{\psi}_D \gamma^\mu \psi_D \quad (5.18)$$

y el espinotensor de Dirac adjunto es un vector de fila de cuatro entradas definido por:

$$\bar{\psi}^D = \psi_D^+ \gamma^0. \quad (5.19)$$

Se muestra a continuación que la cuatro-corriente de probabilidad de la ecuación del fermión se conserva:

$$\delta_{\mu} j^{\mu} = 0. \quad (5.20)$$

Para demostrar este resultado se multiplican ambos lados de la Ec. (5.1) desde la derecha con ψ^{+} :

$$i \hbar \delta_{\mu} \psi \sigma^{\mu} \psi^{+} = m c \sigma^1 \psi \psi^{+}. \quad (5.21)$$

Multiplicamos ambos lados de la Ec. (5.15) desde la derecha con ψ :

$$-i \hbar \delta_{\mu} \psi^{+} \sigma^{\mu} \psi = m c \sigma^1 \psi^{+} \psi \quad (5.22)$$

y restamos la Ec. (5.22) de la Ec. (5.21):

$$i \hbar \delta_{\mu} (\psi \sigma^{\mu} \psi^{+} + \psi^{+} \sigma^{\mu} \psi) = m c \sigma^1 (\psi \psi^{+} - \psi^{+} \psi). \quad (5.23)$$

Por definición:

$$\psi \psi^{+} - \psi^{+} \psi = \begin{bmatrix} \psi_1^R & \psi_2^R \\ \psi_1^L & \psi_2^L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_1^{R*} & \psi_1^{L*} \\ \psi_2^{R*} & \psi_2^{L*} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \psi_1^{R*} & \psi_1^{L*} \\ \psi_2^{R*} & \psi_2^{L*} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_1^R & \psi_2^R \\ \psi_1^L & \psi_2^L \end{bmatrix} \quad (5.24)$$

de manera que

$$\text{Traza} (\psi \psi^{+} - \psi^{+} \psi) = 0. \quad (5.25)$$

Por lo tanto:

$$\text{Traza} (\delta_{\mu} (\psi \sigma^{\mu} \psi^{+} - \psi^{+} \sigma^{\mu} \psi)) = 0 \quad (5.26)$$

y

$$\delta_{\mu} j^{\mu} = 0. \quad (5.27)$$

Q. E. D.

La ecuación del fermión (5.1) puede expandirse en dos ecuaciones simultáneas:

$$(E + c\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}) \varphi^L = mc^2 \varphi^R \quad (5.28)$$

$$(E - c\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}) \varphi^R = mc^2 \varphi^L \quad (5.29)$$

en donde E y \mathbf{p} son los operadores de mecánica cuántica:

$$E = i\hbar \frac{\partial}{\partial t}, \quad \mathbf{p} = -i\hbar \nabla. \quad (5.30)$$

Las Ecs. (5.28) y (5.29) pueden desarrollarse como:

$$(E - c\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p})(E + c\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}) \varphi^L = m^2 c^4 \varphi^L \quad (5.31)$$

$$(E + c\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p})(E - c\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}) \varphi^R = m^2 c^4 \varphi^R \quad (5.32)$$

de las cuales surgen ecuaciones tales como:

$$(E^2 - c^2 \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}) \varphi^R = m^2 c^4 \varphi^R. \quad (5.33)$$

Utilizando los postulados cuánticos, esto deviene la ecuación de onda:

$$\left(\square + \left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2 \right) \varphi^R = 0 \quad (5.34)$$

y se vuelve claro que la ecuación del fermión es una factorización de la ecuación de onda ECE:

$$\left(\square + \left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2 \right) \psi = 0 \quad (5.35)$$

cuya *eigen* función es la tétrada (ψ).

Por lo tanto, la ecuación del fermión se obtiene a partir del postulado de la tétrada y la geometría de Cartan. La tétrada viene definida por:

$$\begin{bmatrix} V^R \\ V^L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \psi_1^R & \psi_2^R \\ \psi_1^L & \psi_2^L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V^1 \\ V^2 \end{bmatrix} \quad (5.36)$$

es decir, como una matriz que relaciona dos vectores columna.

El operador P de paridad actúa sobre el espinotensor del fermión como sigue:

$$P\psi = \begin{bmatrix} \psi_1^L & \psi_2^L \\ \psi_1^R & \psi_2^R \end{bmatrix} \quad (5.37)$$

y el antifermión se obtiene en forma directa a partir de la ecuación del fermión, al operar sobre cada término con P como sigue:

$$P(E) = E, \quad P(\mathbf{p}) = -\mathbf{p}, \quad P \begin{bmatrix} \psi_1^R & \psi_2^R \\ \psi_1^L & \psi_2^L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \psi_1^L & \psi_2^L \\ \psi_1^R & \psi_2^R \end{bmatrix}. \quad (5.38)$$

Nótese cuidadosamente que los *eigen* estados de energía son siempre positivos, tanto en la ecuación del fermión como del anti-fermión. El anti-fermión se obtiene a partir del fermión invirtiendo la helicidad:

$$P(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}) = -\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} \quad (5.39)$$

y tiene paridad opuesta a la del fermión, la misma masa que el fermión y la carga eléctrica opuesta. El fermión estático es indistinguible del anti-fermión estático [24]. De manera que se conserva la simetría CPT como sigue del fermión al anti-fermión:

$$CPT \rightarrow (-C)(-P) \quad (5.40)$$

donde C es el operador de conjugación de carga y T es el operador de inversión de movimiento. Nótese cuidadosamente que no hay energía negativa en ninguna parte del análisis. El par de ecuaciones simultáneas (5.28) y (5.29) pueden expresarse como:

$$(E - c\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p})(E + \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}) \varphi^L = m^2 c^4 \varphi^L \quad (5.41)$$

una ecuación que puede reordenarse como:

$$(E^2 - m^2 c^4) \varphi^L = c^2 \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} \varphi^L \quad (5.42)$$

y factorizada para dar:

$$(E - mc^2)(E + mc^2) \varphi^L = c^2 \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} \varphi^L. \quad (5.43)$$

Si \mathbf{p} tiene un valor real, el álgebra de Pauli significa que:

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} = p^2 \quad (5.44)$$

de manera que si E y \mathbf{p} se consideran como funciones, y no como operadores, la Ec. (5.43) deviene la ecuación de la energía de Einstein:

$$E^2 - m^2 c^4 = c^2 p^2 \quad (5.45)$$

multiplicada por φ^L de ambos lados. Es bien sabido [1]-[10] que la ecuación de energía de Einstein es una forma de expresar la energía y el momento relativista:

$$E = \gamma mc^2, \quad (5.46)$$

$$\mathbf{p} = \gamma m\mathbf{v}. \quad (5.47)$$

Comprendiendo esto, la Ec. (5.43) puede linealizarse como sigue. Primero se expresa como:

$$(E - mc^2) \varphi^L = \frac{c^2 \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}}{E + mc^2} \varphi^L \quad (5.48)$$

y se aproxima la energía total:

$$E = \gamma mc^2 \quad (5.49)$$

a través de la energía en reposo:

$$E \approx mc^2, \quad (5.50)$$

y entonces la Ec. (5.48) deviene:

$$(E - mc^2) \varphi^L = \frac{1}{2m} c^2 \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} \varphi^L \quad (5.51)$$

que posee la estructura de la ecuación de Schroedinger de la partícula libre:

$$E_{NR} \varphi^L = \frac{p^2}{2m} \varphi^L \quad (5.52)$$

en donde el límite no relativista de la energía cinética se define en el límite $v \ll c$ por:

$$E_{NR} = E - mc^2 = (\gamma - 1) mc^2 \rightarrow \frac{p^2}{2m}. \quad (5.53)$$

De manera que la ecuación del fermión se reduce correctamente a la ecuación de Schroedinger no relativista de la partícula libre, Q. E. D.

La gran importancia de la ecuación del fermión en el campo de la química física emerge del hecho de que puede describir los fenómenos para los cuales la ecuación de Dirac es merecidamente célebre, mientras que al mismo tiempo elimina el problema de la energía negativa, como acabamos de ver. En la teoría de campo cuántico esto conduce a una teoría de campo cuántico del fermión libre. Esta meta es muy difícil de lograr [24] en la teoría de campo cuántico tradicional, porque deben desarrollarse métodos que manejen la energía negativa. Esto último se debe simplemente a la elección que hizo Dirac de las matrices gamma. La forma en la que la ecuación del fermión describe el factor g del electrón, el factor de Landé, el factor de Thomas y el término de Darwin se describe en la siguiente sección.

5.3 Interacción del Fermión ECE con el Campo Electromagnético.

La forma más sencilla y poderosa de describir esta interacción para cada índice de polarización a de la teoría ECE es a través de la prescripción mínima

$$p^\mu \rightarrow p^\mu - eA^\mu \quad (5.54)$$

donde se utiliza un signo negativo [24] porque la carga en el electrón es $-e$. La Ec. (5.54) puede expresarse como:

$$E \rightarrow E - e\varphi \quad (5.55)$$

y:

$$\mathbf{p} \rightarrow \mathbf{p} - e\mathbf{A}. \quad (5.56)$$

Utilizando las Ecs. (5.55) y (5.56) en la ecuación de energía de Einstein (5.45) nos da:

$$(E - e\varphi)^2 = c^2(\mathbf{p} - e\mathbf{A})^2 + m^2c^4 \quad (5.57)$$

que puede factorizarse como sigue:

$$(E - e\varphi - m c^2) (E - e\varphi + m c^2) = c^2(\mathbf{p} - e\mathbf{A})^2 \quad (5.58)$$

y expresada como:

$$E = mc^2 + e\varphi + c^2 \frac{(\mathbf{p} - e\mathbf{A})}{(E - e\varphi + mc^2)} (\mathbf{p} - e\mathbf{A}) \quad (5.59)$$

en una forma ya lista para cuantización. Esto último se lleva a cabo con:

$$\mathbf{p} \rightarrow -i \hbar \nabla \quad (5.60)$$

y produce muchos conocido efectos, así como nuevos efectos de acoplamiento de órbita de espín descritos en documentos acerca de la teoría ECE, tales como el UFT 248, publicado en el portal www.aias.us. El resultado más célebre de la ecuación de Dirac, y de su versión mejorada, la ecuación ECE del fermión, es la resonancia de espín del electrón, la cual depende del empleo de las matrices de Pauli, como es bien sabido. En esta sección, se explican sistemáticamente las diversas partes intrincadas de esta célebre deducción. La resonancia de espín electrónico se produce en presencia de un campo magnético estático, de

manera que el potencial escalar puede omitirse de ser considerado, dejando hamiltonianos tales como:

$$H_2\psi = \frac{1}{2m} (\boldsymbol{\sigma} \cdot (-i\hbar\nabla - e\mathbf{A}) \boldsymbol{\sigma} \cdot (-i\hbar\nabla - e\mathbf{A})) \psi. \quad (5.61)$$

Nótese cuidadosamente que el operador ∇ actúa sobre la función de onda, la cual se denota como ψ por facilidad de notación. El siguiente tipo de álgebra de Pauli:

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{V} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{W} = \mathbf{V} \cdot \mathbf{W} + i\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{V} \times \mathbf{W} \quad (5.62)$$

conduce a:

$$H_2\psi = \frac{1}{2m} (ie\hbar (\nabla \cdot \mathbf{A} + i\boldsymbol{\sigma} \cdot \nabla \times \mathbf{A}) - \hbar^2 (\nabla^2 + i\boldsymbol{\sigma} \cdot \nabla \times \nabla) + e^2 (A^2 + i\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{A} \times \mathbf{A}) + ie\hbar (\mathbf{A} \cdot \nabla + i\boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{A} \times \nabla))) \psi. \quad (5.63)$$

Suponiendo que \mathbf{A} posee un valor real, entonces:

$$\mathbf{A} \times \mathbf{A} = \mathbf{0}. \quad (5.64)$$

También:

$$\nabla \times \nabla = \mathbf{0} \quad (5.65)$$

de manera que:

$$H_2 \psi = \frac{1}{2m} (-\hbar^2 \nabla^2 \psi + e^2 A^2 \psi + ie\hbar \nabla \cdot (\mathbf{A}\psi) - e\hbar \boldsymbol{\sigma} \cdot \nabla \times (\mathbf{A}\psi) + ie\hbar \mathbf{A} \cdot \nabla \psi - e\hbar \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{A} \times \nabla \psi). \quad (5.66)$$

Puede observarse que la ecuación del fermión produce muchos efectos en general, todos los cuales son observables a nivel experimental. De manera que se trata de un resultado muy poderoso de la geometría y de la teoría ECE de campo unificado. Pueden considerarse efectos gravitacionales a través de la prescripción mínima adecuada, tal como en documentos como

el UFT 248. Muchos de estos efectos aun deben de observarse. La resonancia de espín electrónico viene dada por el término:

$$\begin{aligned} H_2\psi &= -\frac{e\hbar}{2m}\boldsymbol{\sigma}\cdot(\nabla\times(\mathbf{A}\psi)+\mathbf{A}\times\nabla\psi)+\dots \\ &= -\frac{e\hbar}{2m}\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{B}+\dots \end{aligned} \quad (5.67)$$

donde se ha utilizado la relación habitual entre \mathbf{B} y \mathbf{A} para ilustrar el argumento:

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}. \quad (5.68)$$

En la teoría ECE rigurosa, la conexión de espín entra al análisis. Un amplio campo temático nuevo de la química física emerge, porque la resonancia de espín electrónico (REE) y la resonancia magnética nuclear (RMN) dominan los temas de la química física y la química analítica. El uso de un potencial con valor complejo, tal como aquel en un campo electromagnético en lugar de un campo magnético estático, produce muchos más efectos a través de la ecuación:

$$\begin{aligned} ((E - e\varphi) + c\boldsymbol{\sigma}\cdot(\mathbf{p} - e\mathbf{A}))((E - e\varphi) - c\boldsymbol{\sigma}\cdot(\mathbf{p} - e\mathbf{A}^*))\varphi^R \\ = m^2 c^4 \varphi^R, \end{aligned} \quad (5.69)$$

$$\psi := \varphi^R,$$

es decir,

$$\begin{aligned} (E - e\varphi - mc^2)(E - e\varphi + mc^2)\psi \\ = c^2\boldsymbol{\sigma}\cdot(\mathbf{p} - e\mathbf{A})\boldsymbol{\sigma}\cdot(\mathbf{p} - e\mathbf{A}^*)\psi + ec(E - e\varphi)\boldsymbol{\sigma}\cdot(\mathbf{A}^* - \mathbf{A})\psi \end{aligned}$$

donde * denota complejos conjugados. La Ec. (5.69) puede linealizarse como:

$$\begin{aligned} (E - e\varphi - mc^2)\psi &= \frac{c^2\boldsymbol{\sigma}\cdot(\mathbf{p} - e\mathbf{A})\boldsymbol{\sigma}\cdot(\mathbf{p} - e\mathbf{A}^*)}{E - e\varphi + mc^2}\psi \\ &+ \frac{ec(E - e\varphi)}{E - e\varphi + mc^2}\boldsymbol{\sigma}\cdot(\mathbf{A}^* - \mathbf{A})\psi \end{aligned} \quad (5.70)$$

y reordenada como sigue:

$$E\psi = (e\varphi + mc^2)\psi + \frac{1}{2m}\boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{p} - e\mathbf{A}) \left(1 - \frac{e\varphi}{2mc^2}\right)^{-1} \boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{p} - e\mathbf{A}^*)\psi + \frac{e}{2mc^2}(mc^2 - e\varphi) \left(1 - \frac{e\varphi}{2mc^2}\right)^{-1} \boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{A}^* - \mathbf{A})\psi. \quad (5.71)$$

En la aproximación:

$$e\varphi \ll mc^2 \quad (5.72)$$

la Ec. (4.71) da:

$$E\psi = (H_1 + H_2 + H_3)\psi \quad (5.73)$$

donde los tres hamiltonianos se definen como sigue:

$$H_1 = E\varphi + mc^2, \quad (5.74)$$

$$H_2 = \frac{1}{2m}\boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{p} - e\mathbf{A}) \left(1 + \frac{e\varphi}{2mc^2}\right) \boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{p} - e\mathbf{A}^*), \quad (5.75)$$

$$H_3 = \frac{1}{2}ec \left(1 + \frac{e\varphi}{2mc^2}\right) \boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{A}^* - \mathbf{A}), \quad (5.76)$$

lo cual conduce a muchos nuevos efectos de resonancia fermiónica utilizando el campo electromagnético en lugar del campo magnético estático. Por ejemplo, el hamiltoniano H_2 puede desarrollarse como:

$$H_{21}\psi = \frac{1}{2m} \left(ie\hbar (\boldsymbol{\nabla} \cdot \mathbf{A}^* + i\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\nabla} \times \mathbf{A}^* - \hbar^2(\nabla^2 + i\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{\nabla})) + e^2(\mathbf{A} \cdot \mathbf{A}^* + i\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{A} \times \mathbf{A}^*) + ie\hbar (\mathbf{A} \cdot \boldsymbol{\nabla} + i\boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{A} \times \boldsymbol{\nabla})) \right) \psi, \quad (5.77)$$

una ecuación que puede expresarse como:

$$H_{21}\psi = \frac{1}{2m} (ie^2\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{A} \times \mathbf{A}^*\psi - e\hbar\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{A} \times \nabla\psi - e\hbar\boldsymbol{\sigma} \cdot \nabla\psi \times \mathbf{A}^* - e\hbar\boldsymbol{\sigma} \cdot (\nabla \times \mathbf{A}^*)\psi + \dots), \quad (5.78)$$

dando cuatro, de un total de muchos términos que pueden producir novedosos efectos de resonancia fermiónica. Utilizando, por fines argumentales:

$$\mathbf{B}^* = \nabla \times \mathbf{A}^* \quad (5.79)$$

entonces el hamiltoniano se reduce a:

$$H_{211} = -\frac{e\hbar}{2m} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{B}^* \quad (5.80)$$

y un término debido al producto conjugado del campo electromagnético:

$$H_{212} = i\frac{e^2}{2m} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{A} \times \mathbf{A}^* \quad (5.81)$$

el cual define el campo $\mathbf{B}^{(3)}$ ya introducido en capítulos previos:

$$\mathbf{B}^{(3)*} = -ig\mathbf{A} \times \mathbf{A}^* = -ig\mathbf{A}^{(1)} \times \mathbf{A}^{(2)}. \quad (5.82)$$

La Ec. (5.81) es el hamiltoniano que define la resonancia fermiónica inducida radiativamente (RFR), comentada extensivamente en otras partes [1]- [10] pero deducida aquí de una manera rigurosa a partir de la ecuación del fermión o representación quiral de la ecuación de Dirac. El acoplamiento órbita espín y el factor de Thomas pueden deducirse a partir del hamiltoniano H_{22} definido como sigue:

$$H_{22}\psi = \frac{e}{4m^2c^2} (\boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{p} - e\mathbf{A}) \psi \boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{p} - e\mathbf{A})) \psi. \quad (5.83)$$

Este hamiltoniano posee sus orígenes en la siguiente ecuación:

$$E\psi = \left(\frac{mc^2 + e\varphi + c^2(\mathbf{p} - e\mathbf{A})}{E - e\varphi + mc^2} \cdot (\mathbf{p} - e\mathbf{A}) \right) \psi \quad (5.84)$$

en la aproximación:

$$E = \gamma mc^2 \approx mc^2. \quad (5.85)$$

En esta aproximación, la Ec. (5.84) deviene:

$$E\psi = \left(mc^2 + e\varphi + \frac{1}{2m} (\mathbf{p} - e\mathbf{A}) \left(1 - \frac{e\varphi}{2mc^2} \right)^{-1} \cdot (\mathbf{p} - e\mathbf{A}) \right) \psi \quad (5.86)$$

y en la aproximación:

$$e\varphi \ll 2mc^2 \quad (5.87)$$

el hamiltoniano H_{22} se recupera como el último término del lado derecho de la igualdad. En la deducción del término de acoplamiento orbital de espín se efectúan varias suposiciones, pero que no siempre se aclaran en los libros de texto. El potencial vectorial \mathbf{A} no se considera en la deducción de la interacción orbital de espín, de manera que sólo se consideran efectos de campo eléctrico. Por lo tanto, el hamiltoniano relevante se reduce a:

$$H_{22} \psi = \frac{e}{4m^2 c^2} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} \varphi \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} \psi. \quad (5.88)$$

Se supone que el primer \mathbf{p} es el operador:

$$\mathbf{p} = -i\hbar\nabla \quad (4.89)$$

pero que el segundo \mathbf{p} es una función. Este punto raramente se menciona en los libros de texto. Esta suposición puede justificarse sobre la base de que parece tener éxito en la descripción de los datos experimentales. Cuando se efectúa dicha suposición, la Ec. (5.88) se reduce a:

$$H_{22} \psi = - \frac{i\hbar}{4m^2 c^2} \boldsymbol{\sigma} \cdot \nabla \varphi \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} \psi. \quad (5.90)$$

El operador ∇ actúa sobre $\varphi \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}\psi$, de manera que, por el Teorema de Leibnitz:

$$\nabla (\varphi \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}\psi) = \nabla (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p})\varphi\psi + \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} \nabla(\varphi\psi) \quad (5.91)$$

y el término de la interacción orbital de espín surge a partir de:

$$H_{22} \psi = -\frac{i\hbar}{4m^2 c^2} (\boldsymbol{\sigma} \cdot \nabla(\varphi\psi) \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}). \quad (5.92)$$

En esta ecuación, la Teorema de Leibnitz afirma que:

$$\nabla (\varphi \psi) = (\nabla\varphi) \psi + \varphi (\nabla\psi) \quad (4.93)$$

de manera que el término de interacción orbital de espín es:

$$H_{22} \psi = -\frac{i\hbar}{4m^2 c^2} (\boldsymbol{\sigma} \cdot \nabla\varphi \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}) \psi + \dots \quad (5.94)$$

Se observa que la Ec. (5.94) es sólo uno de muchos efectos posibles que surgen a partir de la ecuación del fermión, y que debiera de investigarse sistemáticamente a nivel experimental. En el desarrollo del término orbital de espín, la física establecida y obsoleta se utiliza como sigue:

$$\mathbf{E} = -\nabla\varphi \quad (5.95)$$

de manera que el hamiltoniano orbital de espín deviene:

$$H_{22}\psi = -\frac{i\hbar}{4m^2 c^2} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{E} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}\psi. \quad (5.96)$$

Ahora utilizamos el álgebra de Pauli:

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{E} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} = \mathbf{E} \cdot \mathbf{p} + i\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{E} \times \mathbf{p} \quad (5.97)$$

de manera que la parte real del hamiltoniano a partir de estas ecuaciones deviene:

$$H_{22} \psi = \frac{e\hbar}{4m^2 c^2} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{E} \times \mathbf{p} \psi \quad (5.98)$$

en donde se considera a \mathbf{p} como una función, y no como operador. Si esta segunda \mathbf{p} se considera como operador, entonces aparecen nuevos efectos. Nótese cuidadosamente que en la deducción del efecto Zeeman, REE, RMN y el factor g del electrón, se considera a ambas \mathbf{p} 's como operadores, pero en la deducción de la interacción orbital de espín, sólo la primer \mathbf{p} se considera como un operador, y la segunda \mathbf{p} se considera como función. Finalmente, en la deducción habitual de la interacción orbital de espín, se selecciona al potencial de Coulomb de la electrostática como el potencial escalar:

$$\varphi = - \frac{e}{4\pi_0 r} \quad (5.99)$$

de manera que la fuerza de campo eléctrico es:

$$\mathbf{E} = - \nabla \varphi = - \frac{e}{4\pi_0 r^3} \mathbf{r}. \quad (5.100)$$

El hamiltoniano de órbita de espín relevante deviene:

$$H_{22} \psi = - \frac{e}{8\pi c^2 \epsilon_0 r^3} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{r} \times \mathbf{p} \psi \quad (4.101)$$

en el cual el momento angular orbital es:

$$\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}. \quad (5.102)$$

Por lo tanto, el hamiltoniano de órbita de espín es:

$$H_{22} \psi = - \frac{e^2 \hbar}{8\pi c^2 \epsilon_0 m^2 r^3} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{L} \psi. \quad (5.103)$$

En la descripción de espectros atómicos y moleculares, el momento angular de espín se define como:

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2} \hbar \boldsymbol{\sigma} \quad (5.104)$$

y el momento angular orbital también deviene un operador. Así:

$$H_{22} \psi = -\zeta \mathbf{S} \cdot \mathbf{L} = -\frac{e^2}{8\pi c^2 \epsilon_0 m^2 r^3} \mathbf{S} \cdot \mathbf{L} \psi \quad (5.105)$$

y el factor de Thomas igual a 2 viene contenido en la Ec. (5.105), como parte del denominador. La deducción del factor de Thomas es una de las fortalezas de la ecuación del fermión. La cual como hemos mencionado no sufre del problema de la energía negativa como lo hace la ecuación de Dirac. Consideremos nuevamente el hamiltoniano H_{22} :

$$H_{22} \psi = \frac{e}{4m^2 c^2} \boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{p} - e\mathbf{A}) \psi \quad (5.106)$$

y supongamos que:

$$\mathbf{A} = \mathbf{0} \quad (5.107)$$

de manera que:

$$H_{22} \psi = \frac{e}{4m^2 c^2} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} \psi \quad (5.108)$$

En la deducción del acoplamiento órbita-espín y el factor de Thomas, se considera al primer \mathbf{p} como operador, y al segundo \mathbf{p} como función. En la deducción del término de Darwin, se considera a ambos \mathbf{p} 's como operadores, definidos por:

$$-i\hbar \nabla \psi = \mathbf{p} \psi \quad (5.109)$$

con un valor esperado:

$$\langle \mathbf{p} \rangle = \int \psi^* \mathbf{p} \psi d\tau. \quad (5.110)$$

Por lo tanto, el término de Darwin se obtiene de:

$$H_{22} \psi = \frac{e}{4m^2 c^2} \boldsymbol{\sigma} \cdot (-i \hbar \nabla) \varphi \boldsymbol{\sigma} \cdot (-i \hbar \nabla) \psi \quad (5.111)$$

y es un fenómeno de la mecánica cuántica, sin contraparte clásica.

A partir de la Ec. (5.111):

$$H_{22} \psi = - \frac{e \hbar^2}{4m^2 c^2} (\boldsymbol{\sigma} \cdot \nabla \varphi \boldsymbol{\sigma} \cdot \nabla) \psi \quad (5.112)$$

y el primer operador del ∇ opera sobre todo lo que sigue, de manera que:

$$H_{22} \psi = - \frac{e \hbar^2}{4m^2 c^2} \boldsymbol{\sigma} \cdot \nabla (\varphi \boldsymbol{\sigma} \cdot \nabla \psi). \quad (5.113)$$

El Teorema de Leibnitz se utiliza como sigue:

$$\nabla (\varphi \boldsymbol{\sigma} \cdot \nabla) = (\nabla \varphi) (\boldsymbol{\sigma} \cdot \nabla) + \varphi \nabla (\boldsymbol{\sigma} \cdot \nabla). \quad (5.114)$$

Por lo tanto:

$$H_{22} \psi = - \frac{e \hbar^2}{4m^2 c^2} (\boldsymbol{\sigma} \cdot \nabla \varphi \boldsymbol{\sigma} \cdot \nabla \psi + \boldsymbol{\sigma} \cdot \varphi \nabla (\boldsymbol{\sigma} \cdot \nabla \psi)). \quad (5.115)$$

Por lo general, se considera que el término de Darwin es:

$$H_{\text{Darwin}} \psi = - \frac{e \hbar^2}{4m^2 c^2} \boldsymbol{\sigma} \cdot \nabla \varphi \boldsymbol{\sigma} \cdot \nabla \psi. \quad (5.116)$$

y el segundo término en la Ec. (5.115) puede desarrollarse como:

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \nabla (\boldsymbol{\sigma} \cdot \nabla \psi) = (\boldsymbol{\sigma} \cdot \nabla) (\boldsymbol{\sigma} \cdot \nabla) \psi \quad (5.117)$$

de manera que:

$$H_{22} \psi = -\frac{e\hbar^2}{4m^2c^2} (\nabla\phi \cdot \nabla\psi + \phi\nabla^2\psi). \quad (5.118)$$

5.4 Nuevos Efectos de la Orbita de Espín del Electrón a partir de la Ecuación del Fermión.

En el nivel clásico habitual, consideremos la energía cinética de un electrón de masa m y momento lineal \mathbf{p} :

$$H = \frac{p^2}{2m} \quad (5.119)$$

y utilicemos la prescripción mínima (5.56) para describir la interacción de un electrón con un potencial vectorial \mathbf{A} . El hamiltoniano de interacción se define mediante:

$$\begin{aligned} H &= \frac{1}{2m} (\mathbf{p} - e\mathbf{A}) \cdot (\mathbf{p} - e\mathbf{A}) \quad (5.120) \\ &= \frac{p^2}{2m} - \frac{e}{2m} (\mathbf{p} \cdot \mathbf{A} + \mathbf{A} \cdot \mathbf{p}) + \frac{e^2 A^2}{2m}. \end{aligned}$$

Tal como se comentó en capítulos previos, el potencial vectorial puede definirse mediante:

$$\mathbf{A} = \frac{1}{2} \mathbf{B} \times \mathbf{r}. \quad (5.121)$$

Consideremos ahora el siguiente término del hamiltoniano:

$$H_1 = -\frac{e}{2m} (\mathbf{p} \cdot \mathbf{A} + \mathbf{A} \cdot \mathbf{p}) = -\frac{e}{4m} (\mathbf{p} \cdot \mathbf{B} \times \mathbf{r} + \mathbf{B} \times \mathbf{r} \cdot \mathbf{p}) \quad (5.122)$$

donde el momento angular orbital puede definirse como sigue:

$$\mathbf{p} \cdot (\mathbf{B} \times \mathbf{r}) = \mathbf{B} \cdot \mathbf{r} \times \mathbf{p} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{L}. \quad (5.123)$$

Este análisis produce el conocido hamiltoniano para la interacción del momento de un dipolo magnético con la densidad de flujo magnético:

$$H_1 = -\frac{e}{2m} \mathbf{L} \cdot \mathbf{B} = -\mathbf{m}_D \cdot \mathbf{B}. \quad (5.124)$$

El hamiltoniano clásico responsable de la Ec. (5.124) es:

$$H_1 = -\frac{e}{2m} (\mathbf{p} \cdot \mathbf{A} + \mathbf{A} \cdot \mathbf{p}) \quad (5.125)$$

que puede expresarse en la base SU (2) como:

$$H_1 = -\frac{e}{2m} (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{A} + \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{A} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}). \quad (5.126)$$

Utilizando álgebra de Pauli:

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{A} = \mathbf{p} \cdot \mathbf{A} + i\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} \times \mathbf{A} \quad (5.127)$$

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{A} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{p} + i\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{A} \times \mathbf{p} \quad (5.128)$$

y se obtiene el mismo resultado, porque:

$$i\boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{p} \times \mathbf{A} + \mathbf{A} \times \mathbf{p}) = 0. \quad (5.129)$$

Sin embargo, como fue comentado, por ejemplo por H. Merzbacher en el libro titulado *Quantum Mechanics* (Wiley, 1970):

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} = \frac{1}{r^2} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{r} (\mathbf{r} \cdot \mathbf{p} + i\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{L}) \quad (5.130)$$

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{A} = \frac{1}{r^2} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{r} (\mathbf{r} \cdot \mathbf{A} + i \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{r} \times \mathbf{A}) \quad (5.131)$$

en donde:

$$\frac{1}{r^2} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{r} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{r} = 1. \quad (5.132)$$

Por lo tanto:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{A} = \frac{1}{r^2} (\mathbf{r} \cdot \mathbf{p} \mathbf{r} \cdot \mathbf{A} + i \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{L} \mathbf{r} \cdot \mathbf{A} \\ + i \mathbf{r} \cdot \mathbf{p} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{r} \times \mathbf{A} - \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{L} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{r} \times \mathbf{A}). \end{aligned} \quad (5.133)$$

A partir de una comparación entre las partes real e imaginaria de las Ecs. (5.127) y (5.133):

$$\mathbf{p} \cdot \mathbf{A} = \frac{1}{r^2} (\mathbf{r} \cdot \mathbf{p} \mathbf{r} \cdot \mathbf{A} - \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{L} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{r} \times \mathbf{A}) \quad (5.134)$$

en donde:

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} \times \mathbf{A} = \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{L} \mathbf{r} \cdot \mathbf{A} + \mathbf{r} \cdot \mathbf{p} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{r} \times \mathbf{A}, \quad (5.135)$$

$$\mathbf{r} \cdot \mathbf{A} = \frac{1}{2} \mathbf{r} \cdot \mathbf{B} \times \mathbf{r} = \frac{1}{2} \mathbf{B} \cdot \mathbf{r} \times \mathbf{r} = 0. \quad (5.136)$$

Por lo tanto, obtenemos las importantes identidades:

$$\mathbf{p} \cdot \mathbf{A} = -\frac{1}{r^2} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{L} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{r} \times \mathbf{A}, \quad (5.137)$$

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} \times \mathbf{A} = \mathbf{r} \cdot \mathbf{p} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{r} \times \mathbf{A}. \quad (5.138)$$

Por lo tanto, el hamiltoniano (5.125) puede expresarse como:

$$H_1 = -\frac{e}{m} \mathbf{p} \cdot \mathbf{A} = \frac{e}{mr^2} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{L} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{r} \times \mathbf{A} = -\mathbf{m}_B \cdot \mathbf{B}. \quad (5.139)$$

Finalmente, utilizamos las Ecs. (5.121) y (5.139) para encontrar:

$$H_1 = \frac{e}{2m} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{L} \left(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{B} - \frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{r}}{r^2} \mathbf{B} \cdot \mathbf{r} \right) = -\mathbf{m}_B \cdot \mathbf{B}. \quad (5.140)$$

Puede observarse que el conocido hamiltoniano responsable del efecto Zeeman se ha transformado en un hamiltoniano que da resonancia de espín electrónico de una nueva clase, una resonancia que surge de la interacción de la matriz de Pauli con el campo magnético, como en la Ec. (5.140). Si el campo magnético está alineado según el eje Z, entonces:

$$\sigma_z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (5.141)$$

y la frecuencia de resonancia de la órbita de espín electrónico (ROEE) es:

$$\omega = \frac{eB}{m\hbar} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{L}. \quad (5.142)$$

Esto se compara con la típica frecuencia de REE (resonancia de espín electrónico):

$$\omega = \frac{eB}{m} \quad (5.143)$$

mediante el hamiltoniano ya deducido en este capítulo a partir de la ecuación del fermión. El hamiltoniano de ROEE contiene un novedoso acoplamiento de órbita-espín cuando se cuantiza:

$$H_1 \psi = \frac{e}{m} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{B} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{L} \psi. \quad (5.144)$$

Definiendo el momento angular de espín como:

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2} \hbar \boldsymbol{\sigma} \quad (5.145)$$

nos da [1]-[10]:

$$\begin{aligned} \mathbf{L} \cdot \mathbf{S} \psi &= \frac{1}{2} (J^2 - L^2 - S^2) \psi \\ &= \frac{1}{2} \hbar^2 (J(J+1) - L(L+1) - S(S+1)) \psi \end{aligned} \quad (5.146)$$

de manera que los niveles de energía del operador hamiltoniano de ROEE son:

$$E = \frac{e\hbar}{2m} (J(J+1) - L(L+1) - S(S+1)) \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{B} \quad (5.147)$$

dando la frecuencia de ROEE:

$$\omega = \frac{e\hbar}{2m} (J(J+1) - L(L+1) - S(S+1)) \quad (5.148)$$

en donde el momento angular total J se define a través de la serie de Clebsch Gordan:

$$J = L + S, L + S - 1, \dots, |L - S|. \quad (5.149)$$

La Ec. (5.144) se dedujo por primera vez en el documento UFT 249 y resulta diferente del conocido hamiltoniano de espín de REE:

$$H_{REE} = -\frac{e}{2m} \mathbf{L} \cdot \mathbf{B} + \lambda \mathbf{S} \cdot \mathbf{L} - \frac{e}{2m} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{B} = -g_{\text{Spin}} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{B}. \quad (5.150)$$

Se dedujo mediante el empleo de un álgebra de Pauli conocida, junto con la ecuación del fermión, y potencialmente da origen a muchos efectos espectrales de utilidad. Por lo tanto, para químicos físicos y para químicos analíticos, el formato más útil de la ecuación del fermión es:

$$E\psi = \left(mc^2 + e\varphi + \frac{1}{2m} \boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{p} - e\mathbf{A}) \left(1 + \frac{e\varphi}{2mc^2} \right) \boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{p} - e\mathbf{A}) \right) \psi \quad (5.151)$$

y se han incluido en este capítulo algunos ejemplos de su utilidad. En la teoría ECE, se ha deducido la Ec. (5.151) a partir de geometría de Cartan y por el empleo de la prescripción mínima. Tal como ya se comentó, la ecuación del fermión es la ecuación quiral de Dirac sin los problemas de energía negativa, los cuales para los químicos nunca revistieron mucho interés. En el campo de la química, el tema se enfoca de la siguiente manera. Consideremos un término de la ecuación completa (5.151):

$$H_1 \psi = - \frac{e}{2m} (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{A} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} + \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{A}) \psi. \quad (5.152)$$

Al considerar a $\boldsymbol{\sigma}$ como una función, más que como un operador, este término puede desarrollarse mediante el empleo de álgebra de Pauli como sigue:

$$H_1 \psi = - \frac{e}{2m} (\mathbf{A} \cdot \mathbf{p} + \mathbf{p} \cdot \mathbf{A} + i\boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{A} \times \mathbf{p} + \mathbf{p} \times \mathbf{A})) \psi. \quad (5.153)$$

Para un campo magnético uniforme:

$$\mathbf{A} = \frac{1}{2} \mathbf{B} \times \mathbf{r} \quad (5.154)$$

de manera que:

$$H_1 \psi = - \frac{e}{4m} (\mathbf{B} \times \mathbf{r} \cdot \mathbf{p} + \mathbf{p} \cdot \mathbf{B} \times \mathbf{r} + i\boldsymbol{\sigma} \cdot ((\mathbf{B} \times \mathbf{r}) \times \mathbf{p} + \mathbf{p} \times (\mathbf{B} \times \mathbf{r}))) \psi. \quad (5.155)$$

Al considerar a \mathbf{p} como una función:

$$\mathbf{B} \times \mathbf{r} \cdot \mathbf{p} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{r} \times \mathbf{p} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{L} \quad (5.156)$$

de manera que el hamiltoniano deviene:

$$H_1 \psi = - \frac{e}{2m} \mathbf{L} \cdot \mathbf{B} \psi + (i\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{A} \times \mathbf{p} + i\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} \times \mathbf{A}) \psi. \quad (5.157)$$

A esta altura, se considera a \mathbf{p} como un operador, de manera que el segundo término del lado derecho de la igualdad de la Ec. (5.157) no desaparece. El empleo de \mathbf{p} y $\boldsymbol{\sigma}$ como funciones u operadores resulta arbitrario, y justificado sólo por la comparación final con los datos experimentales. A partir de las Ecs. (5.157) y (5.154) puede expresarse el hamiltoniano en el formato utilizado en química

$$\begin{aligned} H_1 \psi &= \left(-\frac{e}{2m} \mathbf{L} \cdot \mathbf{B} - \frac{e\hbar}{2m} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{B} \right) \psi \\ &= -\frac{e}{2m} (\mathbf{L} + 2\mathbf{S}) \psi \end{aligned} \quad (5.158)$$

El momento angular total se conserva, de manera que la Ec. (5.158) puede expresarse como:

$$H_1 \psi = -\frac{e}{2m} g_L \mathbf{J} \cdot \mathbf{B} \psi \quad (5.159)$$

donde:

$$J = L + S, \dots, |L - S| \quad (5.160)$$

a partir de la serie de Clebsch Gordan.

El término de órbita de espín convencional surge, como ya se describió antes en este capítulo, a partir de otro término del hamiltoniano:

$$H_{os} \psi = -\frac{e}{4mc^2} \boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{p} - e\mathbf{A}) \varphi \boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{p} - e\mathbf{A}) \psi \quad (5.161)$$

en donde el primer \mathbf{p} se describe como un operador pero en donde el segundo \mathbf{p} es una función, dando el término de órbita de espín:

$$H_{os} \psi = -\frac{ie\hbar}{4m^2c^2} \boldsymbol{\sigma} \cdot \nabla \varphi \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} \psi. \quad (5.162)$$

De manera que el hamiltoniano completo de REE es:

$$H \psi = \left(-\frac{e}{2m} \mathbf{L} \cdot \mathbf{B} - \frac{e\hbar}{2m} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{B} - \zeta \mathbf{S} \cdot \mathbf{L} \right) \psi \quad (5.163)$$

en donde la constante de acoplamiento órbita-espín es:

$$\zeta = \frac{e}{4\pi c^2 \epsilon_0 m^2 r^3}. \quad (5.164)$$

Finalmente, tanto \mathbf{S} como \mathbf{L} son operadores, de manera que:

$$\mathbf{S} \cdot \mathbf{L} \psi = \frac{\hbar^2}{2} (J(J+1) - L(L+1) - S(S+1)) \psi. \quad (5.165)$$

La anterior es la conocida descripción convencional de REE en el lenguaje utilizado por los químicos, y es una descripción basada en la teoría ECE y en geometría. En la teoría ECE puede desarrollarse de muchas maneras, porque es covariante generalizada, mientras que la obsoleta descripción tradicional es covariante según Lorentz. Sin embargo, pueden desarrollarse varias nuevas espectroscopías utilizando una conocida álgebra de Pauli, una que pareciera nunca haber sido aplicada para espectroscopías de resonancia del fermión:

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} = \frac{1}{r^2} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{r} (\mathbf{r} \cdot \mathbf{p} + i\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{L}), \quad (5.166)$$

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{A} = \frac{1}{r^2} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{r} (\mathbf{r} \cdot \mathbf{A} + i\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{r} \times \mathbf{A}). \quad (5.167)$$

Para un campo magnético uniforme:

$$\mathbf{r} \cdot \mathbf{A} = 0 \quad (5.168)$$

de manera que

$$\mathbf{p} \cdot \mathbf{A} = \frac{1}{r^2} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{L} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{A} \times \mathbf{r} \quad (4.169)$$

y

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} \times \mathbf{A} = \frac{1}{r^2} \mathbf{r} \cdot \mathbf{p} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{r} \times \mathbf{A} \quad (5.170)$$

como en la Nota 250(7) que acompaña el documento UFT 250, publicado en el portal www.aias.us. Utilizando estos resultados, se encuentra que:

$$\begin{aligned} H_1 \psi &= -\frac{e}{2m} (\mathbf{p} \cdot \mathbf{A} + \mathbf{A} \cdot \mathbf{p}) \psi \\ &= -\frac{e}{mr^2} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{A} \times \mathbf{r} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{L} \psi. \end{aligned} \quad (5.171)$$

Utilizando la Ec. (5.171) para un campo magnético uniforme, se obtiene:

$$\mathbf{A} \times \mathbf{r} = \frac{1}{2} (\mathbf{B} \times \mathbf{r}) \times \mathbf{r} = \frac{1}{2} (\mathbf{r} \cdot \mathbf{B}) - r^2 \mathbf{B} \quad (5.172)$$

dando lugar a un nuevo hamiltoniano de órbita de espín en la forma de gran utilidad:

$$H_1 \psi = \frac{e}{\hbar m} \boldsymbol{\sigma} \cdot \left(\mathbf{B} - \frac{\mathbf{r}}{r^2} (\mathbf{r} \cdot \mathbf{B}) \right) \mathbf{S} \cdot \mathbf{L} \psi. \quad (5.173)$$

Su valor esperado es:

$$\langle H_1 \rangle = \frac{e}{\hbar m} \int \psi^* H_1 \psi \, d\tau \quad (5.174)$$

con la normalización:

$$\int \psi^* \psi \, d\tau = 1. \quad (5.175)$$

Utilizando el resultado:

$$\mathbf{S} \cdot \mathbf{L} \psi = \frac{\hbar^2}{2} (J(J+1) - L(L+1) - S(S+1)) \psi \quad (5.176)$$

los *eigen* valores de energía del hamiltoniano son:

$$E = \frac{e\hbar}{2m} (J(J+1) - L(L+1) - S(S+1)) \quad (5.177)$$

$$\left(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{B} - \int \psi^* \frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{r}}{r^2} \mathbf{r} \cdot \mathbf{B} \psi d\tau \right)$$

como en la Nota 250(9) que acompaña el documento UFT 250 en el portal www.aias.us .
En coordenadas polares esféricas:

$$\begin{aligned} X &= r \sin \theta \cos \varphi \\ Y &= r \sin \theta \sin \varphi \\ Z &= r \cos \theta \end{aligned} \quad (5.178)$$

y la integración de una función sobre todo el espacio significa:

$$\int f d\tau = \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{2\pi} \int_0^{\infty} f r^2 \sin \theta dr d\theta d\varphi. \quad (5.179)$$

Si el campo magnético está alineado según el eje Z, entonces, en coordenadas cartesianas:

$$\frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{r}}{r^2} \mathbf{r} \cdot \mathbf{B} = \sigma_z B_z \frac{Z^2}{X^2 + Y^2 + Z^2} \quad (5.180)$$

y si se supone que, en promedio:

$$\left\langle \frac{Z^2}{X^2 + Y^2 + Z^2} \right\rangle = \frac{1}{3} \quad (5.181)$$

la Ec. (5.177) se reduce a:

$$E = \frac{1}{3} \frac{e\hbar}{m} \sigma_z B_z (J(J+1) - L(L+1) - S(S+1)) \quad (5.182)$$

y se produce una resonancia de órbita de espín electrónico en:

$$\omega = \frac{2}{3} \frac{e}{m} B_Z (J(J+1) - L(L+1) - S(S+1)). \quad (5.183)$$

En coordenadas esféricas:

$$\frac{Z^2}{X^2+Y^2+Z^2} = \cos^2 \theta \quad (5.184)$$

de manera que:

$$\int \psi^* \frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{r}}{r^2} \mathbf{r} \cdot \mathbf{B} \psi \, d\tau \quad (5.185)$$

$$= \sigma_Z B_Z \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{2\pi} \int_0^\infty \psi^* \cos^2 \theta \, \varphi \, r^2 \, \text{sen} \theta \, dr \, d\theta \, d\varphi.$$

Se observa que esta parte del hamiltoniano es dependiente de r y debe de evaluarse para cada función de onda ψ . Las únicas funciones de onda analíticas son aquellas del hidrógeno atómico, de manera que pueden utilizarse métodos computacionales para evaluar los niveles de energía de la Ec. (5.185) para el átomo de hidrógeno. Los resultados se han incluido en el documento UFT 250, publicado en el portal www.aias.us. Como ejemplo, mostramos las dos contribuciones de la Ec. (5.177) en la Tabla 5.1. Estos resultados se obtuvieron para números cuánticos del hidrógeno atómico. La columna E_1 da la contribución del término $\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{B}$, mientras que la columna E_2 da la contribución de la integral en la Ec. (5.177). F_j es el factor de los números cuánticos J, L, etc. Puede observarse que no hay contribuciones para estados s , y las contribuciones de E_1 son siempre mayores que aquellas de E_2 .

Consideremos ahora al hamiltoniano:

$$H = - \frac{e}{2m} (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{A} + \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{A} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}) \quad (5.186)$$

en su forma cuantizada:

$$H \psi = - \frac{e\hbar}{2mi} (\boldsymbol{\sigma} \cdot \nabla \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{A} + \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{A} \boldsymbol{\sigma} \cdot \nabla) \psi. \quad (5.187)$$

n	L	M_L	J	S	M_S	M_J	F_j	E_1	E_2	$E_1 + E_2$
1	0	0	1/2	1/2	-1/2	-1/2	0	0	0	0
1	0	0	1/2	1/2	1/2	-1/2	0	0	0	0
2	0	0	1/2	1/2	-1/2	-1/2	0	0	0	0
2	0	0	1/2	1/2	1/2	-1/2	0	0	0	0
2	1	-1	3/2	1/2	-1/2	-3/2	1	1	1/5	6/5
2	1	-1	3/2	1/2	1/2	-1/2	1	1	1/5	6/5
2	1	0	1/2	1/2	-1/2	-1/2	-1	-1	-3/5	-8/5
2	1	0	3/2	1/2	1/2	1/2	1	1	3/5	8/5
2	1	1	1/2	1/2	-1/2	1/2	-1	-1	-1/5	-6/5
2	1	1	3/2	1/2	1/2	3/2	1	1	1/5	6/5
3	0	0	1/2	1/2	-1/2	-1/2	0	0	0	0
3	0	0	1/2	1/2	1/2	-1/2	0	0	0	0
3	1	-1	3/2	1/2	-1/2	-3/2	1	1	1/5	6/5
3	1	-1	3/2	1/2	1/2	-1/2	1	1	1/5	6/5
3	1	0	1/2	1/2	-1/2	-1/2	-1	-1	-3/5	-8/5
3	1	0	3/2	1/2	1/2	1/2	1	1	3/5	8/5
3	1	1	1/2	1/2	-1/2	3/2	-1	-1	-1/5	-6/5
3	1	1	5/2	1/2	1/2	-5/2	1	1	1/5	6/5
3	2	-2	5/2	1/2	-1/2	-5/2	2	2	2/7	16/7
3	2	-2	5/2	1/2	1/2	-3/2	2	2	2/7	16/7
3	2	-1	3/2	1/2	-1/2	-3/2	-2	-2	-6/7	-20/7
3	2	-1	5/2	1/2	1/2	-1/2	2	2	6/7	20/7
3	2	0	3/2	1/2	-1/2	-1/2	-2	-2	-22/21	-64/21
3	2	0	5/2	1/2	1/2	1/2	2	2	22/21	64/21
3	2	1	3/2	1/2	-1/2	1/2	-2	-2	-6/7	-20/7
3	2	1	5/2	1/2	1/2	3/2	2	2	6/7	20/7
3	2	2	3/2	1/2	-1/2	3/2	-2	-2	-2/7	-16/7
3	2	2	5/2	1/2	1/2	5/2	2	2	2/7	16/7

Tabla 5.1: Energías E_1 , E_2 y $E_1 + E_2$ en unidades de $e\hbar/(2m)$.

Nótese que:

$$\mathbf{r} \cdot \mathbf{p} = \frac{\hbar}{i} r \mathbf{e}_r \cdot \nabla = \frac{\hbar}{i} r \frac{\partial}{\partial r} \quad (5.188)$$

donde el vector unitario radial se define como:

$$\mathbf{e}_r = \frac{\mathbf{r}}{r}. \quad (5.189)$$

A partir de álgebra de Pauli:

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{A} = \frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{r}}{r^2} (\mathbf{r} \cdot \mathbf{A} + i \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{r} \times \mathbf{A}) \quad (5.190)$$

y para un campo magnético uniforme

$$\mathbf{A} = \frac{1}{2} \mathbf{B} \times \mathbf{r} \quad (5.191)$$

en donde:

$$\mathbf{r} \cdot \mathbf{A} = 0 \quad (5.192)$$

se deduce que:

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{A} = i \frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{r}}{r^2} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{r} \times \mathbf{A}. \quad (5.193)$$

Como en la Nota 251(1) que acompaña al documento UFT 251 en el portal www.aias.us, se deduce que:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{A} \psi &= \frac{\hbar}{r} \left(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{r} \times \mathbf{A} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial r} (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{r} \times \mathbf{A}) \right) \psi \\ &- \frac{1}{r^2} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{r} \times \mathbf{A} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{L} \psi. \end{aligned} \quad (5.194)$$

Utilizando la Ec. (5.191) resulta:

$$\frac{\mathbf{r}}{r} \times \mathbf{A} = \frac{r}{2} (\mathbf{B} - \mathbf{e}_r (\mathbf{B} \cdot \mathbf{e}_r)) \quad (5.195)$$

y que:

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \mathbf{r} \times \mathbf{A} &= \mathbf{B} - \frac{1}{2r} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \mathbf{e}_r (\mathbf{e}_r \cdot \mathbf{B})) \\ &= \mathbf{B} - \mathbf{e}_r (\mathbf{e}_r \cdot \mathbf{B}) \end{aligned} \quad (5.196)$$

de manera que:

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{A} \psi = \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{B}_1 \left(\hbar \psi + \frac{1}{2} r \frac{\partial \psi}{\partial r} - \frac{1}{2} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{L} \psi \right) \quad (5.197)$$

en donde la densidad de flujo magnético modificada es:

$$\mathbf{B}_1 = \mathbf{B} - \mathbf{e}_r (\mathbf{e}_r \cdot \mathbf{B}). \quad (5.198)$$

El hamiltoniano (5.187) puede entonces desarrollarse como:

$$H \psi = -\frac{e\hbar}{2m} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{B}_1 \left(\psi + r \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{e}{2m} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{B}_1 \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{L} \psi. \quad (5.199)$$

Recordemos que el desarrollo convencional del hamiltoniano es bien conocido:

$$\begin{aligned}
H \psi &= i \frac{e\hbar}{2m} (\nabla \cdot (\mathbf{A}\psi) + \mathbf{A} \cdot \nabla\psi) - \frac{e\hbar}{2m} (\boldsymbol{\sigma} \cdot \nabla \times (\mathbf{A}\psi) + \mathbf{A} \times \nabla\psi) \\
&= - \frac{e\hbar}{2m} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{B} + i \frac{e\hbar}{2m} ((\nabla \cdot \mathbf{A})\psi + 2 \nabla\psi \cdot \mathbf{A})
\end{aligned}
\tag{5.200}$$

y omite la información dada en la Ec. (5.199).

Como en la Nota de Acompañamiento 251(2) publicada en el portal www.aias.us, es posible definir tres tipos novedosos de hamiltoniano:

$$H_1 \psi = - \frac{e\hbar}{2m} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{B}_1 \psi \tag{5.201}$$

$$H_2 \psi = - \frac{e\hbar}{2m} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{B}_1 r \frac{\partial \psi}{r} \tag{5.202}$$

$$H_3 \psi = \frac{e\hbar}{2m} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{B}_1 \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{L} \psi \tag{5.203}$$

cutos valores esperados de energía son:

$$E_1 = - \frac{e\hbar}{2m} \int \psi * \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{B}_1 \psi \, d\tau \tag{5.204}$$

$$E_2 = - \frac{e\hbar}{2m} e \sim 2m \int \psi * \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{B}_1 r \frac{\partial \psi}{\partial r} \, d\tau \tag{5.205}$$

$$E_3 = \frac{e}{2m} e 2m \int \psi * \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{B}_1 \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{L} \psi \, d\tau \tag{5.206}$$

con la normalización de Born:

$$\int \psi * \psi \, d\tau = 1. \tag{5.207}$$

Estos se desarrollan en el documento UFT 251 para las funciones de onda hidrogénicas, dando muchos resultados novedosos, de utilidad para la química analítica. El empleo de la

conocida álgebra de Pauli de una manera nueva se ilustra en el nivel más sencillo en el documento UFT 252, con el mismo hamiltoniano de la energía cinética:

$$H \psi = \frac{1}{2m} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} \psi \quad (5.208)$$

en donde el álgebra de Pauli es:

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} = \frac{1}{r^2} (\mathbf{r} \cdot \mathbf{p} + i\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{L}). \quad (5.209)$$

Por lo tanto:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} &= \frac{1}{r^2} (\mathbf{r} \cdot \mathbf{p} + i\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{L})(\mathbf{r} \cdot \mathbf{p} + i\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{L}) \\ &= \frac{1}{r^2} (\mathbf{r} \cdot \mathbf{p} \mathbf{r} \cdot \mathbf{p} + i(\mathbf{r} \cdot \mathbf{p} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{L} + \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{L} \mathbf{r} \cdot \mathbf{p}) - L^2 - i\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{L} \times \mathbf{L}), \end{aligned} \quad (5.210)$$

que puede cuantizarse utilizando:

$$\mathbf{r} \cdot \mathbf{p} \psi = \frac{\hbar}{i} r \frac{\partial \psi}{\partial r},$$

$$L^2 \psi = \hbar^2 l(l+1) \psi,$$

$$\mathbf{L} \times \mathbf{L} \psi = i\hbar \psi,$$

$$\mathbf{S} \cdot \mathbf{L} \psi = \frac{\hbar^2}{2} (j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)) \psi.$$

Por lo tanto, hay resultados, tales como los que siguen a continuación, que son instructivos en el uso de operadores en mecánica cuántica:

$$\mathbf{r} \cdot \mathbf{p} (\mathbf{r} \cdot \mathbf{p} \psi) = \frac{\hbar}{i} r \frac{\partial}{\partial r} \left(\left(\frac{\hbar}{i} r \frac{\partial}{\partial r} \right) \psi \right). \quad (5.211)$$

Como se muestra en detalle en el documento UFT 252, el hamiltoniano (5.208) puede desarrollarse como:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \boldsymbol{\sigma} \cdot \nabla \boldsymbol{\sigma} \cdot \nabla \psi = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi + \frac{1}{m} \frac{\mathbf{S} \cdot \mathbf{L}}{r} \left(2 \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{\psi}{r} \right) \quad (5.212)$$

donde las funciones de onda son los armónicos esféricos.

$$\psi = Y_l^m. \quad (5.213)$$

El análisis nos da dos novedosas clases de valores esperados de energía:

$$E_1 = \frac{\hbar^2}{2m} (j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)) \int \psi^* \frac{1}{r} r \frac{\partial \psi}{\partial r} d\tau \quad (5.214)$$

y

$$E_2 = \frac{\hbar^2}{2m} (j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)) \int \psi^* \frac{1}{r^2} \psi d\tau \quad (5.215)$$

que se evalúan mediante computación en el documento UFT 252.

Análogamente, el cuadrático hamiltoniano en el potencial:

$$H_5 = \frac{e^2}{2m} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{A} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{A} \psi \quad (5.216)$$

puede desarrollarse como en el documento UFT 252 utilizando la Ec. (5.191) como:

$$H_5 \psi = \frac{e^2 B Z^2}{8m} r^2 (1 - \cos^2 \theta) \psi \quad (5.217)$$

nuevamente dando tipos novedosos de espectroscopía.

El hamiltoniano:

$$H_7 \psi = \frac{1}{2m} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} \left(1 + \frac{e\varphi}{2mc^2} \right) \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} \psi \quad (5.218)$$

nos da, a partir de la ecuación del fermión, el componente de la órbita de espín:

$$H_8 \psi = \frac{e}{4m^2 c^2} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} \varphi \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} \psi \quad (5.219)$$

como hemos visto, y la Ec. (5.219) también puede desarrollarse utilizando la Ec. (5.209) para dar:

$$H_8 \psi = \frac{e}{4m^2 c^2} (\mathbf{r} \cdot \mathbf{p} + i\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{L}) \frac{\varphi}{r^2} (\mathbf{r} \cdot \mathbf{p} + i\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{L}) \psi . \quad (5.220)$$

Hay varios términos en esta ecuación que pueden desarrollarse como en el documento UFT 252. Por ejemplo:

$$H_9 \psi = \frac{e}{4m^2 c^2} \mathbf{r} \cdot \mathbf{p} \left(\frac{\varphi}{r^2} \mathbf{r} \cdot \mathbf{p} \right) \psi \quad (5.221)$$

en donde:

$$\mathbf{r} \cdot \mathbf{p} \psi = -i\hbar r \frac{\partial \psi}{\partial r} . \quad (5.222)$$

De manera que el hamiltoniano da:

$$H_9 \psi = \frac{e^2 \hbar^2}{16\pi\epsilon_0 m^2 c^2} (j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)) \frac{1}{r^3} \left(3\psi - r \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) \quad (5.223)$$

y dos tipos de valores esperados de energía:

$$E_{91} = \frac{3e^2 \hbar^2}{16\pi\epsilon_0 m^2 c^2} (j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)) \int \frac{\psi \psi^*}{r^3} d\tau \quad (5.224)$$

y

$$E_{92} = -\frac{e^2 \hbar^2}{16\pi\epsilon_0 m^2 c^2} (j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)) \int \frac{\psi\psi^*}{r^3} d\tau \quad (5.225)$$

que dan nuevos espectros de resonancia fermiónica observables.

El principal hamiltoniano de órbita de espín (5.220) puede desarrollarse en los siguientes cuatro hamiltonianos:

$$H_{10} \psi = \frac{e}{4m^2 c^2} \mathbf{r} \cdot \mathbf{p} \left(\frac{\varphi}{r^2} \mathbf{r} \cdot \mathbf{p} \psi \right) \quad (5.226)$$

$$H_{11} \psi = \frac{ie}{4m^2 c^2} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{L} \left(\frac{\varphi}{r^2} \mathbf{r} \cdot \mathbf{p} \psi \right) \quad (5.227)$$

$$H_{12} \psi = \frac{ie}{4m^2 c^2} \mathbf{r} \cdot \mathbf{p} \left(\frac{\varphi}{r^2} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{L} \psi \right) \quad (5.228)$$

$$H_{13} \psi = -\frac{e}{4m^2 c^2} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{L} \left(\frac{\varphi}{r^2} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{L} \psi \right) \quad (5.229)$$

y estos se evalúan sistemáticamente en el documento UFT 252, dando muchos nuevos resultados. Finalmente, en esta sección puede evaluarse el efecto de la gravitación sobre la resonancia fermiónica, como en el documento UFT 253, utilizando la prescripción mínima gravitacional:

$$E \rightarrow E + m\Phi \quad (5.230)$$

donde el potencial gravitacional es:

$$\Phi = -\frac{GM}{r} \quad (5.231)$$

donde G es la constante de Newton, y donde Φ es el potencial gravitacional. Aquí, M es una masa que se ve atraída a la masa del electrón m . Se desarrollan varios efectos de la gravitación en el documento UFT 253.

5.5 Refutación de la Indeterminación: las Ecuaciones Cuánticas de Hamilton y de Fuerza.

Los métodos utilizados para deducir la ecuación del fermión pueden utilizarse como aparece en los documentos UFT 175 a UFT 177 en el portal www.aias.us, para obtener la ecuación de Schroedinger a partir de la geometría diferencial. Los axiomas fundamentales de la mecánica cuántica pueden obtenerse a partir de geometría y relatividad. Estos métodos pueden utilizarse para inferir la existencia de los equivalentes cuantizados de las ecuaciones de movimiento de Hamilton, las cuales éste obtuvo alrededor de 1833 sin el empleo de la dinámica lagrangiana. Es bien sabido que las ecuaciones de Hamilton utilizan la posición (x) y el momento (p) como variables conjugadas en un sentido clásico bien definido [1]-[10], y así se especifican simultáneamente x y p utilizando la pesada jerga de Copenhague del siglo XX. Por lo tanto, por equivalencia clásica cuántica, x y p se especifican simultáneamente en las ecuaciones cuánticas de Hamilton, refutando así la interpretación de Copenhague de la mecánica cuántica basada en el conmutador de operadores de posición y momento. Las ecuaciones cuánticas de Hamilton fueron desarrolladas por primera vez en el documento UFT 175, en 2011, y se describen en esta sección. Demuestran que x y p se especifican simultáneamente en la mecánica cuántica, una ilustración clara de la confusión provocada por la interpretación de Copenhague.

Se utiliza en esta sección el anti-conmutador $\{\hat{x}, \hat{p}\}$ para desarrollar nuevas refutaciones de Copenhague, en cuanto a que al actuar $\{\hat{x}, \hat{p}\}$ sobre funciones de onda que son soluciones exactas de la ecuación de Schroedinger, producen valores esperados iguales a cero para el oscilador armónico, y diferentes de cero para el hidrógeno atómico. Se demuestra que el anti-conmutador $\{\hat{x}, \hat{p}\}$ es proporcional al conmutador $[x^2, p^2]$, cuyos valores esperados para el oscilador armónico son todos iguales a cero, en tanto que para el hidrógeno atómico son todos distintos de cero. Para la partícula en un anillo, las combinaciones pueden ser iguales a cero, mientras que conmutadores individuales de este tipo son distintos de cero. Para movimiento lineal, se revelan inconsistencias internas en la interpretación de Copenhague, y para la partícula en una esfera el conmutador nuevamente es distinto de cero. Se han verificado los cálculos manuales en quince Notas de Acompañamiento adicionales del documento UFT 175 mediante álgebra computacional, como también ha sido el caso para todos los cálculos en la teoría UFT a la cual pueda aplicarse álgebra computacional. Se elaboraron tablas con valores esperados relevantes en el documento UFT 175. La interpretación de Copenhague se refuta completamente, porque en dicha interpretación no tiene sentido alguno que el valor esperado de un conmutador de operadores sea igual a cero y distinto de cero simultáneamente para el mismo par de operadores. Uno de los operadores sería absolutamente incognoscible, mientras que el otro sería cognoscible con precisión si el valor esperado fuese distinto de cero, y ambos serían cognoscibles con precisión si dicho valor fuese igual a cero. Estas dos interpretaciones se refieren, respectivamente, a valores esperados para un conmutador distinto de cero e igual a cero, y ambas interpretaciones no pueden ser correctas para el mismo par de operadores. Con anterioridad al trabajo realizado en el documento UFT 175 en 2011, se pensaba que los

conmutadores de un dado par de operadores serían iguales a cero o distintos de cero, nunca iguales a cero y distintos de cero al mismo tiempo, de manera que nunca se efectuó una clara refutación de Copenhague. En la teoría ECE, no se utiliza la jerga de Copenhague ni su estilo no científico y antibaconiano, y los valores esperados constituyen consecuencias directas de los operadores fundamentales introducidos por Schroedinger. Este último rechazó inmediatamente Copenhague, como también lo hicieron Einstein y de Broglie.

La ecuación de Schroedinger se obtiene en la teoría ECE a partir del postulado de la tétrada de la geometría de Cartan, que se reformula como la ecuación de onda de la teoría ECE:

$$(\square + R) q^a{}_\nu = 0 \quad (5.232)$$

donde:

$$R := q^{\nu}{}_a \partial^{\mu} (\omega^a{}_{\mu\nu} - \Gamma^a{}_{\mu\nu}) \quad (5.233)$$

tal como se discutió previamente en este capítulo. La ecuación del fermión, en su forma de onda, constituye el límite:

$$R \rightarrow \left(\frac{mc}{\hbar} \right)^2 \quad (5.234)$$

y para la partícula libre se reduce a:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi = (E - mc^2) \psi. \quad (5.235)$$

Esta ecuación se reduce a la ecuación de Schroedinger:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi = E_{NR} \psi \quad (5.236)$$

donde:

$$E_{NR} = E - mc^2 . \quad (5.237)$$

En presencia de energía potencial, la ecuación de Schroedinger deviene:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi = (E_{NR} + V) \psi. \quad (5.238)$$

en esta deducción, el axioma fundamental de la mecánica cuántica se obtiene a partir de la ecuación de onda (5.232) y de la necesidad de que el equivalente clásico del operador H sea el hamiltoniano en la dinámica clásica, o sea la suma de las energías cinética y potencial:

$$H = E_{NR} + V. \quad (5.239)$$

De manera que en la física ECE, la mecánica cuántica puede deducirse a partir de la relatividad general de una manera directa, la cual puede evaluarse contra datos experimentales en cada etapa. Por ejemplo, previamente en este capítulo el método resultó en muchas formas novedosas de espectroscopías de órbita de espín.

Las dos ecuaciones cuánticas de Hamilton se deducen respectivamente utilizando las conocidas representaciones de posición y momento de la mecánica cuántica. En la representación de posición, el axioma de Schroedinger es:

$$\hat{p}\psi = -i\hbar \frac{\partial\psi}{\partial x}, \quad (\hat{p}\psi)^* = i\hbar \frac{\partial\psi}{\partial x}, \quad (5.240)$$

a partir de lo cual resulta que:

$$[\hat{x}, \hat{p}] \psi = i\hbar \psi. \quad (5.241)$$

De manera que el valor esperado del conmutador es:

$$\langle [\hat{x}, \hat{p}] \rangle = i\hbar. \quad (5.242)$$

en la representación de posición, el valor esperado, $\langle x \rangle$, de x es x . Se deduce entonces que:

$$\frac{d}{dx} \langle \hat{x} \rangle = -\frac{i}{\hbar} \langle [\hat{x}, \hat{p}] \rangle = 1. \quad (5.243)$$

Nótese que esta tautología puede deducirse como sigue a partir de la ecuación:

$$\frac{d}{dx} \langle \hat{x} \rangle = \frac{d}{dx} \int \psi^* \hat{x} \psi d\tau \quad (5.244)$$

la cual puede demostrarse como sigue. En primer lugar, se utiliza el Teorema de Leibnitz para encontrar que:

$$\frac{d}{dx} \int \psi^* \hat{x} \psi d\tau = \int \frac{\partial \psi^*}{\partial x} \hat{x} \psi d\tau + \int \psi^* \hat{x} d\tau. \quad (5.245)$$

En la mecánica cuántica, los operadores son hermitianos, definidos como sigue:

$$\int \psi_m^* \hat{A} \psi_n d\tau = \left(\int \psi_n^* \hat{A} \psi_m d\tau \right)^* = \int \hat{A}^* \psi_m^* \psi_n d\tau. \quad (5.246)$$

Por lo tanto, se deduce que la Ec. (5.245) es:

$$\frac{d}{dx} \langle \hat{x} \rangle = -\frac{i}{\hbar} \int \psi^* (\hat{p} \hat{x} - \hat{x} \hat{p}) \psi d\tau \quad (5.247)$$

que es la Ec. (5.243), Q. E. D.

La primera ecuación cuántica de Hamilton se obtiene generalizando x para todo operador hermitiano A de la mecánica cuántica:

$$\hat{x} \rightarrow \hat{A} \quad (5.248)$$

de manera que un formato para la primera ecuación cuántica de Hamilton es:

$$\frac{d}{dx} \langle \hat{A} \rangle = -\frac{i}{\hbar} \langle [\hat{p}, \hat{A}] \rangle. \quad (5.249)$$

En el caso especial:

$$\hat{A} = \hat{H} \quad (5.250)$$

entonces:

$$\frac{d}{dx} \langle \hat{H} \rangle = -\frac{i}{\hbar} \langle [\hat{p}, \hat{H}] \rangle . \quad (5.251)$$

Sin embargo, se sabe que:

$$\frac{d}{dt} \langle \hat{p} \rangle = -\frac{i}{\hbar} \langle [\hat{H}, \hat{p}] \rangle . \quad (5.252)$$

De manera que, a partir de las Ecs. (5.251) y (5.252), la ecuación cuántica de Hamilton es:

$$\frac{d}{dx} \langle \hat{H} \rangle = -\frac{d}{dt} \langle \hat{p} \rangle . \quad (5.253)$$

Los valores esperados en esta ecuación son:

$$H = \langle \hat{H} \rangle \quad , \quad p = \langle \hat{p} \rangle \quad (5.254)$$

de manera que resulta la primera ecuación del movimiento de Hamilton de 1833, Q. E. D.:

$$\frac{dH}{dx} = -\frac{dp}{dt} . \quad (5.255)$$

La segunda ecuación cuántica de Hamilton se obtiene a partir de la representación del momento:

$$\hat{x}\psi = -\frac{\hbar}{i} \frac{\partial \psi}{\partial p} \quad , \quad \hat{p}\psi = p\psi \quad (5.256)$$

a partir de lo cual se obtiene la siguiente tautología:

$$\frac{d}{dp} \langle \hat{p} \rangle = -\frac{\hbar}{i} \langle [\hat{x}, \hat{p}] \rangle . = 1. \quad (5.257)$$

Esta tautología puede obtenerse a partir de la ecuación:

$$\frac{d}{dp} \langle \hat{p} \rangle = \frac{d}{dp} \int \psi^* \hat{p} \psi d\tau. \quad (5.258)$$

Ahora generalizamos p para cualquier operador A :

$$\hat{p} \rightarrow \hat{A} \quad (5.259)$$

y la segunda ecuación cuántica de Hamilton en un formato es:

$$\frac{d}{dp} \langle \hat{A} \rangle = -\frac{i}{\hbar} \langle [\hat{x}, \hat{A}] \rangle. \quad (5.260)$$

En el caso especial:

$$\hat{A} = \hat{H} \quad (5.261)$$

la segunda ecuación cuántica de Hamilton es:

$$\frac{d}{dp} \langle \hat{H} \rangle = -\frac{i}{\hbar} \langle [\hat{x}, \hat{H}] \rangle. \quad (5.262)$$

Sin embargo, se sabe que:

$$\langle [\hat{x}, \hat{H}] \rangle = -\frac{\hbar}{i} \frac{d\langle \hat{x} \rangle}{dt} \quad (5.263)$$

de manera que la segunda ecuación cuántica de Hamilton es:

$$\frac{d}{dp} \langle \hat{H} \rangle = \frac{d}{dt} \langle \hat{x} \rangle \quad (5.264)$$

la cual se reduce a su contraparte clásica, la segunda ecuación cuántica de Hamilton de la dinámica clásica, Q. E. D.:

$$\frac{dH}{dp} = \frac{dx}{dt} . \quad (5.265)$$

nótese cuidadosamente que ambas ecuaciones cuánticas de Hamilton se obtienen directamente a partir del conocido conmutador (5.242) de la mecánica cuántica. Inversamente, las ecuaciones de Hamilton de 1833 implican al conmutador (5.242) sólo a partir del postulado de Schroedinger, en representación de posición y momento respectivamente. En las ecuaciones de Hamilton de la dinámica clásica, x y p son observables simultáneamente, de manera que también son observables simultáneamente en las ecuaciones cuantizadas de movimiento de Hamilton y en la mecánica cuántica en general. Este argumento refuta directamente Copenhague, y la afirmación arbitraria de que x y p no son observables simultáneamente.

El método del anti-conmutador para refutar Copenhague se desarrolló también en el documento UFT 175, publicado en el portal www.aias.us , y se basa en la definición del anti-conmutador:

$$\{\hat{x}, \hat{p}\} \psi = (\hat{x} \hat{p} + \hat{p} \hat{x}) \psi. \quad (5.266)$$

En la representación de posición, el anti-conmutador es:

$$\{\hat{x}, \hat{p}\} \psi = -i\hbar \left(x \frac{\partial \psi}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial p}(x\psi) \right) = -i\hbar \left(\psi + 2x \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) . \quad (5.267)$$

Análogamente, el conmutador de \hat{p}^2 y \hat{x}^2 se define como:

$$[\hat{x}^2, \hat{p}^2] \psi = ([\hat{x}^2, \hat{p}] \hat{p} + \hat{p} ([\hat{x}^2, \hat{p}])) \psi. \quad (5.268)$$

Utilizamos ahora las ecuaciones cuánticas de Hamilton para encontrar que:

$$[\hat{p}, \hat{x}^2] \psi = -2i\hbar x \psi, \quad (5.269)$$

$$[\hat{x}^2, \hat{p}] \psi = 2i\hbar x \psi. \quad (5.270)$$

Se deduce entonces que:

$$[\hat{x}^2, \hat{p}^2] \psi = 2i\hbar(\hat{p}\hat{x} + \hat{x}\hat{p})\psi. \quad (5.271)$$

de manera que la siguiente ecuación de gran utilidad se ha demostrado en una dimensión:

$$[\hat{x}^2, \hat{p}^2] \psi = 2i\hbar \{\hat{x}, \hat{p}\} \psi. \quad (5.272)$$

En tres dimensiones, el axioma de Schroedinger en representación de posición es:

$$\hat{p}\psi = -i\hbar\nabla\psi \quad (5.273)$$

y en tres dimensiones el conmutador relevante es:

$$[\mathbf{r}, \mathbf{p}] \psi = -i\hbar (\mathbf{r} \cdot \nabla\psi - \nabla \cdot (\mathbf{r}\psi)) \quad (5.274)$$

donde, en coordenadas cartesianas:

$$r^2 = X^2 + Y^2 + Z^2. \quad (5.275)$$

Por lo tanto:

$$[\mathbf{r}, \mathbf{p}] \psi = -i\hbar (\mathbf{r} \cdot \nabla\psi - \psi \nabla \cdot \mathbf{r} - \mathbf{r} \cdot \nabla\psi) \quad (5.276)$$

donde:

$$\nabla \cdot (\mathbf{r}\psi) = \psi \nabla \cdot \mathbf{r} + \mathbf{r} \cdot \nabla\psi \quad (5.277)$$

en donde:

$$\nabla \cdot \mathbf{r} = 3. \quad (5.278)$$

De manera que:

$$[\hat{\mathbf{r}}, \hat{\mathbf{p}}] \psi = 3i\hbar\psi. \quad (5.279)$$

En tres dimensiones:

$$[\hat{r}^2, \hat{p}^2] \psi = [\hat{r}^2, \hat{\mathbf{p}}] \cdot \hat{\mathbf{p}} + \hat{\mathbf{p}} \cdot ([\hat{r}^2, \hat{\mathbf{p}}]) \psi \quad (5.280)$$

donde:

$$[\hat{r}^2, \hat{p}^2] \psi = r^2 \hat{\mathbf{p}} \psi - \hat{\mathbf{p}} (r^2 \psi) = i \hbar \nabla r^2 \psi \quad (5.281)$$

y donde:

$$\nabla r^2 = \frac{\partial r^2}{\partial X} \mathbf{i} + \frac{\partial r^2}{\partial Y} \mathbf{j} + \frac{\partial r^2}{\partial Z} \mathbf{k} \quad (5.282)$$

con:

$$r^2 = X^2 + Y^2 + Z^2. \quad (5.283)$$

De manera que:

$$\nabla r^2 = 2\mathbf{r} \quad (5.284)$$

y el equivalente tridimensional de la Ec. (5.272) es:

$$[\hat{r}^2, \hat{p}^2] \psi = 2i\hbar \{\hat{\mathbf{r}}, \hat{\mathbf{p}}\} \psi. \quad (5.285)$$

El anti-conmutador en esta ecuación es:

$$(\hat{\mathbf{r}} \cdot \hat{\mathbf{p}} + \hat{\mathbf{p}} \cdot \hat{\mathbf{r}}) \psi = \hat{\mathbf{r}} \cdot \hat{\mathbf{p}} \psi + \hat{\mathbf{p}} \cdot (\hat{\mathbf{r}} \psi) = -i\hbar (2\mathbf{r} \cdot \nabla \psi + 3\psi) \quad (5.286)$$

donde:

$$\mathbf{r} \cdot \nabla \psi = X \frac{\partial \psi}{\partial X} + Y \frac{\partial \psi}{\partial Y} + Z \frac{\partial \psi}{\partial Z} \quad (5.287)$$

de manera que, en coordenadas cartesianas:

$$\{\hat{\mathbf{r}}, \hat{\mathbf{p}}\} \psi = -i\hbar \left(2 \left(X \frac{\partial \psi}{\partial X} + Y \frac{\partial \psi}{\partial Y} + Z \frac{\partial \psi}{\partial Z} \right) + 3\psi \right). \quad (5.288)$$

Cuando se considera el átomo de hidrógeno, el anti-conmutador relevante es:

$$\{\hat{r}, \hat{p}_r\} \psi = -i\hbar \left\{ r, \frac{\partial}{\partial r} \right\} \psi. \quad (5.289)$$

Con estas definiciones, algunos valores esperados:

$$\langle [\hat{r}^2, \hat{p}^2] \rangle = 2i\hbar \langle \{\hat{\mathbf{r}}, \hat{\mathbf{p}}\} \rangle \quad (5.290)$$

se calculan para soluciones exactas de la ecuación de Schroedinger en las 15 notas de cálculo que acompañan el documento UFT 175 en el portal www.aias.us. Todos los valores esperados se verificaron por álgebra computacional y se tabularon. El resultado constituye una refutación definitiva de Copenhague porque los valores esperados pueden ser iguales a cero o distintos de cero, dependiendo de qué solución de la ecuación de Schroedinger se utiliza, como ya se ha mencionado. De manera que este método reduce Copenhague a un absurdo, Q. E. D., una refutación por *reductio ad absurdum* de la interpretación de Copenhague de la mecánica cuántica.

Como ejemplo, mostramos varios conmutadores y anti-conmutadores para las funciones de onda del hidrógeno atómico en la Tabla 5.2. Por ejemplo, r^2 conmuta con p_r^2 pero r no conmuta con p . Esto significa, según la interpretación de Copenhague, que r^2 y p_r^2 se conocen al mismo tiempo, pero no así r y p_r , un *reductio ad absurdum*.

La ecuación de fuerza de la mecánica cuántica fue inferida por primera ocasión en el año 2011, en los documentos UFT 176 y UFT 177, publicados en el portal www.aias.us, y ha sido muy influyente. Se redujo a partir de dos ecuaciones cuánticas de Hamilton:

$$i\hbar \frac{d}{dq} \langle \hat{H} \rangle = \langle [\hat{H}, \hat{p}] \rangle \quad (5.291)$$

$$H = \frac{p^2}{2m} + V(x) \quad (5.296)$$

entonces

$$\frac{dH}{dx} = \frac{dV}{dx} \quad (5.297)$$

porque en la dinámica de Hamilton x y p son variables canónicas independientes. Por lo tanto, la Ec. (5.293) se satisface automáticamente. Utilizando el resultado:

$$[\hat{H}, \hat{p}]\psi = i\hbar \frac{dV}{dx} \psi = -i\hbar F \psi \quad (5.298)$$

donde F es fuerza, la Ec. (5.291) da la ecuación de fuerza de la mecánica cuántica:

$$-\frac{d\hat{H}}{dx} \psi = F \psi \quad (5.299)$$

donde el *eigen* operador se define como:

$$\frac{d\hat{H}}{dx} := -\hbar^2 \frac{\partial^3}{\partial x^3} + \frac{dV(x)}{dx}. \quad (5.300)$$

En el límite clásico, el principio correspondiente de mecánica cuántica significa que la Ec. (5.299) deviene una de las ecuaciones de Hamilton:

$$F = \frac{dp}{dt} = -\frac{dH}{dx}. \quad (5.301)$$

En la representación del momento, la Ec. (5.295) da una segunda ecuación fundamental de la mecánica cuántica:

$$\frac{d\hat{H}}{dp} \psi = v \psi \quad (5.302)$$

donde los *eigen* valores son aquellos de la velocidad cuantizada. Aquí:

$$\frac{dH}{dp} = pm \quad (5.303)$$

y:

$$\frac{d\hat{H}}{dp} \psi = v\psi \quad (5.304)$$

la Ec. (5.302) corresponde en el límite clásico a la segunda ecuación de Hamilton:

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{dH}{dp} \quad (5.305)$$

la formulación general, o canónica, de las Ecs. (5.299) y (5.302) es como sigue:

$$-\frac{d\hat{H}}{dp} \psi = F \psi \quad (5.306)$$

y

$$\frac{d\hat{H}}{dp} \psi = v\psi \quad (5.307)$$

que se reducen a las ecuaciones canónicas de Hamilton:

$$-\frac{dH}{dq} = \frac{dp}{dt} \quad (5.308)$$

y

$$\frac{dH}{dp} = \frac{dq}{dt} \quad (5.309)$$

El equivalente rotacional de la Ec. (5.310) es:

$$i\hbar \frac{d\hat{H}}{d\varphi} \psi = [\hat{H}, \hat{J}_Z] \psi \quad (5.310)$$

en donde las variables canónicas son:

$$q = \varphi, \quad p = \hat{J}_Z. \quad (5.311)$$

para problemas rotacionales en la mecánica cuántica de átomos y moléculas, H conmuta con \hat{J}_Z de manera que

$$[\hat{H}, \hat{J}_Z] = 0 \quad (5.312)$$

en cuyo caso:

$$\frac{d\hat{H}}{d\varphi} \psi = 0. \quad (5.313)$$

Para que $d\hat{H}/d\varphi$ sea distinto de cero debe existir una energía potencial dependiente de φ en el hamiltoniano:

$$H = \frac{J^2}{2I} + V(\varphi) \quad (5.314)$$

de manera que el operador hamiltoniano debe ser

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2I} \hat{\Lambda}^2 + V(\varphi) \quad (5.315)$$

donde $\hat{\Lambda}$ es el operador lagrangiano. En este caso:

$$\frac{d\hat{H}}{d\varphi} = -\frac{\hbar^2}{2I} \hat{\Lambda}^2 + \frac{dV}{d\varphi} \quad (5.316)$$

y la Ec. (5.310) da la ecuación del torque de la mecánica cuántica:

$$-\frac{d\hat{H}}{d\varphi} \psi = T_q \psi = -\frac{dV}{d\varphi} \psi \quad (5.317)$$

donde T_q son *eigen* valores de torque.

También existen ecuaciones cuánticas de Hamilton de orden mayor, tal como se comenta en el documento UFT 176, así como ecuaciones cuánticas de Hamilton para rotación en un plano.

Finalmente, tal como se mostró en detalle en el influyente documento UFT 177, publicado en el portal www.aias.us, la ecuación de fuerza de la mecánica cuántica puede reducirse a partir de las ecuaciones cuánticas de Hamilton, y es:

$$(\hat{H} - E) \frac{d\psi}{dx} = F \psi \quad (5.318)$$

donde la fuerza se define como:

$$\frac{d}{dx} \langle \hat{H} \rangle = \frac{dH}{dx} = \frac{dV}{dx} = -F = -\frac{dp}{dt} . \quad (5.319)$$

En la ecuación de fuerza, el operador hamiltoniano actúa sobre la derivada de la función de onda de Schroedinger, o en general sobre la derivada de una función de onda de la mecánica cuántica obtenida de cualquier manera, por ejemplo, en química cuántica computacional, y esto constituye un nuevo método de utilidad general tal como se desarrolló en el documento UFT 175.

Como ejemplos, mostramos el componente de la fuerza cuántica radial para algunos orbitales de hidrógeno (Figs. 4.1 - 4.3). Hay polos en la fuerza, pero sólo en valores radiales donde las funciones de onda son iguales a cero. Esto inhibe la divergencia para los valores esperados de fuerza. En algunos casos, la fuerza cruza el valor cero donde la función de onda posee un

máximo o un mínimo. Esto podría significar que la carga se desplaza a lugares con alta densidad de probabilidad. Para moléculas, esto podría tener que ver con el hecho que el mismo tipo de orbitales pueden ser de unión o anti-unión, dependiendo de la simetría. Los eigen valores de la fuerza tienen el potencial para dar nuevos detalles en los mecanismos de unión química y de estabilidad. Hay más ejemplos en los documentos UFT 177 y UFT 178.

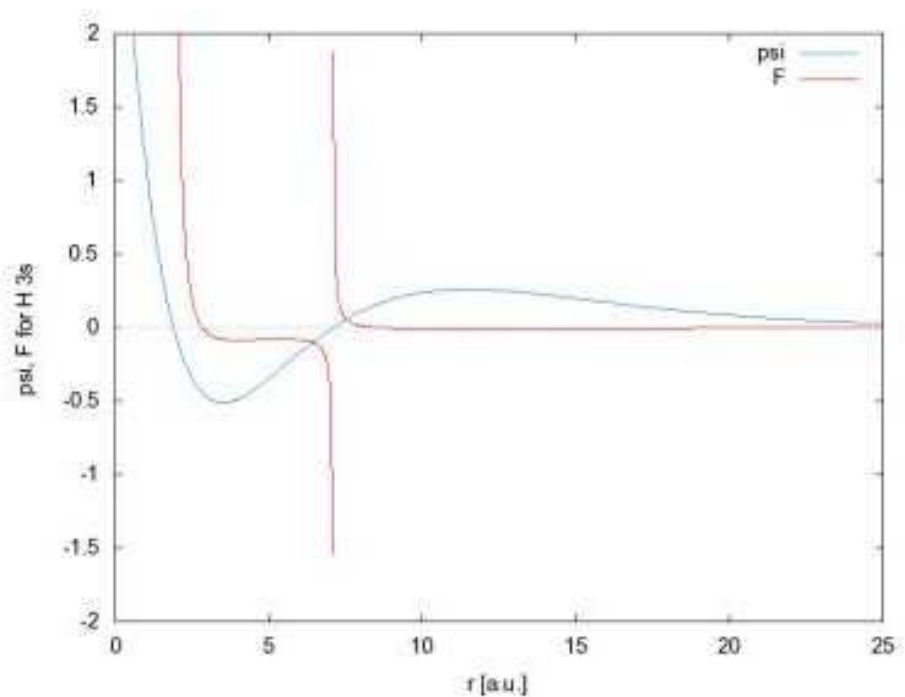


Figura 5.1: Función de onda radial y fuerza cuántica para el orbital 3s del átomo de hidrógeno.

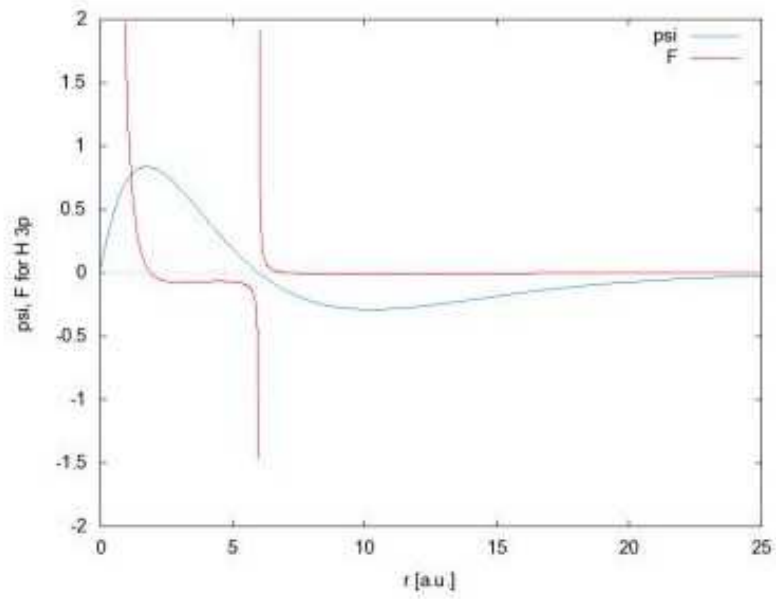


Figura 5.2: Función de onda radial y fuerza cuántica para el orbital 3p del átomo de hidrógeno.

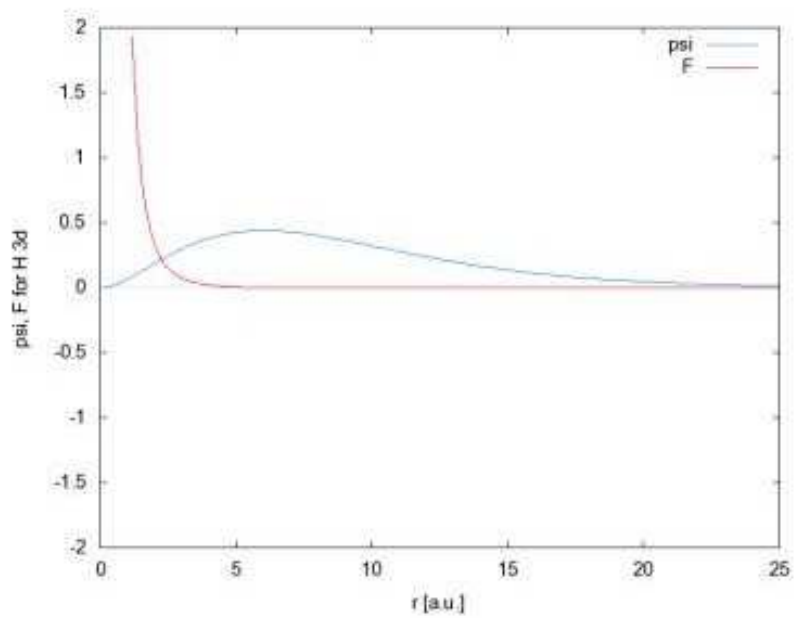


Figura 5.3: Función de onda radial y fuerza cuántica para el orbital 3d del átomo de hidrógeno.

Capítulo 6

Antisimetría.

6.1 Introducción.

El concepto de antisimetría permea toda la teoría ECE, y se manifiesta en varias formas importantes. La teoría se basa en formas diferenciales que son antisimétricas [1]- [10] por definición, en especial la forma de torsión. Ésta consiste en una 2-forma con valor vectorial de la geometría diferencial, que en otro lenguaje es un tensor antisimétrico con un índice superior a , que indica el hecho de que el electromagnetismo en la teoría ECE posee una geometría fundamentalmente diferente, la cual es más compleja que aquella utilizada en la teoría de Maxwell Heaviside. Tal como se explica en el Capítulo 1 de este libro, la primera y segunda ecuaciones estructurales de Cartan Maurer definen la forma de torsión antisimétrica y la forma de curvatura antisimétrica, una 2-forma con valor tensorial de la geometría diferencial. En cierta forma, toda la teoría ECE es antisimetría, a partir de las bases de la geometría.

El logro de fundamental importancia de la geometría de Cartan es su capacidad de reducir todo a dos objetos fundamentales, la torsión y la curvatura, las cuales se definen en términos de la tétrada y de la conexión de espín de una manera muy sencilla. La gran elegancia de la geometría de Cartan es que es capaz de reducir complicadas ecuaciones vectoriales y tensoriales a sencillas ecuaciones de formas. Sin embargo, esta elegancia matemática sólo puede lograrse a costa de una mayor abstracción, como suele ser el caso en las matemáticas. Sea cual fuere el grado de abstracción de una teoría matemática, siempre deberá poder reducirse a matemáticas conocidas, aunque menos elegantes. Si no lo hace, o si no resulta general, es porque ya sea que posee inconsistencias o resulta efectivamente inútil en la filosofía natural. El formato vectorial, menos elegante, de las ecuaciones estructurales de Cartan, ha demostrado en la práctica ser de gran utilidad en los capítulos anteriores, pero las ecuaciones estructurales muestran que todo es antisimétrico.

La razón de esto es que las ecuaciones estructurales, cuando se traducen a un lenguaje tensorial, se definen a través del conmutador de derivadas covariantes. Es importante notar que las ecuaciones estructurales son precisamente las mismas definiciones fundamentales de la geometría en todas las notaciones: forma diferencial, tensorial y vectorial. Como ya se ha explicado en este libro, el conmutador es antisimetría por definición. Se describe superficialmente como un viaje redondo en un espacio matemático de cualquier número de dimensiones. Este viaje redondo, o viaje de regreso, define las dos ecuaciones estructurales de Cartan y Maurer de una manera elegante, y muestra que las dos ecuaciones estructurales no son independientes, sino que están siempre ligadas a través del conmutador. Esta propiedad fundamental de las matemáticas puede considerarse, a través de una escritura sencilla, como una razón para la existencia de la identidad de Cartan y la identidad de Evans de la geometría diferencial. De manera que el conmutador constituye el objeto más fundamental en la geometría. Era desconocido para los pioneros como Riemann, Christoffel, Ricci, Levi-Civita y Bianchi, ya que de lo contrario ellos hubieran inferido la existencia de la torsión, (lo cual, obviamente, no hicieron), y se hubiesen dado cuenta que la conexión de Christoffel es antisimétrica, a partir de los razonamientos matemáticos más fundamentales. Este descubrimiento constituye la clave para las leyes de antisimetría de la teoría ECE desarrolladas en este capítulo. Ellas son leyes poderosas que refutan inmediatamente la teoría de Maxwell Heaviside (MH), al demostrar que la teoría MH carece de información, es insuficiente e inconsistente. Esto constituye un avance fundamental en el electromagnetismo, el cual se llevó a cabo en el documento UFT 130, publicado en el portal www.aias.us. No resulta claro si Cartan y Maurer infirieron la existencia del conmutador. Puede que esté presente en su trabajo, pero no resulta claro. El conmutador está presente, sin embargo, en el álgebra de Lie, y aquí constituye un concepto fundamental. Para los químicos, su manifestación más conocida es el conmutador de las matrices de Pauli, el cual da origen a otra matriz de Pauli, definiendo así la base $SU(2)$ utilizada por Dirac.

El célebre papel de Albert Einstein en todo esto fue su propuesta respecto de la necesidad

de contar con una geometría no euclidiana para la teoría de la gravitación. En un documento publicado a fines de 1915, finalmente decidió utilizar la segunda identidad de Bianchi, que él ya conocía. Naturalmente, ésta era la segunda identidad de Bianchi sin torsión, ya que la torsión era desconocida en 1915. El documento UFT 88, publicado hace aproximadamente seis o siete años, ha sido una gran influencia en la demostración de que la segunda identidad de Bianchi, tal como la utilizó Einstein, es incorrecta, de manera que la era einsteiniana ha llegado a su fin y actualmente estamos entrando en la era post einsteiniana de pensamiento. Uno no puede cometer un error mayúsculo en matemáticas, no importa cuán bien intencionado sea, y esperar salirse con la suya durante un siglo a menos que, por supuesto, uno sea Einstein, que no podía estar equivocado. Esto constituye una conducta muy típica y conocida de la naturaleza humana, tan diferente de la naturaleza, y la naturaleza humana casi siempre está equivocada. De manera que la gente sigue ocupada en demostrar la precisión de la teoría de Einstein, aún sabiendo que la misma se derrumbó por completo hace casi 60 años, cuando se descubrió experimentalmente la curva de velocidad de una galaxia en espiral. Son dogmáticos porque ignoran a la naturaleza, no son científicos baconianos.

Según los hechos históricos, que siempre suelen ser ignorados por los dogmáticos, Einstein de hecho no se salió con la suya, pues fue severamente criticado por Schwarzschild en diciembre de 1915, en una carta que hoy día puede buscarse y consultarse a través del buscador de Google, y publicada allí por A. A. Vankov, como ya se ha mencionado en este libro. Vankov también ha señalado varios otros errores en el documento de Einstein de 1915, pero el documento UFT 88 destruyó dicha teoría por completo y la sustituyó con la versión correcta de la segunda identidad de Bianchi. El documento UFT88 ha sido estudiado varios miles de veces, durante los últimos seis años, sin que se presenten objeciones serias. De manera que uno ya no desearía ser un dogmático. Si Bianchi hubiese tenido a su disposición el concepto del conmutador, hubiera sin duda inferido la existencia de la torsión, ya que se trataba de un matemático con una mente muy clara. Todos los detalles de este cálculo se incluyen en el documento UFT 99, nuevamente un documento muy estudiado, y nuevamente sin objeciones mayores. Luego de la desafortunada muerte de Schwarzschild en 1916, se decretó barra libre, pues el principal crítico había desaparecido. Sin embargo, Bauer y Schroedinger notaron, en forma independiente, en 1918, que había algo drásticamente equivocado en la ecuación de campo de Einstein. Fueron barridos a un lado por la naturaleza humana, y se dijo al mundo que Eddington había demostrado la relatividad general. El mundo no sabía acerca de la torsión, de hecho no sabía nada acerca de la relatividad general. Eddington no poseía, ni por asomo, la precisión instrumental necesaria para demostrar cualquier cosa. Casi un siglo después, hay gente aún tratando de demostrar que la desviación de la luz es igual al doble del valor newtoniano, y sus experimentos siguen siendo criticados. Los críticos siguen siendo barridos a un lado. Este cántico referido al doble del valor newtoniano es reminiscente del libro de Golding "*Lord of the Flies*" (El Señor de las Moscas). Es un ritual como cualquier otro. Los datos pueden o no ser precisos, pero no demuestran la corrección de un error matemático fundamental. Sin embargo, pueden investigarse a través de la teoría ECE post einsteiniana, y así buscarles algún sentido. Esto es ciencia baconiana.

Cartan infirió su elegante geometría a principios de la década de 1920, en medio de la era dorada de la física, durante la cual los descubrimientos más profundos se habían vuelto cotidianos. Lo único que se sabía acerca de la geometría en esa época, cuando Einstein alcanzó de pronto el pináculo de la fama, era que la curvatura es antisimétrica en sus dos últimos índices. Para el público en general, esto no significaba absolutamente nada, pero el mismo público en general consideraba a Einstein como el Ídolo de la Caverna. Esto último constituye una metáfora, sin desmedro para Einstein, quien debería haberse sentido intensamente irritado por su brusca ascensión a la fama, especialmente mientras se veía asediado por una abeja, Elie Cartan, quien era la más irritante de todas las moscas. Cartan había escrito a Einstein, bajo los términos más respetuosos, señalando que la geometría de Einstein era en realidad sólo la mitad de la misma. Contenía a la curvatura pero no a la torsión, dos ruedas del mismo carro, el cual comenzaba a mostrar signos de hundimiento. Esto provocó un profuso intercambio de correspondencia, conocido sólo por un pequeño grupo de académicos. Siempre mostró gran cortesía, y que volvió a Einstein completamente consciente de la existencia de la torsión pero sin que la misma estuviese incorporada en la teoría de la relatividad general.

No tiene mucho propósito profundizar en los detalles incluidos en esta correspondencia, porque se llevó a cabo en una época en la que la acción del conmutador sobre un vector no resultaba completamente claro. La ecuación contemporánea relevante se incluyó en el Capítulo 1 y se menciona aquí nuevamente por facilidad de referencia:

$$[D_\mu, D_\nu] V^\rho = R^\rho_{\mu\nu\sigma} V^\sigma - T^\lambda_{\mu\nu} D_\lambda V^\rho \quad (6.1)$$

Aquí, $T^\lambda_{\mu\nu}$ es la torsión en formato tensorial [1]- [10] y $R^\rho_{\mu\nu\sigma}$ es la curvatura en formato tensorial. Esta ecuación constituye la esencia de la antisimetría en la teoría ECE. El conmutador actúa sobre un vector V^ρ de cualquier dimensión y en cualquier espacio matemático. Está formado de las derivadas covariantes definidas por Christoffel en la década de 1860:

$$D_\mu V^\nu = \partial_\mu V^\nu + \Gamma^\nu_{\mu\lambda} V^\lambda \quad (6.2)$$

utilizando la conexión de Christoffel, $\Gamma^\nu_{\mu\lambda}$. Es una conexión geométrica que vuelve al espacio diferente de aquel de Euclides, de hace más de 2000 años. El formalismo del conmutador es válido en n dimensiones, mientras que Euclides pensaba en tres dimensiones, sin una conexión geométrica.

Lo primero a notar es que el conmutador siempre produce la torsión y la curvatura al mismo tiempo. No tiene sentido el descartar la torsión. Este procedimiento arbitrario es equivalente a echar por la ventana una de las ecuaciones estructurales de Cartan. Ningún

experto en geometría diferencial haría tal cosa, sólo los físicos dogmáticos. Desafortunadamente, la curvatura se conocía antes de que se conociera la Ec. (6.1). Los primeros pioneros de la geometría habían formulado una suposición y se habían equivocado; habían supuesto que la geometría podía describirse mediante la curvatura y nada más. La suposición es completamente comprensible, pues es la forma en que progresa el conocimiento, pero se vuelve completamente inexcusable seguir ignorando la torsión una vez que la misma se vuelve conocida. Esto es exactamente lo que sucedió en la relatividad del siglo XX. Esta última se fue de bruces cuando se descubrió la curva de velocidad de una galaxia en espiral, alrededor del año 1958.

Lo segundo a notar es que cuando se hace la conexión igual a cero, o se elimina, el conmutador de derivadas ordinarias se vuelve igual a cero:

$$[\partial_\mu, \partial_\nu] V^p = 0 \quad (6.3)$$

y esto constituye una propiedad fundamental de un espacio sin una conexión geométrica. En tres dimensiones, semejante espacio es el de Euclides. No posee torsión ni curvatura. Obsérvese que tanto la curvatura como la torsión desaparecen. No es posible que una exista sin que lo haga la otra. Se está volviendo cada vez más claro que el conmutador es un objeto intelectual elegante, pues produce geometría no euclidiana y demuestra que este tipo de geometría siempre se describe por sólo dos tipos de tensores, el de torsión y el de curvatura, y que ambos siempre coexisten. Ambos desaparecen en la geometría euclidiana, y en forma más general en un espacio con n dimensiones sin una conexión.

El detalle más importante a observar es que un conmutador de cualquier clase siempre es antisimétrico. En el caso de derivadas covariantes, se define a partir de los principios geométricos más fundamentales como:

$$[D_\mu, D_\nu] V^\rho = D_\mu (D_\nu V^\rho) - D_\nu (D_\mu V^\rho) \quad (6.4)$$

de manera que el intercambio entre μ y ν produce un cambio de signo. Esto es aquello que se conoce como antisimetría. Cualquier objeto con subíndices μ y ν cambia de signo bajo la acción del conmutador. De manera que se vuelve completamente obvio y aceptado desde hace mucho tiempo que la torsión y la curvatura son antisimétricos:

$$T^{\lambda}_{\mu\nu} = -T^{\lambda}_{\nu\mu} \quad , \quad (6.5)$$

$$R^{\rho}_{\mu\nu\sigma} = -R^{\rho}_{\nu\mu\sigma}. \quad (6.6)$$

Si estos tensores no fuesen antisimétricos, el método del conmutador no podría utilizarse, y las ecuaciones estructurales de Cartan Maurer no serían válidas. En los noventa años que han transcurrido desde que fueron propuestas, nunca han sido refutadas en su lógica. El tensor de torsión ha sido definido durante noventa años a través de:

$$T^{\lambda}_{\mu\nu} = \Gamma^{\lambda}_{\mu\nu} - \Gamma^{\lambda}_{\nu\mu} \quad (6.7)$$

y constituye la diferencia entre dos conexiones de Christoffel. En la segunda conexión, los subíndices μ y ν se invierten. De manera que la acción del conmutador es:

$$[D_{\mu}, D_{\nu}] V^{\rho} = -\Gamma^{\lambda}_{\mu\nu} D_{\lambda} V^{\rho} + \dots \quad (6.8)$$

Esta ecuación se ha expresado de tal manera en que se demuestre que existe una correspondencia uno a uno entre los índices del conmutador, μ y ν , y los índices μ y ν de la conexión. El conmutador es antisimétrico por definición, de manera que la conexión es antisimétrica a partir de los principios más fundamentales de la geometría no euclidiana:

$$\Gamma^{\lambda}_{\mu\nu} = -\Gamma^{\lambda}_{\nu\mu} \quad (6.9)$$

Este resultado, totalmente obvio, refuta de inmediato la relatividad general einsteiniana, de manera que aunque resulta lógico para la geometría, resulta de peligro terminal para el dogma brumoso, o *brogma*. La verdad siempre es peligrosa y excitante. La argumentación es vulgar y a menudo convincente. En el desarrollo incipiente de la geometría no euclidiana fue Riemann el primero en definir la métrica, luego vino la conexión por parte de Christoffel, posteriormente la curvatura por Ricci y Levi Civita, y finalmente las identidades a través de Bianchi. Este proceso requirió de unos 40 años, desde la década de 1860 hasta alrededor de 1902. Estos desarrollos no utilizaron el conmutador, de manera que no había forma de conocer la asimetría de los dos índices inferiores de la conexión. Sólo se podía inferir que la conexión era una matriz para cada índice superior λ . Claramente, este desarrollo puramente matemático nunca consideró a la física, de manera que nunca se utilizó hecho alguno de la naturaleza para tratar de determinar la asimetría de la conexión. Para cada λ , la conexión es una matriz en μ y ν . Una matriz en general no posee simetría, y por lo tanto se describe como asimétrica. Lo único que puede inferirse lógicamente es que la conexión de Christoffel es asimétrica. Es la suma de los componentes simétricos y antisimétricos, como sucede para toda matriz. Sin embargo, el conmutador siempre produce la parte antisimétrica de la conexión, y al mismo tiempo produce la torsión antisimétrica y la curvatura antisimétrica, simultáneamente con la producción de la primera y segunda ecuaciones estructurales de Cartan Maurer. De manera que toda la geometría de Cartan utiliza una conexión

antisimétrica, y toda la geometría de Cartan se produce a través del conmutador. Esto constituye la esencia de este capítulo.

El *brogma* del siglo XX ignoró el conmutador y afirmó que Christoffel había logrado, de alguna manera, demostrar que la conexión es simétrica. Si la conexión es simétrica, el conmutador es simétrico y desaparece. La torsión y la curvatura desaparecen, y con ellos las ecuaciones estructurales de Cartan y Maurer. De manera que el *brogma* condujo a los rincones más oscuros de la Caverna de Platón, y estamos ahora emergiendo a la luz a través de la teoría ECE.

6.2 Aplicación de Antisimetría a la Electrodinámica.

En el nivel $U^{(1)}$ utilizado en el modelo establecido, el conmutador de derivadas covariantes actúa sobre el campo gauge [1]- [10], [24] ψ como sigue:

$$[D_\mu, D_\nu] \psi = -ig [\partial_\mu, A_\nu] \psi \quad (6.10)$$

donde g es una constante y donde A_ν es el cuatro-potencial en el nivel $U^{(1)}$.

Permitamos ahora que:

$$\mu \rightarrow \nu \quad , \quad \nu \rightarrow \mu \quad (6.11)$$

entonces, por definición:

$$[D_\mu, D_\nu] \psi = - [D_\nu, D_\mu] \psi. \quad (6.12)$$

El conmutador se expande a través del Teorema de Leibnitz como sigue:

$$\begin{aligned} [\partial_\mu, A_\nu] \psi &= \partial_\mu (A_\nu \psi) - A_\nu (\partial_\mu \psi) \\ &= (\partial_\mu A_\nu) \psi + A_\nu (\partial_\mu \psi) - A_\nu (\partial_\mu \psi) \\ &= (\partial_\mu A_\nu) \psi. \end{aligned} \quad (6.13)$$

Por lo tanto:

$$[\partial_\mu, A_\nu] \psi = (\partial_\mu A_\nu) \psi \quad (6.14)$$

$$[\partial_\nu, A_\mu] \psi = (\partial_\nu A_\mu) \psi \quad (6.15)$$

y la Ec. (6.12) es:

$$(\partial_\mu A_\nu) \psi = - (\partial_\nu A_\mu) \psi \quad (6.16)$$

dando origen a la ley de antisimetría de la teoría ECE en el nivel $U^{(1)}$ en electrodinámica. Se descubrió, en el documento UFT 130, el cual ha sido muy estudiado, que la Ec. (6.16) cambia profundamente la naturaleza de la ingeniería eléctrica y electrónica en todos sus aspectos. Éstos han sido omitidos inexplicablemente desde la época de Heaviside, a fines del siglo XIX, pero son fácilmente deducibles. La Ec. (6.16) demuestra inmediatamente que la asimetría gauge $U^{(1)}$ es incorrecta e inconsistente. La afirmación básica de que $U^{(1)} = O^{(2)}$ electromagnetismo gauge (electromagnetismo plano) es que existen sólo estados de radiación transversal en el vacío. Esta afirmación, evidentemente absurda, se requiere por la temprana suposición de Einstein en cuanto a que una partícula que se mueve a una velocidad c debe poseer una masa idénticamente igual a cero. Como hemos visto, la interpretación correcta fue dada en julio de 1905 por Poincaré, en cuanto a que c no es la velocidad de la luz en el vacío sino la constante en la transformación de Lorentz.

De manera que en el electromagnetismo plano el potencial vectorial transversal es:

$$\mathbf{A} = \frac{A^{(0)}}{\sqrt{2}}(\mathbf{i}\mathbf{i} + \mathbf{j}) e^{i\varphi} \quad (6.17)$$

donde la fase electromagnética es:

$$\varphi = \omega t - \kappa Z. \quad (6.18)$$

Aquí, ω es la frecuencia angular en el instante t , κ es la magnitud del vector onda en la posición Z . Por lo tanto:

$$\frac{\partial A_X}{\partial Z} = -i\kappa A_X = \kappa \frac{A^{(0)}}{\sqrt{2}} e^{i\varphi}, \quad (6.19)$$

$$\frac{\partial A_Y}{\partial Z} = -i\kappa A_Y = -i\kappa \frac{A^{(0)}}{\sqrt{2}} e^{i\varphi}. \quad (6.20)$$

Sin embargo, la ley de antisimetría (6.16) significa que:

$$\frac{\partial A_Z}{\partial X} = -\frac{\partial A_X}{\partial Z} = -\kappa \frac{\partial A_X}{\partial Z} e^{i\frac{\varphi}{\sqrt{2}}}, \quad (6.21)$$

$$\frac{\partial A_Z}{\partial Y} = -\frac{\partial A_Y}{\partial Z} = i\kappa \frac{\partial A_X}{\partial Z} e^{i\frac{\varphi}{\sqrt{2}}},$$

demostrando inmediatamente que existe una polarización longitudinal A_Z por antisimetría. Resulta inmediatamente obvio que no existe bosón de Higgs, que se basa en un electromagnetismo plano, la asimetría de sector $U^{(1)}$ detrás del bosón de Higgs. Utilizando el Teorema de de Moivre:

$$e^{i\varphi} = \cos \varphi + i \operatorname{sen} \varphi \quad (6.22)$$

de manera que:

$$\frac{\partial A_Z}{\partial X} = -\kappa \frac{A^{(0)}}{\sqrt{2}} \cos \varphi; \quad \frac{\partial A_Y}{\partial Z} = -\kappa \kappa \frac{A^{(0)}}{\sqrt{2}} \operatorname{sen} \varphi \quad (6.23)$$

y

$$\left(\frac{\partial A_Z}{\partial X}\right)^2 + \left(\frac{\partial A_Y}{\partial Z}\right)^2 = \kappa^2 \frac{A^{(0)2}}{2}. \quad (6.24)$$

Si se utiliza simetría cilíndrica por cuestiones de simplicidad, se descubre que:

$$A_Z = \pm \frac{1}{2} X \kappa A^{(0)} \quad (6.25)$$

y existen entonces tres sentidos de polarización espacial. El análisis de Beltrami del Capítulo 3 muestra la naturaleza de las soluciones longitudinales en forma clara y obvia. En cierto sentido el modelo establecido de la física siempre ha sido una fantasía en un mundo plano. Tan pronto como Proca desarrolló sus ecuaciones, se derrumbó la invariancia gauge $U^{(1)}$. Eso fue en 1938, y aún sigue siendo enseñada en la física establecida, pero no en la física ECE.

En la teoría obsoleta del electromagnetismo plano, la fuerza de campo eléctrico \mathbf{E} se define a través de los potenciales escalar y vectorial como:

$$\mathbf{E} = -\nabla\varphi - \frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t} \quad (6.26)$$

y la densidad de flujo magnético por:

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}. \quad (6.27)$$

En el mundo del electromagnetismo $U^{(1)}$, se afirma que un campo eléctrico estático viene definido por:

$$\mathbf{E} = -\nabla\varphi \quad (6.28)$$

y que para un campo eléctrico estático:

$$\frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t} = \mathbf{0}. \quad (6.29)$$

Las ecuaciones de antisimetría (6.16) refutan inmediatamente estas afirmaciones porque:

$$\nabla\varphi = \frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t} = \mathbf{0}. \quad (6.30)$$

El campo eléctrico siempre se define a través de la Ec. (6.30) en todas las situaciones en las ciencias naturales y en ingeniería.

Análogamente, en teoría gravitacional la aceleración newtoniana debida a la gravedad siempre se define en la física establecida obsoleta mediante:

$$\mathbf{g} = -\nabla\Phi \quad (6.31)$$

pero el argumento de antisimetría demuestra que:

$$\mathbf{g} = -\nabla\Phi = -\frac{1}{c} \frac{\partial\Phi}{\partial t} \quad (6.32)$$

donde Φ es el equivalente gravitacional del potencial escalar φ y $\mathbf{\Phi}$ es el equivalente del potencial vectorial \mathbf{A} en electromagnetismo.

La ley de antisimetría (6.16) conduce a múltiples dificultades al electromagnetismo plano y a la física establecida. La ley (6.16) puede expresarse como dos ecuaciones:

$$\nabla\varphi = \frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t} \quad (6.33)$$

y

$$\partial_i A_j = -\partial_j A_i \quad (6.34)$$

A partir de las Ecs. (6.27) y (6.33):

$$\nabla \times \mathbf{E} = 0 \quad , \quad \frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t} = \mathbf{0} \quad (6.35)$$

que significa que el campo magnético en la electrodinámica plana no puede cambiar con el tiempo, lo cual es un absurdo. Esto es una dificultad que se encuentra en el nivel más básico en la teoría tensorial del electromagnetismo. Aparentemente, esto pasó inadvertido para Lorentz y Poincaré porque no infirieron la ley de antisimetría (6.16). La ley de inducción de Faraday en el electromagnetismo plano es:

$$\nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t} = \mathbf{0} \quad (6.36)$$

de manera que a partir de la Ec. (6.35):

$$\nabla \times \mathbf{E} = \mathbf{0} \quad (6.37)$$

lo cual significa que la fuerza de campo eléctrico también es estática, otro resultado absurdo que surge de suponer una masa del fotón igual a cero. Un campo eléctrico estático en el nivel $U^{(1)}$ se define mediante:

$$\mathbf{A} = \mathbf{0} \quad (6.38)$$

de manera que resulta que:

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{0} \quad (6.39)$$

y que desaparece la densidad de flujo magnético. A partir de la ecuación de antisimetría (6.33) se obtiene que:

$$\nabla \varphi = \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = \mathbf{0} \quad (6.40)$$

y entonces:

$$\mathbf{E} = -\nabla \varphi = \mathbf{0}. \quad (6.41)$$

Por lo tanto, la antisimetría provoca el completo derrumbe del electromagnetismo $U^{(1)}$, pues tanto \mathbf{E} como \mathbf{B} desaparecen como resultado de la antisimetría en el mundo plano del electromagnetismo $U^{(1)}$. La nave cae desde el borde del mundo dogmático. La antisimetría demuestra en forma directa que la noción de un fotón sin masa constituye un dogma vacío, y que la geometría utilizada en la teoría MH es completamente inadecuada.

Nótese cuidadosamente que la teoría misma de la simetría gauge, la Ec. (6.10), se ha utilizado para demostrar la falacia de la teoría mediante el simple uso de la antisimetría del conmutador, el cual actúa sobre el campo gauge [1]- [10], [24] como sigue:

$$[D_\mu, D_\nu] \psi = [\partial_\mu - igA_\mu, \partial_\nu - igA_\nu] \psi. \quad (6.42)$$

La derivada covariante $U^{(1)}$ se define como:

$$D_\mu = \partial_\mu - igA_\mu \quad (6.43)$$

donde:

$$g = \frac{e}{\hbar} = \kappa A^{(0)} \quad (6.44)$$

tal como se argumentó en capítulos previos. El momento del fotón en esta teoría es:

$$p = \hbar\kappa = eA^{(0)}, \quad (6.45)$$

una prescripción mínima. En la Ec. (6.42):

$$[\partial_\mu, \partial_\nu] = 0 \quad (6.46)$$

de manera que:

$$[D_\mu, D_\nu] \psi = -ig ([\partial_\mu, A_\nu] - ig [A_\mu, A_\nu]) \psi. \quad (6.47)$$

La antisimetría fundamental:

$$[D_\mu, D_\nu] \psi = - [D_\nu, D_\mu] \psi \quad (6.48)$$

significa que:

$$[\partial_\mu, A_\nu] \psi = - [\partial_\nu, A_\mu] \psi \quad (6.49)$$

de manera que:

$$\partial_\mu A_\nu = -\partial_\nu A_\mu \quad (6.50)$$

y obtenemos de una manera irrefutable la Ec. (6.16). La única alternativa es el abandono del

conmutador, pero como ya se ha argumentado ello significa el abandono de la geometría misma.

La deducción de la ley de antisimetría es tan sencilla que resulta casi trivialmente evidente a partir del método del conmutador. Sin embargo, la ley es tan poderosa que puede refutar un siglo de dogma en unas pocas líneas, como acabamos de demostrar.

Esta catástrofe para la física establecida se tornó evidente hace unos pocos años en el documento UFT 132. A estas alturas ya es bien sabido que el electromagnetismo plano constituye un dogma vacío, y por implicación lo es el bosón de Higgs. Este último existe porque pueden utilizarse los medios masivos de comunicación para propagar la idea. Al igual que en la era de Einstein, el público en general sigue sin tener idea del significado del conmutador. Esto constituye una ilustración de la naturaleza humana más que aquella de la naturaleza. El escenario ya está listo para la entrada de la teoría ECE y para la implementación de la antisimetría implícita en la teoría ECE.

6.3 La antisimetría en el Electromagnetismo ECE.

En la electrodinámica ECE, el campo electromagnético viene definido por:

$$F^a_{\mu\nu} = \partial_\mu A^a_\nu - \partial_\nu A^a_\mu + \omega^a_{\mu b} A^b_\nu - \omega^a_{\nu b} A^b_\mu \quad (6.51)$$

en donde la ley de antisimetría se determina por la antisimetría de la conexión de Christoffel:

$$\Gamma^a_{\mu\nu} = -\Gamma^a_{\nu\mu}. \quad (6.52)$$

Utilizando el postulado de la tétrada de la conexión de Christoffel se obtiene:

$$\Gamma^a_{\mu\nu} = \partial_\mu q^a_\nu + \omega^a_{\mu\nu} \quad (6.53)$$

de manera que antisimetría en la geometría de Cartan significa que:

$$\partial_\mu q^a_\nu + \omega^a_{\mu\nu} + \partial_\nu q^a_\mu + \omega^a_{\nu\mu} = 0. \quad (6.54)$$

Como en el Capítulo 2, esta ecuación se traduce en la siguiente ecuación de antisimetría en electrodinámica:

$$\partial_{\mu}A^a_{\nu} + \partial_{\nu}A^a_{\mu} + A^{(0)} \omega^a_{\mu\nu} + \omega^a_{\nu\mu} = 0. \quad (6.55)$$

Esto se produjo por primera vez en los documentos UFT 133 y UFT 134, y constituye una restricción fundamental sobre la primera ecuación estructural de Cartan Maurer:

$$F^a_{\mu\nu} = \partial_{\mu}A^a_{\nu} - \partial_{\nu}A^a_{\mu} + A^0 \omega^a_{\mu\nu} - \omega^a_{\nu\mu}. \quad (6.56)$$

Esto se conoce como la restricción de Lindstrom y se analiza con más detalle en los siguientes párrafos, basados en el documento UFT 134.

Para una polarización única, la teoría ECE del electromagnetismo se reduce a un formato que es superficialmente similar a las ecuaciones de Maxwell Heaviside:

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (6.57)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \mathbf{0} \quad (6.58)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \rho_0 \quad (6.59)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \mu_0 \mathbf{J} \quad (6.60)$$

pero la relación entre los campos y los potenciales es como sigue:

$$\mathbf{E} = -\nabla\varphi - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \omega_0 \mathbf{A} + \boldsymbol{\omega}\varphi, \quad (6.61)$$

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{A}. \quad (6.62)$$

La componente eléctrica de la ecuación de antisimetría para una única polarización es:

$$\nabla\varphi - \frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t} - \omega_0\mathbf{A} - \boldsymbol{\omega}\varphi = \mathbf{0} \quad (6.63)$$

y la relación de antisimetría magnética restringida a través de la restricción de Lindstrom es:

$$\nabla \times \mathbf{A} = -\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{A}. \quad (6.64)$$

Si aplicamos las ecuaciones de antisimetría (6.63) y (6.64) a las intensidades de campo \mathbf{E} y \mathbf{B} vemos dos definiciones independientes de \mathbf{E} y una definición única de \mathbf{B} :

$$\mathbf{E} = -2 \frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t} - 2\omega_0\mathbf{A} \quad (6.65)$$

ó

$$\mathbf{E} = -2 \nabla\varphi + 2\boldsymbol{\omega}\varphi \quad (6.66)$$

y

$$\mathbf{B} = 2 \nabla \times \mathbf{A}. \quad (6.67)$$

De manera que \mathbf{B} resulta obviamente compatible con la ley de Gauss:

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0. \quad (6.68)$$

Aplicando las dos ecuaciones alternativas (6.65) y (6.66) para \mathbf{E} , y (6.67) para \mathbf{B} , a la ley de Faraday, la Ec. (6.58) da para ambos casos:

$$\nabla \times \boldsymbol{\omega}\varphi + \frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t} = \mathbf{0} \quad (6.69)$$

y

$$\nabla \times (\omega_0\mathbf{A}) = \mathbf{0}. \quad (6.70)$$

Calculemos el rotacional de la Ec. (6.63) y apliquemos la Ec. (6.70) para obtener la Ec. (6.69), lo cual significa que la Ec. (6.69) no contiene información nueva que ya no venga dada por el componente eléctrico de las ecuaciones de antisimetría. Utilizando las relaciones de antisimetría, pueden obtenerse las siguientes ecuaciones, como se menciona en el documento UFT 134:

$$\nabla \times (\omega\varphi) - \frac{\partial}{\partial t} (\omega \times \mathbf{A}) = \mathbf{0}, \quad (6.71)$$

$$-\nabla^2\varphi + \nabla \cdot (\omega\varphi) = \frac{\rho}{2\epsilon_0}, \quad (6.72)$$

$$-\nabla \times (\omega \times \mathbf{A}) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} (\nabla\varphi - \omega\varphi) = \frac{\mu_0}{2} \mathbf{J}. \quad (6.73)$$

La Ec. (6.72) da una forma resonante de la ley de Coulomb, que puede utilizarse para producir energía resonante a partir del espaciotiempo, tal como se describe en el próximo capítulo.

Las Ecs. (6.62) a (6.65) dan un conjunto de siete ecuaciones con siete incógnitas, tal como se describe en el documento UFT 134. Sin embargo, las leyes de Coulomb y Ampère Maxwell no son independientes. Esto puede demostrarse, por ejemplo, mediante el cálculo de la divergencia de la Ec. (6.73):

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} (-\nabla^2\varphi + \nabla \cdot (\omega\varphi)) = \frac{\mu_0}{2} \nabla \cdot \mathbf{J} \quad (6.74)$$

e integrando con respecto al tiempo para dar:

$$-\nabla^2\varphi + \nabla \cdot (\omega\varphi) = \frac{\rho}{2\epsilon_0} \quad (6.75)$$

con:

$$\rho = \int \nabla \cdot \mathbf{J} dt. \quad (6.76)$$

Comenzando con las Ecs. (6.65) y (6.67), la ley de Faraday deviene:

$$\nabla \times -2 \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - 2\omega_0 \mathbf{A} + 2 \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \mathbf{A}) = \mathbf{0} \quad (6.77)$$

la cual puede simplificarse a:

$$\nabla \times (\omega_0 \mathbf{A}) = \mathbf{0} \quad (6.78)$$

y es idéntica a la Ec. (6.70). Las leyes de Coulomb y de Ampère Maxwell adoptan la forma:

$$\nabla \cdot \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla \cdot (\omega_0 \mathbf{A}) = \frac{\rho}{2\epsilon_0}, \quad (6.79)$$

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} (\omega_0 \mathbf{A}) = \frac{1}{2} \mu_0 \mathbf{J}. \quad (6.80)$$

La Ec. (6.79) es compatible con la Ec. (6.78) y muestra que $\omega_0 \mathbf{A}$ representa un campo de fuente pura. Las Ecs. (6.79) y (6.80) representan cuatro ecuaciones para cuatro variables. Estas ecuaciones son independientes si la densidad de carga y corriente se eligen de tal modo de no estar relacionadas. La Ec. (6.80) es una ecuación de onda en tres dimensiones, con soluciones transversal y longitudinal que van más allá de la electrodinámica de MH. La Ec. (6.79) es una ecuación de difusión no lineal, cuya no linealidad es causada por la conexión de espín, y que indica que hay presente un flujo de potencial además de la teoría de MH. Esto puede considerarse como representando una interacción con el vacío de alrededor, o espacio-tiempo - la fuente de energía en los efectos resonantes.

Es posible deducir una tercera versión del conjunto de ecuaciones utilizando la Ec. (6.70):

$$\omega_0 \mathbf{A} = - \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \varphi). \quad (6.81)$$

Sustituyendo la Ec. (6.66) y (6.68) en la Ec. (6.59) y (6.60) nos da:

$$\nabla \cdot \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla \cdot (\omega_0 \mathbf{A}) = - \frac{\rho}{2\epsilon_0}, \quad (6.82)$$

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} (\omega_0 \mathbf{A}) = \frac{1}{2} \mu_0 \mathbf{J}, \quad (6.83)$$

y utilizando la identidad vectorial:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A} \quad (6.84)$$

Integrando respecto del tiempo la Ec. (6.82) y sustituyendo la expresión para $\nabla \cdot \mathbf{A}$ en la Ec. (6.83) nos da:

$$\left(-\nabla^2 + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) (\mathbf{A} + \int \omega_0 \mathbf{A} dt) = \frac{1}{2} \mu_0 \mathbf{J} + \frac{1}{2} \int \frac{\nabla \rho}{\epsilon_0} dt. \quad (6.85)$$

Utilizando la Ec. (6.81), esto puede expresarse de una manera más elegante como:

$$\left(-\nabla^2 + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) (\mathbf{A} - \nabla \varphi) = \frac{1}{2} \mu_0 \mathbf{J} + \frac{1}{2\epsilon_0} \int \nabla \rho dt. \quad (6.86)$$

Mediante el empleo de la Ec. (6.65):

$$\int \mathbf{E} dt = -2\mathbf{A} - 2 \int \omega_0 \mathbf{A} dt = -2\mathbf{A} + 2\nabla \varphi \quad (6.87)$$

que aparece en la Ec. (6.86). Alternativamente, la Ec. (6.86) es, de acuerdo con la Ec. (6.66):

$$\int \mathbf{E} dt = -2 \int \nabla \varphi dt + 2 \int \varphi \boldsymbol{\omega} dt. \quad (6.88)$$

Sustituyendo esta forma alternativa de la Ec. (6.88) en la Ec. (6.87) se obtiene:

$$\left(-\nabla^2 + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \left(\int \nabla \varphi dt - \int \varphi \boldsymbol{\omega} dt \right) = \frac{1}{2} \mu_0 \mathbf{J} + \frac{1}{2\epsilon_0} \int \nabla \rho dt. \quad (6.89)$$

y luego de obtener la derivada temporal:

$$\left(-\nabla^2 + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) (\nabla\varphi - \omega\varphi) = \frac{1}{2} \mu_0 \mathbf{J} + \frac{1}{2\epsilon_0} \nabla\rho \quad (6.90)$$

En total, las Ecs. (6.81), (6.86) y (6.90) representan nueve ecuaciones con nueve incógnitas:

$$\omega_0 \mathbf{A} = -\frac{\partial}{\partial t} (\nabla\varphi) \quad (6.91a)$$

$$\left(-\nabla^2 + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) (\mathbf{A} - \nabla\varphi) = \frac{1}{2} \mu_0 \mathbf{J} + \frac{1}{2\epsilon_0} \int \nabla\rho dt. \quad (6.91)$$

$$\left(-\nabla^2 + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) (\nabla\varphi - \omega\varphi) = \frac{1}{2} \mu_0 \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t} + \frac{\nabla\rho}{2\epsilon_0} \quad (6.92)$$

Las ecuaciones son completamente independientes y representan un conjunto equilibrado. Surgen singularidades en las soluciones, dando amplias oportunidades de efectos de resonancia y así obtener energía del espaciotiempo. Por ejemplo, si se calcula el producto vectorial de la porción eléctrica de la ecuación de antisimetría (6.63) con \mathbf{A} :

$$\nabla\varphi \times \mathbf{A} - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \times \mathbf{A} - \omega_0 \mathbf{A} \times \mathbf{A} - \varphi \omega \times \mathbf{A} = \mathbf{0}. \quad (6.93)$$

Suponiendo que la derivada temporal de \mathbf{A} es paralela a \mathbf{A} :

$$\nabla\varphi \times \mathbf{A} = \varphi \omega \times \mathbf{A} \quad (6.94)$$

y la Ec. (6.64) puede utilizarse para eliminar ω :

$$\nabla \times \mathbf{A} = -\frac{1}{\varphi} \nabla\varphi \times \mathbf{A}. \quad (6.95)$$

Las singularidades ocurren cada vez que φ es igual a cero mientras que $\nabla\varphi$ y \mathbf{A} no lo son. En combinación con las resonancias impulsadas en las Ecs. (6.91) y (6.92), se vuelve disponible una rica provisión de soluciones no lineales.

Se observa que las ecuaciones de antisimetría ECE son las únicas ecuaciones de la electrodinámica que poseen consistencia interna y se prefieren por encima de las ecuaciones de MH.

La restricción magnética de Lindstrom, combinada con una solución particular de la restricción eléctrica, reduce el segundo modelo descrito más arriba a la teoría de MH. La antisimetría significa que no es posible reducir la teoría ECE a la teoría MH mediante una simple eliminación de la conexión de espín, porque semejante procedimiento produce:

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \varphi, \quad (6.96)$$

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}. \quad (6.97)$$

tal como ya se ha demostrado en este capítulo, estas relaciones, cuando se las utiliza con antisimetría, invalidan por lo general la teoría MH, un descubrimiento mayor durante la evolución de la teoría ECE. Sin embargo, aplicando las siguientes soluciones particulares de las ecuaciones de antisimetría:

$$\omega \varphi = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \quad (6.98)$$

$$\omega_0 \mathbf{A} = \nabla \varphi \quad (6.99)$$

$$\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{A} = -\nabla \times \mathbf{A} \quad (6.100)$$

los campos magnético y eléctrico de la teoría ECE devienen:

$$\mathbf{E} = -2\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - 2\nabla \varphi, \quad (6.101)$$

$$\mathbf{B} = 2\nabla \times \mathbf{A}. \quad (6.102)$$

La estructura tradicional de la teoría MH es:

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{a} \quad (6.103)$$

y comparando las Ecs. (6.102) y (6.103):

$$\mathbf{a} = 2 \mathbf{A}. \quad (6.104)$$

Sustituyendo la Ec. (6.103) en la ley de Faraday:

$$\nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \mathbf{0} \quad (6.105)$$

nos da:

$$\nabla \times \mathbf{E} = - \nabla \times \frac{\partial \mathbf{a}}{\partial t} \quad (6.106)$$

que tiene a:

$$\mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{a}}{\partial t} - \nabla \varphi_1 \quad (6.107)$$

como única solución. Comparando las Ecs. (6.101) y (6.107) da:

$$\varphi_1 = 2 \varphi \quad (6.108)$$

que muestran que la teoría designada como II en el Modelo de Ingeniería, publicado en el portal www.aias.us, se reduce a la teoría de MH dadas las restricciones (6.98) a (6.100). Nótese cuidadosamente que esta reducción se logra mediante:

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{a} = \nabla \times \mathbf{A} - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{A} = 2 \nabla \times \mathbf{A} \quad (6.109)$$

y no por descarte de la conexión de espín. De manera que el formato de MH logrado de esta manera sigue siendo una teoría de la relatividad general, volviendo posible su unificación con la gravitación.

6.4 Deducción del Principio de Equivalencia a partir de la Antisimetría y otras Aplicaciones.

La equivalencia entre masa inercial y masa gravitacional se conoce como el principio de equivalencia débil, y se ha evaluado experimentalmente con gran precisión. En esta sección, el principio de equivalencia se deduce a partir de la antisimetría. Se ha demostrado en forma independiente [1]-[10], por Moses, Reed y Evans, que cualquier campo vectorial en tres dimensiones puede expresarse como la suma de tres vectores:

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}^{(1)} + \mathbf{V}^{(2)} + \mathbf{V}^{(3)} \quad (6.110)$$

en la base circular compleja definida anteriormente en este libro. Helmholtz demostró, en el siglo XIX, que cualquier campo vectorial puede expresarse como la suma de dos vectores:

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_s + \mathbf{V}_l \quad (6.111)$$

donde:

$$\nabla \cdot \mathbf{V}_s = 0, \quad (6.112)$$

$$\nabla \times \mathbf{V}_l = \mathbf{0}. \quad (6.113)$$

El empleo de la base circular compleja extiende la ecuación de Helmholtz como sigue:

$$\mathbf{V}_s = \mathbf{V}^{(1)} + \mathbf{V}^{(2)}, \quad (6.114)$$

$$\mathbf{V}_l = \mathbf{V}^{(3)}. \quad (6.115)$$

Por lo tanto, los componentes más fundamentales son componentes de $\mathbf{V}^{(1)}$, $\mathbf{V}^{(2)}$, $\mathbf{V}^{(3)}$. Ejemplos de estos componentes fundamentales se incluyen más abajo, por ejemplo un potencial vectorial. En los primeros documentos de la teoría ECE, se identificaron estos componentes como los objetos conocidos como tétradas en la geometría de Cartan. Semejante identificación también fue llevada a cabo por Reed en forma indirecta. En la definición original de Cartan de la tétrada, el índice a es el índice superior de un espaciotiempo de Minkowski de cuatro dimensiones en el punto P a una variedad de cuatro

dimensiones con índice μ . Cada uno de los vectores tridimensionales definidos en la Ec. (6.110) es el componente espacial de los siguientes vectores de cuatro dimensiones:

$$V_{\mu}^{(i)} = (V_{\mu}^{(i)}, -\mathbf{V}^{(i)}), \quad i = 1, 2, 3. \quad (6.116)$$

El vector completo de cuatro dimensiones es la suma de estos tres vectores:

$$V_{\mu} = V_{\mu}^{(1)} + V_{\mu}^{(2)} + V_{\mu}^{(3)}. \quad (6.117)$$

De manera que existen tres componentes de tipo temporal, y el componente completo de tipo temporal es su suma:

$$V_0 = V_{(0)}^{(1)} + V_{(0)}^{(2)} + V_{(0)}^{(3)}. \quad (6.118)$$

En cuatro dimensiones, el índice a es:

$$a = (0), (1), (2), (3) \quad (6.119)$$

de manera que en general también existe el componente $V_{(0)}^{(0)}$. Estos elementos fundamentales siempre pueden expresarse como elementos de una tétrada y definirse como una matriz de 4 x 4, como sigue:

$$X^a = V^a_{\mu} X^{\mu}. \quad (6.120)$$

Se deduce que cualquier vector de cuatro dimensiones puede definirse como una cantidad valuada escalarmente multiplicada por una tétrada de Cartan:

$$V^a_{\mu} = V q^a_{\mu}. \quad (6.121)$$

Por lo tanto, la geometría diferencial de Cartan puede aplicarse a cualquier vector de cuatro dimensiones. Normalmente, se aplica la tétrada, y la primera ecuación estructural de Cartan define la torsión de Cartan a partir de la tétrada. Ésta última constituye el elemento de construcción fundamental, porque consiste de componentes fundamentales del campo vectorial completo. El análisis vectorial de Heaviside Gibbs restringe la consideración sólo a \mathbf{V} , pero el análisis de la tétrada toma en cuenta que \mathbf{V} posee una estructura interna. Por lo tanto, en cuatro dimensiones se definen los vectores fundamentales:

$$V^{(0)}_{\mu} = (V^{(0)}_0, \mathbf{0}) , \quad (6.122)$$

$$V^{(i)}_{\mu} = (V^{(i)}_0, -\mathbf{V}^{(i)}) , \quad i = 1, 2, 3. \quad (6.123)$$

La Ec. (6.122) significa que los componentes de tipo espacial de $V^{(0)}_{\mu}$ son iguales a cero por definición, porque el índice superior (0) es de tipo temporal por definición. No hay componentes de tipo espacial de una propiedad de tipo temporal. Por otra parte, un vector tal como $V^{(1)}_{\mu}$ es un 4-vector, de manera que $V^{(0)}_0$ en general es su componente de tipo temporal distinto de cero. En general, la tétrada de Cartan se define como:

$$X^a = q^a_{\mu} X^{\mu} \quad (6.124)$$

donde X denota cualquier campo vectorial. Por lo tanto, la geometría de Cartan extiende el análisis de Heaviside Gibbs, y este hallazgo puede aplicarse sistemáticamente a la física, en especial a la dinámica. El análisis de Heaviside Gibbs estaba restringido al espacio tridimensional sin conexión, es decir a un espacio euclidiano. Utilizando la geometría diferencial de Cartan, el análisis puede extenderse a cualquier espacio de cualquier número de dimensiones, mediante el empleo de la conexión de espín de Cartan. Utilizando este procedimiento, todas las ecuaciones de la física pueden deducirse automáticamente dentro de un marco unificado, produciendo así la primera teoría del campo unificado. Ahora aplicamos este método al concepto de velocidad en dinámica. La tétrada de velocidad es:

$$V^a_{\mu} = v q^a_{\mu} \quad (6.125)$$

donde v es la magnitud escalar de la velocidad, es decir la rapidez. El potencial gravitacional se define mediante:

$$\Phi^a_{\mu} = c v^a_{\mu} = \Phi q^a_{\mu}. \quad (6.126)$$

Por analogía, el potencial electromagnético también se define en términos de la tétrada en la teoría ECE:

$$A^a_{\mu} = A^{(0)} q^a_{\mu}. \quad (6.127)$$

El campo electromagnético se define en términos de la torsión de Cartan:

$$F^a{}_{\mu\nu} = A^{(0)}T^a{}_{\mu\nu} \quad (6.128)$$

y también el campo gravitacional:

$$g^a{}_{\mu\nu} = \Phi^{(0)}T^a{}_{\mu\nu}. \quad (6.129)$$

La aceleración debida a la gravedad en la teoría ECE es, por lo tanto, parte de la torsión, de manera que en general la aceleración en electrodinámica también es parte de la torsión, definida convenientemente como:

$$a^a{}_{\mu\nu} = c\nu T^a{}_{\mu\nu}. \quad (6.130)$$

En notación vectorial, la Ec. (6.129) se parte en dos ecuaciones:

$$\mathbf{a}^a = -\frac{\partial \mathbf{v}^a}{\partial t} - c \nabla \nu^a - c \omega^a{}_{0b} \mathbf{v}^b + c \nu^b \omega^a{}_b \quad (6.131)$$

y

$$\boldsymbol{\Omega}^a = \nabla \times \mathbf{v}^a - \boldsymbol{\omega}^a{}_b \times \mathbf{v}^b. \quad (6.132)$$

La conexión de espín se define como:

$$\omega^a{}_{\mu b} = (\omega^a{}_{0b}, -\boldsymbol{\omega}^a{}_b). \quad (6.133)$$

En notación tensorial, la relación entre la aceleración y la velocidad, en dinámica covariante generalizada, es:

$$a^a{}_{\mu\nu} = c \left(\partial_\mu \nu^a{}_\nu - \partial_\nu \nu^a{}_\mu + \nu (\omega^a{}_{\mu\nu} - \omega^a{}_{\nu\mu}) \right). \quad (6.134)$$

De manera que las Ecs. (6.131) y (6.132) pueden simplificarse a:

$$\mathbf{a}^a = -\frac{\partial \mathbf{v}^a}{\partial t} + c \nabla \Phi^a + c\nu \boldsymbol{\omega}^a{}_{\text{orb}} \quad (6.135)$$

y:

$$\boldsymbol{\Omega}^a = \nabla \times \mathbf{v}^a + \nu \boldsymbol{\omega}^a_{\text{spin}} \quad (6.136)$$

donde:

$$\boldsymbol{\omega}^a_{\text{orb}} = (\omega^a_{01} - \omega^a_{10}) \mathbf{i} + (\omega^a_{02} - \omega^a_{20}) \mathbf{j} + (\omega^a_{03} - \omega^a_{30}) \mathbf{k} \quad (6.137)$$

y

$$\boldsymbol{\omega}^a_{\text{spin}} = (\omega^a_{32} - \omega^a_{23}) \mathbf{i} + (\omega^a_{13} - \omega^a_{31}) \mathbf{j} + (\omega^a_{21} - \omega^a_{12}) \mathbf{k} \quad (6.138)$$

y donde:

$$\nu \boldsymbol{\omega}^a_{\text{orb}} = -\omega^a_{ob} \mathbf{v}^b + \nu^b_0 \boldsymbol{\omega}^a_b \quad (6.139)$$

y

$$\nu \boldsymbol{\omega}^a_{\text{spin}} = -\boldsymbol{\omega}^a_b \times \mathbf{v}^b. \quad (6.140)$$

Las Ecs. (6.139) y (6.140) son aceleraciones de tipo Coriolis debido a la torsión orbital y de espín. La Ec. (6.135) muestra que la aceleración se debe al ritmo de cambio de velocidad y también al gradiente del potencial. Si el marco inercial de la dinámica newtoniana se define como el espaciotiempo plano, entonces en el marco inercial:

$$\mathbf{a}^a = -\frac{\partial \mathbf{v}^a}{\partial t} - \nabla \Phi^a. \quad (6.141)$$

El principio de equivalencia supone que:

$$-\frac{\partial \mathbf{v}^a}{\partial t} = -\nabla \Phi^a \quad (6.142)$$

que es resultado directo de la ley de antisimetría de la teoría ECE:

$$\partial_{\mu} v^{\alpha}_{\nu} = - \partial_{\nu} v^{\alpha}_{\mu} \quad (6.143)$$

cuando

$$\mu = 0, \nu = 1, \quad (6.144)$$

Q. E. D.

La fuerza se define como la masa multiplicada por la aceleración, de manera que

$$\mathbf{F}^a = - m \frac{\partial \mathbf{v}^a}{\partial t} = - m \nabla \Phi^a \quad (6.145)$$

que es una generalización del principio de equivalencia débil supuesto por Newton pero no demostrado por él mismo. La teoría ECE muestra que el principio de equivalencia posee un origen geométrico.

Capítulo 7

Energía a Partir del Espaciotiempo y Reacciones Nucleares de Baja Energía.

7.1 Introducción

Estos fenómenos, cuando se les observa como datos experimentales, refutan por completo el modelo establecido de la física, el cual aún resulta incapaz de tratar con ellos. Hay muchos dispositivos disponibles que extraen energía del espaciotiempo (www.et3m.net) de una manera reproducible y repetitiva. Estos dispositivos están siendo utilizados en forma rutinaria en la mejor industria. Los reactores nucleares de baja energía (RNBE) están a punto de ser producidos en forma masiva, pero la vieja física aun no es capaz de explicar su funcionamiento. Una explicación cualitativa plausible para estos dispositivos ha sido desarrollada por la teoría ECE a través del empleo de resonancia de Euler Bernoulli [1]- [10] en ecuaciones que contienen la conexión de espín. El primer ejemplo descubierto fue la resonancia de conexión de espín (RCE) en la Ley de Coulomb, y después de éste se encontraron varios otros mecanismos. La teoría ha sido ampliamente desarrollada, en forma independiente, por Eckardt y Lindstrom. Este capítulo intentará explicar los sencillos principios básicos de la resonancia de conexión de espín.

Desde hace más de un siglo se sabe de reportes de dispositivos que producen más energía eléctrica que la que se les alimenta. Muchos de estos reportes no eran reproducibles ni repetibles, pero durante los últimos treinta años el tema se ha vuelto más científico, con más detalles disponibles acerca del diseño de los circuitos. Algunos de los reportes se referían a elevaciones o picos de energía que no podían explicarse en forma convencional. Algunos de

éstos eran demasiado grandes para que se tratase de artefactos. El tema ha sido ampliamente tratado por la pseudociencia y los charlatanes, de manera que desde el principio la teoría ECE se propuso desarrollar una explicación rigurosa de estos fenómenos. Se buscó una explicación cualitativa o plausible, basada en datos con probabilidades de ser reproducibles y repetibles, y de verse libre de artefactos. La resonancia eléctrica convencional debe de eliminarse cuidadosamente antes de considerar una fuente de energía proveniente del espaciotiempo como posible explicación.

Además de estos requerimientos de la ciencia baconiana, el diseño del circuito debe estar disponible como el aparato científico, en la manera usual utilizada en un experimento científico, pero frecuentemente no se contaba con detalles del equipo. Posiblemente, esto pudo haberse debido a inventores, cuidadosos de proteger sus derechos de patentamiento. De manera que los científicos no han mostrado mucha disposición para aproximarse a estos importantes temas de una manera científica, con una mente abierta. Esto ha sido una lástima, porque los mismos son de una gran importancia potencial para la humanidad. Si existe alguna posibilidad, sea cual fuere, de obtener energía del espaciotiempo, entonces esa posibilidad debiera de perseguirse hasta el extremo. No se formuló una teoría coherente de estos fenómenos hasta que se propuso la existencia de la resonancia de conexión de espín. La teoría de Maxwell Heaviside (MH) no tenía una explicación para energía proveniente del espaciotiempo, de modo que ha existido una tendencia histórica a desechar todos esos datos, tildándolos de artefactos, o como señal de una falta de conocimiento de principios básicos, tales como la conservación de la energía. En el pasado, ha existido una extendida creencia que la energía del espaciotiempo significa energía obtenida a partir de la nada. Esta absurda falta de conocimiento demoró durante muchos años la aceptación del tema.

Alrededor del año 2005, a uno de los autores de este libro (MWE) le fue solicitada una explicación respecto de un muy intenso pico de resonancia en un aparato demostrado a la Armada de los Estados Unidos de América por Alex Hill y sus colegas (www.aias.us) cuyo trabajo fue traído inicialmente a la atención de MWE por Albert Collins. John Shelburne, un civil que trabajaba para la U.S. Navy en el estado de Florida, solicitó a MWE una explicación plausible en términos de la entonces novedosa teoría ECE. El pico de resonancia fue demostrado a la U.S. Navy por el grupo de Alex Hill, y el equipo técnico civil se sintió satisfecho que el efecto se hallaba libre de artefactos. Hubo una intensa resonancia de energía eléctrica, la cual no pudo explicarse a través de teoría de resonancia eléctrica convencional, basada en la teoría de Euler Bernoulli. Subsecuentemente, el grupo de Alex Hill desarrolló dispositivos que ahora se encuentran operando en empresas consideradas entre las Cincuenta Más Grandes a Nivel Mundial por la revista Fortune. Se ha permitido a observadores presenciar la operación de estos circuitos en dichas industrias.

7.2 Resonancia de Conexión de Espín a partir de la Ley de Coulomb.

En la instancia más sencilla, la ley de Coulomb en la teoría ECE viene dada por:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (7.1)$$

donde:

$$\mathbf{E} = -(\nabla + \boldsymbol{\omega}) \varphi \quad (7.2)$$

donde φ es el potencial escalar en unidades de voltios, $\boldsymbol{\omega}$ es el vector de conexión de espín, en unidades de m^{-1} , \mathbf{E} es la fuerza de campo eléctrico, en unidades de volts m^{-1} , ρ es la densidad de carga, en unidades de Cm^{-3} y ϵ_0 es la permitividad en el vacío, en unidades del S.I.:

$$\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ J}^{-1}\text{C}^2\text{m}^{-1}. \quad (7.3)$$

Así:

$$\nabla \cdot ((\nabla + \boldsymbol{\omega}) \varphi) = -\frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (7.4)$$

es decir:

$$\nabla^2 \varphi + \boldsymbol{\omega} \cdot \nabla \varphi + (\nabla \cdot \boldsymbol{\omega}) \varphi = -\frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (7.5)$$

que es una ecuación capaz de producir soluciones resonantes a partir del vector de conexión de espín. La ecuación de Poisson no da soluciones resonantes. En una dimensión Z , la Ec. (7.5) deviene:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial Z^2} + \omega_Z \frac{\partial \varphi}{\partial Z} + \left(\frac{\partial \omega_Z}{\partial Z} \right) \varphi = -\frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (7.6)$$

La conexión de espín en la Ec. (7.6) debe ser:

$$\omega_Z = \frac{2}{Z} \quad (7.7)$$

a fin de recuperar la tradicional ley de Coulomb de la resonancia. Esto se debe a:

$$\varphi = -\frac{e}{4\pi\epsilon_0 Z}, \quad \frac{\partial\varphi}{\partial Z} = \frac{e}{4\pi\epsilon_0 Z^2} = -\frac{\omega_Z}{2}\varphi \quad (7.8)$$

en la condición fuera de resonancia, dando la Ec. (7.7). En la condición fuera de resonancia, el papel de la conexión de espín es la de cambiar el signo del campo eléctrico de acuerdo con la Ec. (7.8). La forma en la que se relacionan el campo y el potencial sufre un cambio, pero esto no causa un efecto experimental porque \mathbf{E} cambia efectivamente por $-\mathbf{E}$. Con la conexión de espín (7.7), la Ec. (7.6) deviene:

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial Z^2} + \frac{2}{Z}\frac{\partial\varphi}{\partial Z} - \frac{2}{Z^2}\varphi = -\frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (7.9)$$

Ahora supongamos que la densidad de carga es inicialmente oscilatoria:

$$\rho = \rho^{(0)} \cos(\kappa Z) \quad (7.10)$$

donde κ es el número de onda. Entonces:

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial Z^2} + \frac{2}{Z}\frac{\partial\varphi}{\partial Z} - \frac{2}{Z^2}\varphi = -\rho^{(0)} \cos(\kappa Z) \quad (7.11)$$

Las derivadas parciales pueden cambiarse a derivadas totales, a fin de generar una ecuación diferencial ordinaria:

$$\frac{d^2\varphi}{dZ^2} + \frac{2}{Z}\frac{d\varphi}{dZ} - \frac{2}{Z^2}\varphi = -\rho^{(0)} \cos(\kappa Z) \quad (7.12)$$

Utilizando el conocido método de Euler, esta ecuación puede reducirse a un oscilador sin amortiguación que tiene soluciones resonantes, y éste fue el primer intento de desarrollo de una teoría de resonancia de conexión de espín en el documento UFT63.

Esta fue la primera explicación plausible de los dispositivos de Alex Hill (www.et3m.net) los cuales han sido observados a través de los años por expertos invitados, el tipo de dispositivo utilizado por algunas de las empresas más grandes del mundo son circuitos de ahorro de energía en motores de inducción, descritos en el portal www.et3m.net, y circuitos de ahorro en sistemas de iluminación. Esta clase de dispositivos pueden comercializarse en forma masiva, de manera que no es posible ofrecer mejor prueba de la presencia de energía proveniente del espaciotiempo. Inicialmente, este tipo de energía se conocía como “energía del vacío”, pero dicha nomenclatura se prestaba a malas interpretaciones, en especial los alegatos absurdos de movimiento perpetuo. Esto sucedió porque el vacío se confundía con “la nada”, de manera que presumiblemente estos partidarios del movimiento perpetuo pensaban que ninguna energía puede transferirse de la nada a un dispositivo. Por el contrario, el vacío de la relatividad general contiene energía, definida por el infinitésimo del tiempo propio y la métrica dinámica. Esto se ha sabido desde hace un siglo. De manera que ocurre transferencia de energía desde el espaciotiempo a un dispositivo. La energía total se conserva.

Por lo tanto, se adoptó la nomenclatura de “energía a partir del espaciotiempo”, y cuando llegó la solicitud de la U.S. Navy de desarrollar una explicación, se halló una mediante el empleo de la conexión de espín y la búsqueda de ecuaciones con la estructura de una ecuación de Euler Bernoulli. Sería entonces posible que una pequeña fuerza impulsora produjese una gran resonancia de energía eléctrica a la salida. Esta teoría posee la misma estructura que la teoría convencional de resonancia eléctrica, pero la fuerza impulsora se origina en el espaciotiempo. La estructura del vacío del espaciotiempo se ha desarrollado ampliamente durante la evolución de la teoría ECE, a través de Eckardt y Lindstrom. Cuando se le solicitó inicialmente el desarrollo de una teoría, el autor relevante (MWE) no contaba con detalles de diseño del circuito, y sólo recibió detalles cualitativos de los resultados. De manera que se desarrolló la resonancia de conexión de espín para presentar una descripción cualitativa. Posteriormente, se descubrió que la resonancia de conexión de espín ocurre en magnetostática (UFT 65). Las ecuaciones ECE de la magnetostática pueden expresarse como:

$$\nabla \cdot \mathbf{B}^a = 0 \quad (7.13)$$

$$\nabla \times \mathbf{B}^a = \mu_0 \mathbf{J}^a \quad (7.14)$$

$$\mathbf{B}^a = \nabla \times \mathbf{A}^a - g \mathbf{A}^b \times \mathbf{A}^c \quad (7.15)$$

y en este caso la resonancia de conexión de espín queda definida por las ecuaciones simultáneas:

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}^a - g \mathbf{A}^b \times \mathbf{A}^c) = \mu_0 \mathbf{J}^a \quad (7.16)$$

y:

$$\nabla \cdot \mathbf{A}^b \times \mathbf{A}^c = 0 \quad (7.17)$$

La Ec. (7.16) puede desarrollarse con las identidades vectoriales:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{A}^a = -\nabla^2 \mathbf{A}^a + \nabla (\nabla \cdot \mathbf{A}^a) \quad (7.18)$$

y:

$$\nabla \times \mathbf{A}^b \times \mathbf{A}^c = \mathbf{A}^b \nabla \cdot \mathbf{A}^c - \mathbf{A}^c \nabla \cdot \mathbf{A}^b + (\mathbf{A}^c \cdot \nabla) \mathbf{A}^b - \mathbf{A}^b \cdot \nabla \mathbf{A}^c. \quad (7.19)$$

Para simplificar el problema y para ilustración, supongamos que el potencial vectorial no posee divergencia:

$$\nabla \cdot \mathbf{A}^a = \nabla \cdot \mathbf{A}^b = \nabla \cdot \mathbf{A}^c = 0 \quad (7.20)$$

y supongamos que \mathbf{A}^c es independiente del espacio, de manera que:

$$\mathbf{A}^b \cdot \nabla \mathbf{A}^c = \mathbf{0}. \quad (7.21)$$

La Ec. (7.16) deviene:

$$\nabla^2 \mathbf{A}^a + g (\mathbf{A}^c \cdot \nabla) \mathbf{A}^b = -\mu_0 \mathbf{J}^a \quad (7.22)$$

que puede reducirse a:

$$\frac{d^2 A_Z^a}{dZ^2} + \kappa_0^2 A_Z^a = \mu_0 J^a(0) \cos(\kappa X) \quad (7.23)$$

como en el documento UFT 65. Esto posee la solución resonante:

$$A_Z^a \rightarrow \infty \quad (7.24)$$

en:

$$\kappa = \kappa_0 = \left(g \left(\frac{\partial A_Z}{\partial X} \right) \right)^{1/2} \quad (7.25)$$

La resonancia de conexión de espín también puede ocurrir en una ley de inducción de Faraday, si se supone que existe una densidad de corriente magnética:

$$\nabla \times \mathbf{E}^a + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \mu_0 \mathbf{j}^a. \quad (7.26)$$

En el documento UFT 65 se supuso que no había potencial escalar y que el campo eléctrico viene definido por:

$$\mathbf{E}^a = - \frac{\partial A^a}{\partial t} \quad (7.27)$$

lo cual conduce a otro ejemplo de resonancia de conexión de espín. Posteriormente, el documento UFT74 condujo a la resonancia de conexión de espín en motores magnéticos (M. W. Evans y H. Eckardt, *Physica B*, 400, 175 - 179 (2007)). En el documento UFT 92 se desarrolló la teoría para la ley de Coulomb en coordenadas radiales. El más influyente de estos documentos iniciales de la teoría ECE fue el UFT 107, que aplicó la resonancia de conexión de espín al generador de disco de Faraday, utilizando el concepto de espaciotiempo en rotación. Se demostró que, en resonancia, el potencial vectorial se dispara al infinito, y esto pareció dar una explicación cualitativa plausible de resonancia observada experimentalmente en un generador de disco de Faraday con frecuencia variable.

En estos primeros documentos no se habían inferido todavía las leyes de antisimetría de la teoría ECE, pero se definieron varios tipos de resonancia de conexión de espín. Como ya se explicó en este libro, las leyes de antisimetría dan la posibilidad de muchas más resonancias e infinitos, dando así amplio apoyo a los datos experimentales del grupo de Alex Hill (www.et3m.net). Posteriormente, Eckardt y Lindstrom desarrollaron el tema de resonancia de conexión de espín, y un relato de estos desarrollos se incluye en una parte posterior de este capítulo. El punto esencial en todos estos desarrollos es que la resonancia de conexión de espín sólo ocurre en una teoría de relatividad general aplicada al electromagnetismo. La teoría continuó su desarrollo hasta que llegó al nivel descrito en el documento UFT 259, en el que se incorpora la densidad de corriente de carga, la cual recibe un significado geométrico, y en donde las leyes de antisimetría pudieron incorporarse para dar lugar a una resonancia de conexión de espín de un modo más sencillo que en los

documentos previos. Esto es un caso típico en el desarrollo de la teoría ECE, en el que la teoría se simplificó y clarificó durante el transcurso de los 260 documentos técnicos elaborados a la fecha. Las etapas más recientes de desarrollo se resumen convenientemente en el análisis de la ley de Coulomb, utilizando la densidad de carga eléctrica definida por:

$$\rho^a = \epsilon_0 (\boldsymbol{\omega}^{a_b} \cdot \mathbf{E}^b - c\mathbf{A}^b \cdot \mathbf{R}^{a_b}(\text{orb})) \quad (7.28)$$

donde ϵ_0 es la permitividad en el vacío, $\boldsymbol{\omega}^{a_b}$ es el vector de conexión de espín, \mathbf{E}^b es la fuerza de campo eléctrico, c es la constante universal conocida como la velocidad de la luz en el vacío, y \mathbf{R}^{a_b} es la parte orbital del vector de curvatura. Como ya se explicó en este libro, la fuerza de campo eléctrico es:

$$\mathbf{E}^a = -c \nabla A^{a_0} - \frac{\partial \mathbf{A}^a}{\partial t} - c\omega^{a_0b}\mathbf{A}^b + cA^{b_0}\boldsymbol{\omega}^{a_b} \quad (7.29)$$

donde el 4-potencial se define mediante:

$$A^a{}_\mu = (A^{a_0}, -\mathbf{A}^a) = \left(\frac{\varphi^a}{c}, -\mathbf{A}^a \right) \quad (7.30)$$

donde φ^a es el potencial escalar. La densidad de corriente eléctrica se define mediante:

$$\mathbf{J}^a = \epsilon_0 c (\omega^{a_0b}\mathbf{E}^b - cA^{b_0}\mathbf{R}^{a_b}(\text{orb}) + c\boldsymbol{\omega}^{a_b} \times \mathbf{B}^b - c\mathbf{A}^b \times \mathbf{R}^{a_b}(\text{spin})) \quad (7.31)$$

donde $\mathbf{R}^{a_b}(\text{spin})$ es la parte de espín del vector de curvatura y donde \mathbf{B}^b es la densidad de flujo magnético.

Como se comentó en el documento UFT 259, las ecuaciones de electrostática en la teoría ECE son

$$\nabla \cdot \mathbf{E}^a = \boldsymbol{\omega}^{a_b} \cdot \mathbf{E}^b \quad (7.32)$$

$$\omega^{a_0b} \cdot \mathbf{E}^b = \varphi^b \mathbf{R}^{a_b}(\text{orb}) \quad (7.33)$$

$$\boldsymbol{\omega}^{a_b} \times \mathbf{E}^b + \varphi^b \mathbf{R}^{a_b}(\text{spin}) = \mathbf{0} \quad (7.34)$$

$$\mathbf{E}^a = -\nabla\varphi^a + \varphi^b \boldsymbol{\omega}^{a_b} \quad (7.35)$$

Con el objeto de obtener resonancia de conexión de espín, la Ec. (7.32) debe extenderse a:

$$\nabla \cdot \mathbf{E}^a = \boldsymbol{\omega}^{a_b} \cdot \mathbf{E}^b - c\mathbf{A}^b (\text{vac}) \cdot \mathbf{R}^{a_b} (\text{orb}) \quad (7.36)$$

donde \mathbf{A}^b es el potencial en el vacío de la teoría ECE. El campo eléctrico estático es:

$$\mathbf{E}^a = -\nabla\varphi^a + \varphi^b \boldsymbol{\omega}^{a_b} \quad (7.37)$$

de manera que a partir de las Ecs. (7.36) y (7.37) :

$$\nabla^2\varphi^a + \boldsymbol{\omega}^{a_b} \cdot \boldsymbol{\omega}^{b_c} \varphi^c = \nabla \cdot \varphi^b \boldsymbol{\omega}^{a_b} + \boldsymbol{\omega}^{a_b} \cdot \nabla\varphi_b + c\mathbf{A}_b (\text{vac}) \cdot \mathbf{R}^{a_b} (\text{orb}) . \quad (7.38)$$

La ley de antisimetría de la teoría ECE significa que:

$$-\nabla\varphi^a = \varphi^b \boldsymbol{\omega}^{a_b} \quad (7.39)$$

lo cual conduce a la ecuación de resonancia de Euler Bernoulli:

$$\nabla^2\varphi^a + (\boldsymbol{\omega}^{a_b} \cdot \boldsymbol{\omega}^{b_c}) \varphi^c = \frac{1}{2} c\mathbf{A}^b (\text{vac}) \cdot \mathbf{R}^{a_b} (\text{orb}) \quad (7.40)$$

una resonancia de conexión de espín no amortiguada. El lado izquierdo de la ecuación contiene el término de la ley de Hooke, mientras que el lado derecho es el término impulsor que se origina en un potencial del vacío. No importa cuán pequeño pueda ser este término, puede ampliarse significativamente mediante resonancia no amortiguada, confirmando el resultado de Alex Hill de otra manera. Esta es la teoría más completa de la resonancia de la ley de Coulomb a la fecha.

Denotando:

$$\rho^a (\text{vac}) = \frac{\epsilon_0 c}{2} \mathbf{A}^b (\text{vac}) \cdot \mathbf{R}^{a_b} (\text{orb}) \quad (7.41)$$

la ecuación deviene:

$$\nabla^2 \varphi^a + (\omega^a_b \cdot \omega^b_c) \varphi^c = \frac{\rho^a(\text{vac})}{\epsilon_0}. \quad (7.42)$$

el lado izquierdo de la ecuación es una propiedad de campo, mientras que el lado derecho es una propiedad del vacío ECE. En el caso más sencillo:

$$\nabla^2 \varphi + \omega^2_0 \varphi = \frac{\rho^a(\text{vac})}{\epsilon_0} \quad (7.43)$$

y produce resonancia no amortiguada si el término impulsor es oscilatorio, tal como ya se ha descrito en este libro.

7.3 Reacciones Nucleares de Baja Energía (RNBE).

Esta es una fuente de nueva energía muy prometedora, siendo el dispositivo más conocido el reactor de Rossi, recientemente adquirido para su comercialización. Nuevamente el modelo establecido del electromagnetismo no cuenta con una explicación coherente para este fenómeno, en el cual ocurre fusión nuclear en un sencillo aparato con liberación de calor aprovechable. Alguno de los dispositivos utilizados para producir este calor son bien conocidos y disponibles en todo detalle. La técnica se ha visto sujeta a numerosas evaluaciones independientes y verificaciones de repetitividad y reproducibilidad. Inicialmente, se conocía como fusión fría, descubierta en forma célebre, en 1989, por Pons y Fleischmann, en la Universidad de Utah. Sus descubrimientos fueron inicialmente apoyados por el estado de Utah. Fue difícil inicialmente demostrar que la fusión fría era reproducible y repetible, de manera que se inició un largo debate que aún perdura. Sin embargo, la técnica de RNBE se está comercializando, y sujeta al control del calor producido, estará disponible para uso domiciliario.

Los dispositivos de RNBE ya se están utilizando para aplicaciones militares y de otro tipo, y se han visto sujetos a las evaluaciones y certificaciones habituales. Algunos departamentos académicos también se dedican a RNBE, y muchas conferencias, publicaciones y noticiarios se dedican al tema. En el Departamento de Economía de la Universidad de Utah, se están desarrollando modelos para evaluar el efecto de las RNBE en las futuras economías. La disponibilidad de energía barata y limpia constituye un prerrequisito para el crecimiento económico. Stephen Bannister, por ejemplo, está preparando una tesis doctoral sobre este tema en el Departamento de Economía de la Universidad de Utah, una tesis que compara la primera revolución industrial en la Gran Bretaña con la segunda revolución industrial que se espera ocurra como resultado de las



Fig. 7.1 Los doctores Stanley Pons y Martin Fleischmann, en la Universidad de Utah, en 1989.

tecnologías de energía descritas en este capítulo. Durante una de estas conferencias, hace aproximadamente año y medio, a uno de los autores de este libro (MWE) le fue solicitado el desarrollo de una explicación teórica para las reacciones nucleares de baja energía en términos de la teoría ECE, con el objeto de desarrollar una estructura sólida y coherente para su desarrollo dentro del marco de una teoría del campo unificado. Existen muchas teorías acerca de las RNBE, pero no existe consenso respecto de los orígenes de la energía necesaria para provocar una reacción nuclear en un sencillo aparato de laboratorio.

La respuesta inicial a esta solicitud fue la elaboración del documento UFT 226, publicado en el portal www.aias.us, en el que se desarrolló una teoría general de colisiones entre partículas. Estos se analizan brevemente en esta sección.

Consideremos dos partículas con los 4-momentos p^μ y p_1^μ :

$$p^\mu = \left(\frac{E}{c}, \mathbf{p} \right), p_1^\mu = \left(\frac{E_1}{c}, p_1 \right). \quad (7.44)$$

en la prescripción mínima en el nivel semi clásico, la coalición entre estas partículas se describe mediante:

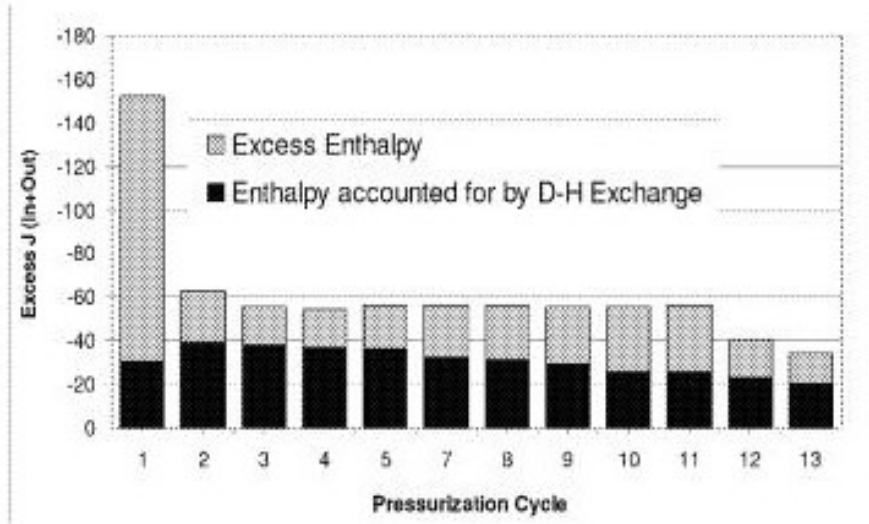


Fig.7.2 Gráfica de excesos no explicados de energía liberada durante una serie de reacciones entre deuterio e hidrógeno en presencia de un catalizador metálico, extraída de la patente US Pat. 9,182,365 B2, otorgada al Laboratorio de la Armada de los Estados Unidos de América el 11/10/2015.

$$p^\mu \rightarrow p^\mu + p^\mu_1 \quad (7.45)$$

$$E \rightarrow E + E_1 \quad (7.46)$$

$$\mathbf{p} \rightarrow \mathbf{p} + \mathbf{p}_1 \quad (7.47)$$

donde E es la energía relativista:

$$E = \gamma mc^2 \quad (7.48)$$

y \mathbf{p} es el momento relativista:

$$\mathbf{p} = \gamma m \mathbf{v}. \quad (7.49)$$

el factor de Lorentz se define mediante:

$$\gamma = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} \quad (7.50)$$

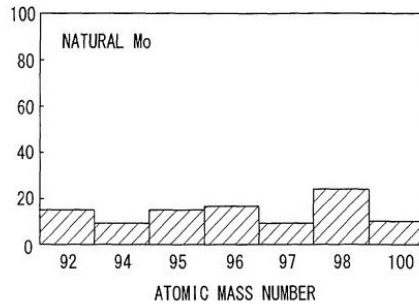


FIG. 16

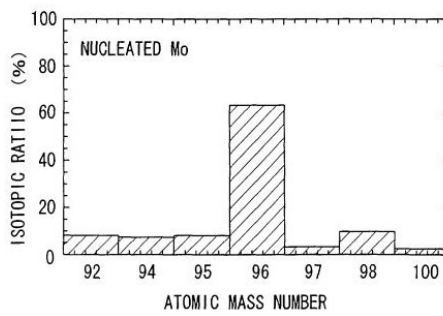


Fig. 7.3 Gráficas de distribución de isótopos en una misma muestra de molibdeno natural, antes y después de verse sometida a contacto con deuterio en una celda electrolítica acuosa de laboratorio, extraídas de la patente europea EP 1202 290 A2, asignada a Mitsubishi Heavy Industries con fecha 2/5/2002. Esta aplicación de RNBE permitiría, por ejemplo, transmutar isótopos altamente radiactivos y de larga vida, presentes en desechos nucleares, en isótopos de baja radiactividad y corta vida, reduciéndose así la peligrosidad de los mismos.

donde v es la velocidad de una partícula de masa m , y donde c es la velocidad de la luz en el vacío. La Ec. (7.49) implica la ecuación de campo de Einstein:

$$E^2 = p^2c^2 + m^2c^4 \tag{7.51}$$

la cual puede escribirse como:

$$E^2 - m^2c^4 = (E - mc^2)(E + mc^2) = c^2p^2. \quad (7.52)$$

A partir de las Ecs. (7.45) y (7.51):

$$(E + E_1)^2 = c^2 (p + p_1)^2 + m^2c^4 \quad (7.53)$$

que es la clásica descripción relativista de interacción entre partículas en la prescripción mínima. A partir de la Ec. (7.53):

$$(E + E_1)^2 - m^2c^4 = c^2 (p + p_1)^2 \quad (7.54)$$

de manera que la energía cinética relativista es:

$$T = E + E_1 - mc^2 = \frac{c^2(p + p_1)^2}{E + E_1 + mc^2} \quad (7.55)$$

Esta energía cinética es un límite de la ecuación del fermión de la teoría ECE, que se deduce a partir de la geometría de Cartan utilizada en este libro. Los conceptos de masa de partícula m y m_1 son límites del factor R más general de la ecuación de onda de la teoría ECE, descrito en los documentos UFT 181 y UFT 182.

Luego de una serie de aproximaciones descritas en el documento UFT 226, similares a aquellas utilizadas en la deducción del ecuación del fermión descrita en este libro, la energía E puede expresarse como:

$$E = \frac{c^2(p + p_1)^2}{E_1 + 2mc^2} + mc^2 \quad (7.56)$$

y la energía cinética es:

$$T = E + E_1 - mc^2 \sim E - mc^2. \quad (7.57)$$

con objeto de cuantificar la teoría, se utiliza la ecuación del fermión, tal como se describe en el documento UFT 226, para dar el operador hamiltoniano:

$$H\psi = (H_1 + H_2) \psi \quad (7.58)$$

donde:

$$H_1\psi = \frac{1}{2m}(\boldsymbol{\sigma} \cdot (-i\hbar\nabla + \mathbf{p}_1) \boldsymbol{\sigma} \cdot (-i\hbar\nabla + \mathbf{p}_1)) \psi \quad (7.59)$$

y

$$H_2\psi = -\boldsymbol{\sigma} \cdot (-i\hbar\nabla + \mathbf{p}_1) \frac{1}{E_1 + 4mc^2} (-i\hbar\nabla + \mathbf{p}_1) \psi. \quad (7.60)$$

En la Ec. (7.58):

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{p} + \mathbf{p}_1) \boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{p} + \mathbf{p}_1) = p^2 + p_1^2 + \mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p} + \mathbf{p} \cdot \mathbf{p}_1 + i\boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{p}_1 \times \mathbf{p} + \mathbf{p} \times \mathbf{p}_1) \quad (7.61)$$

de manera que el primer tipo de hamiltoniano deviene:

$$H_1 = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + \frac{\hbar p_1^2}{2m} + \frac{i\hbar}{2m} (\mathbf{p}_1 \cdot \nabla + \nabla \cdot \mathbf{p}_1) + \frac{\hbar}{2m} \boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{p}_1 \times \nabla + \nabla \times \mathbf{p}_1) \quad (7.62)$$

y opera sobre la función de onda para dar *eigen* valores de energía. Tal como se describe en el documento UFT 226, el operador hamiltoniano puede simplificarse para dar:

$$H_1 = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + \frac{p_1^2}{2m} + \frac{i\hbar}{2m} (\nabla \cdot \mathbf{p}_1 + 2\mathbf{p}_1 \cdot \nabla) + \frac{\hbar}{2m} \boldsymbol{\sigma} \cdot \nabla \times \mathbf{p}_1. \quad (7.63)$$

en el formato covariante generalizado de esta teoría, el concepto de masa se generaliza a curvatura R utilizando la ecuación de Hamilton Jacobi:

$$(p^\mu - \hbar\kappa^\mu)(p^\mu - \hbar\kappa^\mu) = m_0^2 c^2 \quad (7.64)$$

como en el documento UFT 182 publicado en el portal www.aias.us . La Ec. (7.64) puede expresarse como:

$$p^\mu p_\mu = \hbar^2 R_1 + m_0^2 c^2. \quad (7.65)$$

Utilizando esta teoría es posible considerar el 4-momento p^μ_1 de la partícula 1 interactuando con una onda de materia 2 definida por el vector onda κ^μ_2 . La partícula 1 también es una onda de materia:

$$p^\mu_1 = \hbar^2 \kappa^\mu_1. \quad (7.66)$$

En el documento UFT 182 se mostró que la interacción se describe mediante:

$$\left(\square + R_2 + \left(\frac{m_{10} c}{\hbar} \right)^2 \right) \psi_1 = 0 \quad (7.67)$$

donde el parámetro R_2 es:

$$R_2 = \left(\frac{m_2 c}{\hbar} \right)^2 \quad (7.68)$$

y donde el concepto de masa interactuante se define como:

$$m_2 = \frac{\hbar}{c} \left(2 \left(\frac{\omega_1 \omega_2}{c^2} - \kappa_1 \kappa_2 \right) - \left(\frac{\omega_2^2}{c^2} - \kappa_2^2 \right) \right)^{1/2}. \quad (7.69)$$

por lo tanto, en esta teoría ECE general es posible pensar en un cuanto de espaciotiempo siendo absorbido durante una reacción RNBE. Esta idea generaliza el concepto de Planck de energía de fotón a energía de partícula. Una reacción nuclear de baja energía puede ejemplificarse como sigue:



Aquí, ${}^{64}\text{Ni}$ tiene 36 neutrones y 28 protones, y ${}^{63}\text{Cu}$ tiene 34 neutrones y 29 protones. De manera que ${}^{64}\text{Ni}$ se transmuta a ${}^{63}\text{Cu}$ con la liberación de dos neutrones. La teoría debe explicar por qué esta reacción nuclear ocurre. El níquel se transmuta a cobre con la liberación de calor aprovechable, y es posible lograr llevar a cabo esta reacción en un sencillo aparato de laboratorio. No requiere de la gran cantidad de gasto en investigación convencional de fusión nuclear. Utilizando la teoría de esta sección, la masa interactuante es:

$$m = \frac{\hbar}{c} \left(\frac{\omega_2^2}{c^2} - \kappa^2 \right)^{1/2} \quad (7.71)$$

y la masa total del átomo de níquel durante la interacción aumenta a:

$$M = (m^2 + m_0^2)^{1/2} \quad (7.72)$$

con una energía concomitante:

$$E_0 = Mc^2 \quad (7.73)$$

de manera que se lleva a cabo una reacción nuclear, una reacción de tipo RNBE.

Ésta es una sencilla teoría inicial, que es una explicación plausible de las RNBE. En el documento UFT 227 se consideró una teoría más general para desarrollar una expresión para la masa M de un núcleo fusionado cuando los reactantes 1 y 2 generan los productos 3 y 4. El momento de energía se conserva como sigue:

$$p^{\mu}_1 + p^{\mu}_2 = p^{\mu}_3 + p^{\mu}_4. \quad (7.74)$$

Tal como se mostró en el documento UFT 227, esta ecuación puede expresarse como:

$$(E_1 + E_2)^2 - (\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2) \cdot (\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2) = M^2 c^4 \quad (7.75)$$

donde:

$$M^2 = m^2_1 + m^2_2 + 2m_1 m_2 (\gamma_1 \gamma_2 - (\gamma_1^2 - 1)^{1/2} (\gamma_2^2 - 1)^{1/2} \cos \theta) \quad (7.76)$$

en donde el ángulo θ se define como

$$(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2) \cdot (\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2) = p^2_1 + p^2_2 + 2p_1 p_2 \cos \theta. \quad (7.77)$$

En el límite no relativista:

$$v_1 \ll c, \quad v_2 \ll c \quad (7.78)$$

La Ec. (7.76) deviene:

$$M^2 = m_1^2 + m_2^2 + 2m_1m_2 = (m_1 + m_2)^2 \quad (7.79)$$

de manera que en este límite M es la suma de m_1 y m_2 . De lo contrario, existe una discrepancia de masa o diferencia:

$$\Delta m = (m_1^2 + m_2^2 - M^2)^{1/2} \quad (7.80)$$

que da origen a la energía liberada en la fusión nuclear o calor y luz.

Esta teoría relativista clásica se cuantizó en el documento UFT 227, utilizando la ecuación del fermión para la fusión de dos átomos, 1 y 2. Las fuerzas nucleares fuertes de atracción se indican como V_1 y V_2 , y su suma es:

$$V = V_1 + V_2. \quad (7.81)$$

y su masa fusionada es M . La suma vectorial de sus momentos relativistas es:

$$E = E_1 + E_2 \quad (7.82)$$

la energía relativista total de los núcleos 1 y 2 es:

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2. \quad (7.83)$$

La ecuación del fermión para esta reacción de fusión nuclear es:

$$((E - V) + c\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}) \varphi^L = Mc^2 \varphi^R \quad (7.84)$$

$$((E - V) + c\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}) \varphi^R = Mc^2 \varphi^L \quad (7.85)$$

la cual puede desarrollarse como una ecuación de tipo Schroedinger:

$$H\psi = E\psi \quad (7.86)$$

donde el operador hamiltoniano es:

$$H = H_1 + H_2 \quad (7.87)$$

donde:

$$H_1 = Mc^2 + V - \frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} \quad (7.88)$$

y:

$$H_2 = \frac{1}{4M^2 c^2} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} V \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} \quad (7.89)$$

dando los niveles de energía nuclear.

En el documento UFT 227, se utilizó el conocido potencial de Woods Saxon para modelar la Ec. (7.86). Viene descrito por:

$$V = -V_0 \left(1 + \exp \left(\frac{r-R}{a} \right) \right)^{-1} \quad (7.90)$$

donde V_0 es la profundidad del pozo del potencial, a es el espesor de la superficie del núcleo, y R es el radio nuclear. Puede aproximarse un poco mediante el potencial del oscilador armónico:

$$V = \frac{1}{2} kr^2 - V_0 \quad (7.91)$$

donde k es la constante del resorte de la ley de Hooke, de manera que la Ec. (7.86) deviene:

$$H_1 \psi = - \left(\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + \frac{1}{2} kr^2 + Mc^2 - V_0 \right) \psi. \quad (7.92)$$

Los niveles de energía nuclear del núcleo fusionado en esta aproximación son los conocidos niveles de energía del oscilador armónico:

$$E = \left(n + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega \quad (7.93)$$

donde:

$$n = 0, 1, 2, \dots \quad (7.94)$$

y donde:

$$\omega = \left(\frac{k}{M} \right)^{1/2} \quad (7.95)$$

En un primer grado de aproximación, tal como se describió en el documento UFT 227, la fuerza atractiva nuclear fuerte puede expresarse como:

$$\mathbf{F}_N \sim \frac{1}{4a} \left(1 - \frac{r-R}{a} \right) \mathbf{e}_r \quad (7.96)$$

y la energía de órbita de espín de la ecuación del fermión nuclear (7.86) es:

$$H_{so}\psi = \frac{\hbar^2}{16M^2c^2a^2} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{L} \psi. \quad (7.97)$$

la energía de órbita de espín puede utilizarse para explicar muchas características de la física nuclear y es su propiedad más importante.

Los niveles de energía del núcleo fusionado se encuentran en estados excitados, y el núcleo se desintegra para dar los productos 3 y 4 acompañados por energía:

$$\Delta E_0 = (m_1 + m_2 - M) c^2 \quad (7.98)$$

En el documento UFT 228 se introdujo el concepto de tunelación cuántica mediante la ecuación de energía de Einstein:

$$E^2 = p^2c^2 + m^2c^4 \quad (7.99)$$

como

$$E = \gamma mc^2 = \frac{1}{\gamma m} (p^2 + m^2 c^2) . \quad (7.100)$$

La Ec. (7.100) deviene la ecuación de Schroedinger:

$$H\psi = E\psi \quad (7.101)$$

con el hamiltoniano:

$$H = \frac{1}{\gamma m} + m^2 c^2 \quad (7.102)$$

y los niveles de energía:

$$E = \gamma mc^2. \quad (7.103)$$

Se deduce entonces que:

$$p^2 \psi = - \hbar^2 \nabla^2 \psi = m^2 c^2 (\gamma^2 - 1) \psi. \quad (7.104)$$

El 4-momento se define mediante:

$$p^\mu = i \hbar \partial^\mu = \hbar \kappa^\mu \quad (7.105)$$

donde:

$$p^\mu = \left(\frac{E}{c}, \mathbf{p} \right), \quad (7.106)$$

$$\partial^\mu = \left(\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t}, -\nabla \right), \quad (7.107)$$

$$\kappa^\mu = \left(\frac{\omega}{c}, \boldsymbol{\kappa} \right). \quad (7.108)$$

Aquí, ω es la frecuencia de la onda de materia, y κ es el número de onda. Por lo tanto:

$$p^2\psi = \hbar^2\kappa^2\psi = m^2c^2(\gamma^2 - 1)\psi = \left(\frac{E^2}{c^2} - m^2c^2\right)\psi. \quad (7.109)$$

Para una onda/partícula:

$$\kappa = \frac{mc}{\hbar}(\gamma^2 - 1)^{1/2}. \quad (7.110)$$

Para los propósitos del desarrollo de la teoría de la tunelación cuántica, denotamos:

$$k = \frac{mc}{\hbar}(\gamma^2 - 1)^{1/2} \quad (7.111)$$

En presencia de la energía potencial V , el operador (7.102) deviene:

$$H = \frac{1}{\gamma m} (p^2 + m^2c^2 + V) \quad (7.112)$$

de manera que:

$$p^2\psi = (\gamma m (E - V) - m^2c^2)\psi \quad (7.113)$$

y

$$\kappa^2 = \frac{1}{\hbar^2} (\gamma m (E - V) - m^2c^2). \quad (7.114)$$

En la teoría de la tunelación cuántica $E < V$, de manera que

$$E - V < 0. \quad (7.115)$$

Definimos:

$$\kappa = \frac{1}{\hbar} (\gamma m (V - E))^{1/2} . \quad (7.116)$$

Denotando el número de onda en reposo como:

$$\kappa_0 = \frac{mc}{\hbar} \quad (7.117)$$

y llegamos a la definición:

$$\kappa^2 + \kappa_0^2 = \frac{\gamma m}{\hbar^2} (V - E) . \quad (7.118)$$

La Ec. (7.111) puede expresarse como:

$$\kappa^2 + \kappa_0^2 = \gamma^2 \frac{mc^2}{\hbar} \quad (7.119)$$

de manera que:

$$\frac{p^2}{2m} \psi = \frac{mc^2}{2} (\gamma^2 - 1) \psi . \quad (7.120)$$

En el límite cuántico no relativista, tal como se demuestra en el documento UFT 228:

$$\nabla^2 \psi = - \left(\frac{2mE}{\hbar^2} \right) \psi \quad (7.121)$$

dando el coeficiente de transmisión:

$$T = 8\kappa^2 k^2 ((k^2 + \kappa^2) \cosh(4\kappa a) - (\kappa^4 + k^4 - 6\kappa k))^{-1} , \quad (7.122)$$

para un potencial de tipo:

$$V = 0 \quad , \quad x < -a, \quad (7.123)$$

$$V = V_0, \quad -a < x < a,$$

$$V = 0, \quad x > a,$$

$$E < V_0,$$

en donde:

$$k^2 = 2mE/\hbar^2, \quad E = mc^2 \frac{\gamma^2 - 1}{2}, \quad (7.124)$$

$$\kappa^2 = 2m(V_0 - E)/\hbar^2, \quad E = mc^2 \frac{\gamma^2 - 1}{2}.$$

En un análisis gráfico el coeficiente de transmisión T de la Ec. (7.122) se ha calculado para la barrera rectangular (7.123). El coeficiente depende de vectores de onda k y κ y un semi espesor de barrera a . En la Fig. 7.1, se han variado tanto a como k . Puede concluirse que T se encuentra a un máximo cuando tanto ka como κ son mínimos; esto corresponde a ondas cuánticas con la mínima energía.

Dado que k y κ dependen de la energía E y de la altura del pozo de potencial V_0 (ver Ec. (7.124)), resulta más concluyente estudiar la dependencia respecto de estos parámetros. Para una combinación de parámetros especiales, T es bastante alta en la región prohibida, demostrando el comportamiento de tunelación de la mecánica cuántica. Esto se representa gráficamente en la Fig. 7.2, en una representación en 3D.

La probabilidad de tunelación disminuye drásticamente cuando se incrementan ligeramente las masas. La masa es un parámetro muy sensitivo. Esto puede observarse a partir de la Fig. 7.3, donde se ha representado gráficamente la dependencia de T respecto de la masa con una razón de velocidades relativista v/c como parámetro de curva. Para $v \rightarrow c$ el coeficiente de transmisión se degenera en una función delta para $m = 0$.

Utilizando este análisis se encuentra que el factor individual más importante es la masa de la partícula entrante. El ingrediente adicional dado por la teoría ECE es la posibilidad de incrementar la teoría de tunelación cuántica establecida por absorción resonante de cuantos de energía del espaciotiempo - es decir, energía del espaciotiempo.

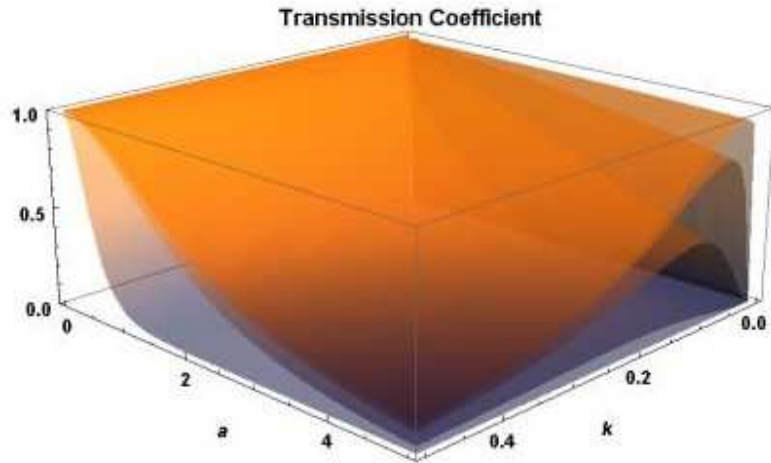


Figura 7.1: Coeficiente de transmisión $T(k, a)$ para cinco valores de κ .

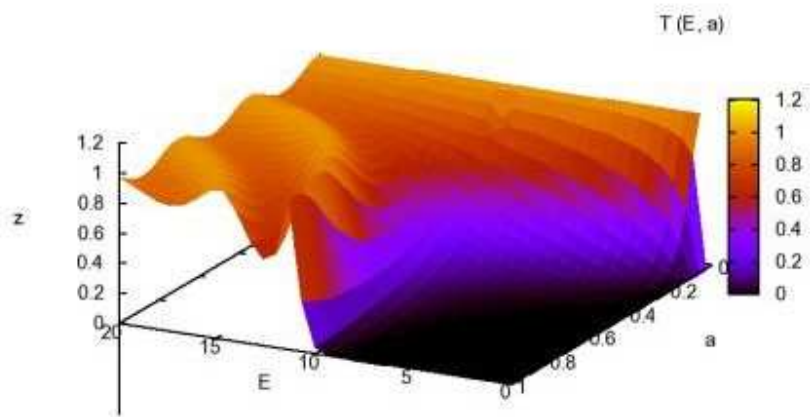


Figura 7.2: Coeficiente de transmisión $T(E, a)$ para $m = \hbar = 1$, $V_0 = 10$.

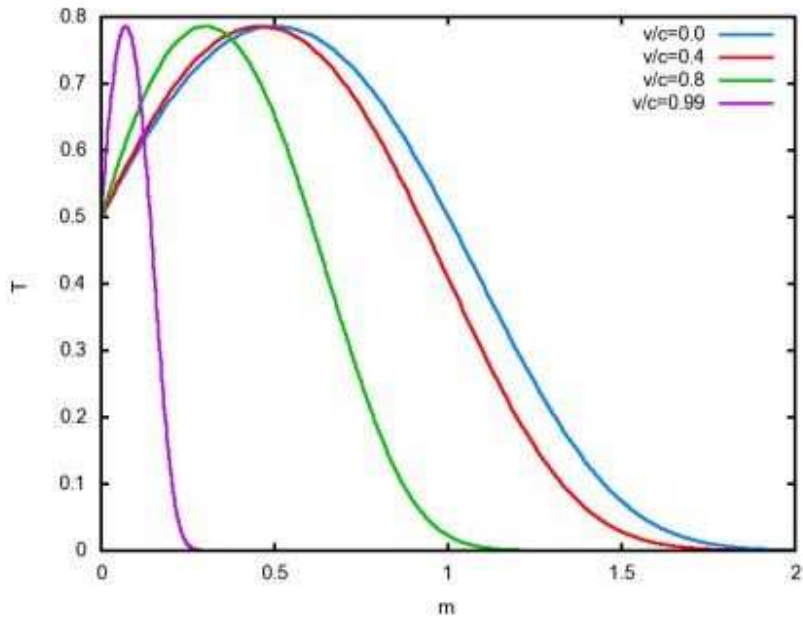


Figura 7.3: Dependencia respecto de la masa del coeficiente de transmisión relativista $T(m)$ para tunelación electrón-electrón, la masa del electrón es $m = 1$.

Capítulo 8

Cosmología ECE.

8.1 Introducción

La astronomía es una de las ciencias más antiguas, y se ha transformado en un área de estudio muy precisa. Esta ciencia comenzó a desarrollarse como tema de investigación cuando Johannes Kepler comenzó a analizar las observaciones acerca de la órbita de Marte obtenidas por Tico de Brahe, y que resultaron en el desarrollo de tres leyes planetarias, las cuales Newton posteriormente redujo a la ley de la gravitación universal y a la equivalencia entre la masa gravitacional y la masa inercial. La célebre dinámica newtoniana se desarrolló para incluir movimientos rotacionales en marcos de referencia no inerciales, a través de los trabajos de Euler, Bernoulli, Coriolis y otros, y Laplace desarrolló su elegante mecánica celeste. Lagrange desarrolló el tema de la dinámica a partir de una perspectiva diferente, y utilizando conceptos más generales que luego tomó Hamilton para producir las ecuaciones que llevan su nombre y la idea del hamiltoniano. Este último se transformó en la base de la mecánica cuántica. La teoría orbital puede desarrollarse de una manera elegante a través de la idea del lagrangiano y las ecuaciones de Euler Lagrange. Por ejemplo, la conservación del momento angular y las ecuaciones de Euler Lagrange pueden emplearse para demostrar que si la órbita de una masa m alrededor de una masa M se observa como poseyendo una forma elíptica, entonces la fuerza entre m y M es inversamente proporcional al cuadrado de

la distancia r entre m y M , la célebre ley del cuadrado de la inversa inferida por Newton. El mismo método también produce las tres leyes de movimiento planetario de Kepler. Sin embargo, el método lagrangiano es más general que el de Newton, porque puede permitir el cálculo de la ley de fuerza para cualquier órbita.

En el siglo XVIII y principios del XIX, se creía que las órbitas de todas las masas m alrededor de una masa M tenían forma elíptica, con un excelente grado de aproximación, con M en un foco de la elipse, de manera que se consideró completado al tema, y fue así que m viajaba siguiendo una trayectoria elíptica. Las órbitas de los planetas podían observarse con precisión, y objetos tales como las galaxias eran desconocidos. De manera que el célebre concepto newtoniano de la gravitación universal se consideraba tan cercano a la perfección como podría desarrollarlo el intelecto humano. La dinámica newtoniana funcionaba para la astronomía y también de regreso en la Tierra. La manzana apócrifa se veía gobernada por la aceleración debida a la gravedad g . La manzana y la Luna eran gobernadas por la misma ley, la gravitación universal.

Sin embargo, los dioses se sienten ofendidos por la pretensión humana de la perfección, y la órbita de un planeta también presenta precesión, la cual consiste en que un punto de la elipse, tal como su perihelio, se mueve hacia adelante con cada órbita. En la dinámica newtoniana, la órbita elíptica no se mueve hacia adelante si uno considera sólo a m , a M y a la fuerza entre las mismas. A partir de observaciones astronómicas precisas llevadas a cabo por antiguos astrónomos, la precesión del perihelio se conocía desde mucho antes de la época de Newton. Durante su época, el siglo XVII, se creía que este efecto era provocado por la atracción gravitacional de otros planetas. Se trata de un efecto muy pequeño, de manera que no se pensaba que se debía a falla alguna en la ley de gravitación universal de Newton. Cuando el intelecto humano desarrolla algo que considera perfecto, no se permite que los datos obstaculicen el camino, y forma parte de la naturaleza humana el amarrarse a una teoría aún cuando los datos experimentales demuestran que la teoría no es del todo correcta. Algunas veces la teoría está completamente equivocada pero siempre ha dado la ilusión de la verdad. La precesión de las órbitas planetarias puede explicarse sin duda, en gran medida, mediante conceptos newtonianos, pero pareciera existir una pequeña parte de la precesión que no puede explicarse así.

Después del experimento de Michelson y Morley, se cambió por completo el tema de la dinámica, y se introdujo el concepto de la relatividad restringida, como se menciona en el Capítulo 1 de este libro. La dinámica newtoniana y lagrangiana se recuperaron como los límites de la relatividad restringida. Sin embargo, la relatividad restringida se limita a la transformación de Lorentz y a una velocidad constante entre marcos de referencia. Con el objeto de considerar fenómenos de aceleración y efectos similares, se volvía necesaria una nueva relatividad. Un nuevo cambio profundo en el pensamiento sucedió cuando Einstein y otros decidieron basar la dinámica en la geometría. Ésta también fue la idea de Kepler, y se remonta a los antiguos griegos, quienes consideraban a la geometría como la belleza misma, o la belleza perfecta. En realidad, esto significa que la transformación de Lorentz deviene la transformación general de coordenadas. No resulta en absoluto claro a la

intuición humana que el espacio habría de convertirse en parte del tiempo, que las tres dimensiones familiares habrían de abandonarse, y que los conceptos conocidos desarrollados por Euclides habrían de ser reemplazados por una geometría diferente. La idea misma de una geometría diferente había sido considerada sólo por algunos pocos matemáticos hasta alrededor de 1905.

Entre los primeros en considerar semejante geometría estuvo Riemann, a principios del siglo XIX, seguido en la década de 1860 por Christoffel. Estos dos eminentes matemáticos desarrollaron el concepto de la métrica y de la conexión. La métrica es un objeto simétrico por definición, pero la conexión no posee una simetría particular en sus dos índices inferiores, del total de tres. Alrededor de cuarenta años después, Ricci y Levi-Civita desarrollaron el concepto de curvatura del espacio para cualquier número de dimensiones, incluyendo el espaciotiempo de cuatro dimensiones, aquel utilizado por la relatividad restringida. En el campo de la física, Noether estaba llevando a cabo un progreso similar, quien vinculó las leyes de conservación de la física a las leyes de simetría. El campo de la física introdujo el tensor del momento de energía canónico, el cual también es simétrico en sus índices. En las matemáticas, alrededor del año 1900, Levi-Civita definió a la conexión de Christoffel como de carácter simétrico. Esto fue un axioma, o hipótesis, no una demostración rigurosa. En 1900 no se sabía que existiera una propiedad fundamental de cualquier espacio matemático en cualquier número de dimensiones, la torsión.

En 1902, Bianchi infirió una identidad en la que una bien definida suma cíclica de tensores de curvatura desaparece. Esto se conoce como la primera identidad de Bianchi, a partir de la cual puede inferirse la segunda identidad de Bianchi. Las dos identidades de Bianchi también se infirieron en ignorancia de la existencia de la torsión, y utilizando una conexión simétrica. Los ingredientes disponibles para Einstein entre 1905 en 1915 fueron, por lo tanto, la segunda identidad de Bianchi y el Teorema de Noether, considerados como principios fundamentales de la geometría y de la física. Procediendo sobre la antigua base de que la geometría hacía la física, Einstein intentó durante una década alcanzar una ecuación de campo que vinculase los dos conceptos. Esto se publicó finalmente en 1915, y afirma que la segunda identidad de Bianchi es proporcional a la derivada covariante del tensor del momento de energía canónica. Con el beneficio de la mirada retrospectiva, esto constituye un procedimiento excesivamente complicado. Mediante el empleo de la Navaja de Ockham, o principio de la simplicidad, se prefiere una teoría más sencilla, y esa teoría es la teoría ECE. Además, la ecuación de campo de Einstein se obtuvo en ignorancia de la existencia de la torsión. De manera que estaba condenada a fracasar cualitativamente, y así lo ha hecho. La curva de velocidad de una galaxia en espiral demuestra que la teoría de Einstein es incorrecta a nivel cualitativo, es decir por completo. La demostración de esta afirmación se incluye más adelante en este capítulo.

Al principio, la ecuación de campo de Einstein parecía lógica, pero una inspección más cuidadosa indica que contiene una suposición efectuada *a priori*, es decir sólo una suposición. Esta es la suposición de la conexión simétrica efectuada por Levi-Civita quince años antes de que apareciera la ecuación de campo. La segunda identidad de Bianchi, utilizada por Einstein, se apoya en una conexión simétrica, de manera que es

matemáticamente correcta si, y sólo si, la torsión es igual a cero. Sin duda, este hecho era completamente desconocido para Einstein, así como para Levi-Civita y Ricci. El procedimiento utilizado en la deducción de la ecuación de campo de Einstein es la reducción de la segunda identidad de Bianchi a la derivada covariante del tensor de Einstein, el cual es simétrico en sus dos índices inferiores, y que está conformado por una combinación del tensor de Ricci y el escalar de Ricci. Desconocido para Einstein y para todos sus contemporáneos, este procedimiento es correcto si, y sólo si, la torsión es igual a cero. Si la torsión es finita, dicho procedimiento fracasa completamente, tal como se explica en el documento UFT 88 publicado en el portal www.aias.us.

La ecuación de campo fue criticada en forma severa e inmediata por Schwarzschild, en una carta a Einstein fechada en diciembre de 1915, tal como ya se explicó anteriormente en este libro. Además de la suposición de una conexión simétrica, hay otros errores en el primer intento de resolución de su ecuación de campo por parte de Einstein. Schwarzschild resolvió la ecuación utilizando una métrica que no contiene una singularidad. De manera que ya se sabía, en 1915, que no existen los hoyos negros ni el *Big Bang*, conceptos que fueron ridiculizados por Einstein y Hoyle independientemente. La fría verdad es que estos conceptos constituyen simples errores matemáticos. Datos experimentales han demostrado muchas veces, y en forma repetida, que no existe el *Big Bang*, y nunca se han descubierto los hoyos negros. Los dogmáticos simplemente afirman su existencia. La confusión se complicó significativamente a través de la introducción de una métrica atribuida falsamente a Schwarzschild. Esta métrica contiene singularidades o infinitos, de manera que por definición debiera de rechazarse como solución válida de la ecuación de campo de Einstein. Las métricas de Schwarzschild, la verdadera (1915), y la falsa, fracasan completamente en el caso de las galaxias en espiral. Este hecho experimental se ha conocido durante sesenta años. Una pléthora de tales métricas ha sido inferida durante un siglo de trabajo sobre la ecuación de campo de Einstein, pero todas ellas fracasan completamente en virtud del fracaso de la ecuación de campo en las galaxias en espiral, y en virtud del hecho de que todas ellas desprecian la torsión (M. W. Evans, S. J. Crothers, H. Eckardt y K. Pendergast, *Criticisms of the Einstein Field Equation*, referido en el Capítulo 1).

La existencia de la torsión constituye una piedra fundamental en la teoría ECE, que se lanzó desde 2003 para reconstruir la relatividad general utilizando una geometría rigurosamente correcta, una que no contiene suposiciones. De manera que resulta esencial demostrar que la torsión no puede descartarse en cualquier geometría válida. En la geometría de Cartan, utilizada en la teoría ECE, la torsión queda definida por la primera ecuación estructural de Maurer Cartan, inferida en la década de 1920. Este procedimiento ya ha sido explicado previamente en este libro, y el fundamento de la cosmología ECE y de la teoría del campo unificado es que la torsión y la curvatura son idénticamente distintos de cero en cualquier geometría válida. La razón es que ambas se generan a través del conmutador de derivadas covariantes actuando sobre cualquier tensor en cualquier espacio de cualquier número de dimensiones. Siempre se generan simultáneamente, y el conmutador siempre produce las dos ecuaciones estructurales de Cartan simultáneamente. El conmutador siempre produce el tensor de torsión como la diferencia entre dos

conexiones antisimétricas, de manera que la antisimetría de la conexión es la antisimetría del conmutador.

Una conexión simétrica produce un conmutador simétrico que desaparece, y una conexión simétrica significa que la torsión desaparece. Esto significa que la curvatura desaparece si lo hace la torsión, porque la torsión y la curvatura siempre se producen simultáneamente a través del conmutador. Un conmutador nulo significa una torsión nula y una curvatura nula, de manera que una conexión simétrica significa una torsión nula Y TAMBIEN una curvatura nula. El procedimiento incorrecto utilizado por la relatividad general einsteiniana es el omitir el tensor de torsión, y suponer que el conmutador produce solamente la curvatura. Esto constituye, en la actualidad, un disparate matemático que se ha vuelto un dogma. El hecho de que la torsión siempre existe significa que la primera y segunda identidades de Bianchi cambian completamente su estructura. La primera identidad de Bianchi deviene la identidad de Cartan, mientras que la segunda identidad de Bianchi deviene la ecuación dada en el Capítulo 1. Estos errores matemáticos resultan obvios en retrospectiva, y se complicaron aún más a través de la ilusión de exactitud de la teoría de Einstein al aplicarla en el Sistema Solar. En la Sección 8.2 se incluye la explicación correcta de la desviación de la luz por causa de la gravitación en términos de la conexión de espín de la teoría ECE, la cual también es capaz de dar una explicación satisfactoria para la curva de velocidad de una galaxia en espiral. Actualmente, tanto la teoría ECE como la de Einstein tienen influencia en el mundo de la ciencia, pero errores obvios y drásticos en el campo de la geometría no pueden permanecer indefinidamente sin que se busque un remedio. El objetivo fundamental de la teoría ECE es el de mejorar sobre las ideas utilizadas por Einstein y sus contemporáneos, ideas que se remontan a Kepler y a los tiempos antiguos.

8.2 Teoría ECE de Desviación de la Luz por causa de la Gravitación.

Consideremos, como en el documento UFT 215, la velocidad orbital lineal en coordenadas polares cilíndricas (r, θ) :

$$\mathbf{v} = \dot{r}\mathbf{e}_r + r\dot{\theta}\mathbf{e}_\theta \quad (8.1)$$

donde \mathbf{e}_r y \mathbf{e}_θ son los vectores unitarios del sistema polar cilíndrico. El cuadrado de la velocidad es:

$$v^2 = \dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2. \quad (8.2)$$

La precesión de una órbita elíptica puede describirse a través de la ecuación:

$$r = \frac{\alpha}{1 + \epsilon \cos(x\theta)} \quad (8.3)$$

donde x posee un valor cercano a la unidad. En esta ecuación, α es la semi latitud recta y ϵ es la excentricidad. Cuando x adquiere un valor grande, se obtienen algunos resultados matemáticos muy interesantes, el área de estudio de secciones cónicas con precesión que presentan comportamiento fractal, tal como se describe e ilustra en los documentos de la serie UFT publicados en el portal www.ajias.us. Sin embargo, en astronomía el factor x es cercano a la unidad para todas las clases de órbitas con precesión, en el Sistema Solar y en sistemas binarios que exhiben las precesiones más grandes. Cuando x es exactamente igual a uno, se recupera el tema de las secciones cónicas, por ejemplo, la elipse estática, la hipérbola estática y demás.

La cinemática elemental de coordenadas polares planas produce la aceleración:

$$\mathbf{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2) \mathbf{e}_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}) \mathbf{e}_\theta. \quad (8.4)$$

Éste es un resultado general conocido, y escrito en varios documentos de la serie UFT. A partir de la Ec. (8.3) de secciones cónicas con precesión

$$\frac{dr}{d\theta} = \frac{x\epsilon}{\alpha} r^2 \operatorname{sen}(x\theta). \quad (8.5)$$

A partir de dinámica lagrangiana, se sabe que el momento angular orbital conservado es:

$$L = mr^2\dot{\theta} = mr^2 \frac{d\theta}{dt}. \quad (8.6)$$

Por lo tanto:

$$\dot{r} = \frac{dr}{dt} = \frac{dr}{d\theta} \frac{d\theta}{dt} = \frac{xL\epsilon}{m\alpha} \operatorname{sen}(x\theta) \quad (8.7)$$

y a partir de la Ec. (8.6):

$$\dot{\theta} = L / mr^2. \quad (8.8)$$

Las derivadas segundas son:

$$\ddot{r} = \frac{x^2 L^2 \epsilon}{m^2 \alpha r^2} \cos(x\theta) \quad (8.9)$$

y:

$$\ddot{\theta} = -\frac{2 L^2 x \epsilon}{m^2 \alpha r^3} \sin(x\theta) \quad (8.10)$$

y la parte dependiente del ángulo de la aceleración desaparece:

$$r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} = 0. \quad (8.11)$$

La parte radial viene dada por:

$$\ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = \frac{x^2 L^2 \epsilon}{m^2 \alpha r^2} \cos(x\theta) - \frac{L^2}{m^2 r^3}. \quad (8.12)$$

A partir de la Ec. (8.3):

$$\cos(x\theta) = \frac{1}{\epsilon} \left(\frac{\alpha}{r} - 1 \right) \quad (8.13)$$

y la aceleración de un objeto en órbita es:

$$\mathbf{a} = \left(\frac{L}{m} \right)^2 \left(\frac{(x^2 - 1)}{r^3} - \frac{x^2}{\alpha r^2} \right) \mathbf{e}_r. \quad (8.14)$$

La fuerza se define convencionalmente como:

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a}. \quad (8.15)$$

Si no hay precesión entonces:

$$x = 1 \quad (8.16)$$

y la ley de fuerzas se reduce a la ley del cuadrado de la inversa:

$$\mathbf{F} = -\frac{L^2}{m\alpha r^2} \mathbf{e}_r \quad (8.17)$$

Esta es la ley newtoniana del cuadrado de la inversa si:

$$\alpha = \frac{L^2}{MGm^2} \quad (8.18)$$

La misma ley de fuerza se obtiene elegantemente a partir de la dinámica lagrangiana, la cual da la siguiente ecuación para cualquier órbita:

$$\frac{d^2}{d\theta^2} \left(\frac{1}{r} \right) + \frac{1}{r} = -\frac{mr^2}{L} F(r) \quad (8.19)$$

A partir de las Ecs. (8.3) y (8.19):

$$F(r) = \frac{L^2}{M} \left(\frac{x^2 - 1}{r^3} - \frac{x^2}{\alpha r^2} \right) \quad (8.20)$$

que es igual a la Ec. (8.14).

El cuadrado de la velocidad orbital puede, por lo tanto, expresarse como:

$$v^2 = \left(\frac{L}{m\alpha} \right)^2 \left[\frac{2x^2\alpha}{r} - x^2(1 - \epsilon^2) + \frac{\alpha^2}{r^2} (1 - x^2) \right] \quad (8.21)$$

y cuando

$$x = 1 \quad (8.22)$$

se obtiene la ecuación kepleriana para la velocidad lineal orbital:

$$v^2 \longrightarrow \left(\frac{L}{m\alpha}\right)^2 \left[\frac{2\alpha}{r} - (1 - \epsilon^2)\right] \quad (8.23)$$

verificando así que la teoría es correcta y consistente. A la distancia R_0 de máxima aproximación de m a M en una órbita:

$$R_0 = \frac{\alpha}{1 + \epsilon} \quad (8.24)$$

de manera que la Ec. (8.21) deviene:

$$v^2 = \frac{L^2}{R_0 m^2} \left[\frac{x^2}{\alpha} (1 + \epsilon^2) - \frac{(x^2 - 1)}{R_0} \right] \quad (8.25)$$

y resolviendo para la excentricidad se obtiene:

$$\epsilon = \frac{m^2 \alpha R_0}{L^2 x^2} \left(v^2 - \frac{L^2}{m^2} \frac{(x^2 - 1)}{R_0} \right). \quad (8.26)$$

Esta ecuación puede utilizarse en el problema de determinación del ángulo de desviación de una órbita parabólica de m alrededor de M .

La desviación total para una hipérbola, como en el documento UFT 216, es 2ψ :

$$\Delta\psi = 2\psi = 2 \operatorname{sen}^{-1} \frac{1}{\epsilon} \quad (8.27)$$

donde

$$\psi = \tan^{-1} \frac{a}{b} \quad (8.28)$$

donde a y b son los semi ejes mayor y menor. Por lo tanto:

$$\Delta\psi = 2 \operatorname{sen}^{-1} \frac{1}{\epsilon} = 2 \operatorname{tan}^{-1} \frac{a}{b} \quad (8.29)$$

donde la excentricidad se define mediante:

$$\epsilon = \left(1 + \frac{b^2}{a^2} \right)^{1/2} . \quad (8.30)$$

La semi latitud recta se define mediante:

$$\alpha = \frac{b^2}{a} . \quad (8.31)$$

A la distancia de máxima aproximación de m a M en una órbita hiperbólica:

$$R_0 = \frac{\alpha}{1 + \epsilon} \quad (8.32)$$

de manera que:

$$\cos(x\theta) = 1 \quad (8.33)$$

como en la Ec. (8.24).

para ángulos muy pequeños de desviación, tales como el observado en la desviación por el Sol de la luz desde una fuente muy lejana:

$$\operatorname{sen} \psi \sim \psi = \frac{1}{\epsilon} = \left[\frac{m^2 \alpha R_0}{L^2 x^2} \left(v^2 - \frac{L^2}{m^2} \frac{(x^2 - 1)}{R_0^2} \right) - 1 \right]^{-1} . \quad (8.34)$$

Si v pudiera medirse experimentalmente, puede calcularse m . Para la luz, v es muy cercana a c y m es la masa del fotón. Teóricamente, la masa del fotón puede obtenerse de esta forma. En el límite newtoniano:

$$x = 1 \quad (8.35)$$

y

$$\text{sen } \psi \sim \psi = \frac{1}{\epsilon} = \left[\frac{v^2 m^2 \alpha R_0}{L^2} - 1 \right]^{-1} \quad (8.36)$$

en donde la semi latitud recta newtoniana es

$$\alpha = \frac{L^2}{MGm^2} \quad . \quad (8.37)$$

De manera que se recupera la conocida teoría newtoniana de la desviación orbital:

$$\text{sen } \psi \sim \psi = \frac{1}{\epsilon} = \left(\frac{v^2 R_0}{MG} - 1 \right)^{-1} . \quad (8.38)$$

Nótese que m se cancela fuera del cálculo en el límite newtoniano, pero no se cancela en la ecuación rigurosa (8.34). Si se supone la velocidad del fotón como igual a c para todo propósito práctico, es decir muy cercana a c , entonces

$$\Delta\psi = 2\psi = \frac{2MG}{c^2 R_0} \quad (8.39)$$

con un excelente grado de aproximación. Este es el célebre valor newtoniano para la desviación de la luz por la gravitación.

El valor observado experimentalmente es siempre:

$$\Delta\psi = 2\psi = \frac{4MG}{c^2 R_0} \quad (8.40)$$

con un alto grado de precisión, para la radiación electromagnética que roza cualquier objeto de masa M . Este valor es el doble del valor newtoniano.

La razón para este célebre resultado no puede hallarse en la teoría llena de errores de Einstein, pero una explicación directa puede encontrarse utilizando los principios descritos en este libro.

Consideremos el formato vectorial de la primera ecuación estructural de Maurer Cartan, incluida aquí con la notación utilizada en el Capítulo 1:

$$\mathbf{T}^a(\text{orb}) = -\nabla q^{a_0} - \frac{\partial \mathbf{q}^a}{\partial t} - \omega^{a_0 b} \mathbf{q}^b + q^{b_0} \omega^{a_b} \quad (8.41)$$

y

$$\mathbf{T}^a(\text{spin}) = \nabla \times \mathbf{q}^a - \omega^{a_b} \times \mathbf{q}^b. \quad (8.42)$$

La hipótesis ECE fundamental se desarrolló para el electromagnetismo, y define el potencial electromagnético en términos de la tétrada:

$$A^a{}_\mu = A^{(0)} q^a{}_\mu. \quad (8.43)$$

Ahora definimos la tétrada del momento lineal:

$$p^a{}_\mu = p^{(0)} q^a{}_\mu \quad (8.44)$$

de una manera análoga, utilizando la prescripción mínima:

$$p^a{}_\mu \rightarrow p^a{}_\mu + e A^a{}_\mu. \quad (8.45)$$

Resulta a partir de las Ecs. (8.41) y (8.44) que la fuerza orbital de la teoría ECE es:

$$\mathbf{F}^a(\text{orb}) = -\nabla \varphi^{a_0} - \frac{\partial \mathbf{p}^a}{\partial t} - \omega^{a_0 b} \mathbf{p}^b + \varphi_{b_0} \omega^{a_b} \quad (8.46)$$

y que la fuerza de espín es:

$$\mathbf{F}^a(\text{spin}) = \nabla \times \mathbf{p}^a - \omega^{a_b} \times \mathbf{p}^b. \quad (8.47)$$

En la teoría de polarización sencilla simplificada:

$$\mathbf{F}(\text{orb}) = -\nabla \varphi - \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial t} - \omega_0 \mathbf{p} + \varphi \boldsymbol{\omega} \quad (8.48)$$

y:

$$\mathbf{F}(\text{spin}) = \nabla \times \mathbf{p} - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{p}. \quad (8.49)$$

En el límite no relativista, la conexión de espín desaparece y:

$$\mathbf{F}(\text{orb}) = -\nabla\varphi - \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial t}. \quad (8.50)$$

La célebre equivalencia entre masa inercial y masa gravitacional se recupera a partir de la Ec. (8.50), utilizando la ley de antisimetría de la teoría ECE descrita previamente en este libro. De manera que:

$$-\frac{\partial \mathbf{p}}{\partial t} = -\nabla\varphi \quad (8.51)$$

y:

$$\varphi = -\frac{mMG}{r} \quad (8.52)$$

donde φ es el potencial gravitacional. Éste se define por directa analogía con el potencial escalar electromagnético φ_e como sigue:

$$p^a{}_\mu = \left(\frac{\varphi^a}{c}, -\mathbf{p}^a \right) \quad (8.53)$$

y

$$A^a{}_\mu = \left(\frac{\varphi_e^a}{c}, -\mathbf{A}^a \right). \quad (8.54)$$

En dinámica newtoniana:

$$\varphi = -\frac{mM G}{r} \quad (8.55)$$

de manera que la fuerza es:

$$F = -\frac{mM G}{r^2} \quad (8.56)$$

y la aceleración debida a la gravedad es:

$$g = -\frac{M G}{r^2} . \quad (8.57)$$

Este resultado, poderoso y preciso, obtenido a través de la teoría ECE, fue inferido por primera vez en el documento UFT 141. La teoría ECE es, por lo tanto, precisa con un grado de una parte en 10 elevado a la potencia 17, la precisión de la demostración experimental de la equivalencia entre la masa inercial y la masa gravitacional. La equivalencia se debe a la geometría de Cartan.

El cálculo de la desviación de la luz por causa de la gravitación procede mediante la aplicación de la ley de antisimetría de la teoría ECE a la Ec. (8.48) para encontrar que:

$$-\nabla\varphi + \omega\varphi = -\frac{d\mathbf{p}}{dt} - \omega_0\mathbf{p} \quad (8.58)$$

en donde se supuso que:

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \frac{\partial\mathbf{p}}{\partial t} . \quad (8.59)$$

De manera que la fuerza es:

$$\mathbf{F} = 2 \left(-\frac{d\mathbf{p}}{dt} - \omega_0\mathbf{p} \right) = -2 (\nabla\varphi - \omega\varphi) . \quad (8.60)$$

El factor dos en la Ec. (8.60) puede eliminarse sin afectar la física si se asume que:

$$p^a{}_\mu = \frac{p^{(0)}}{2} q^a{}_\mu \quad (8.61)$$

de manera que la fuerza orbital deviene:

$$\mathbf{F} = -\frac{d\mathbf{p}}{dt} - \omega_0\mathbf{p} = -\nabla\varphi - \boldsymbol{\omega}\varphi \quad (8.62)$$

una ecuación que da el principio de equivalencia (8.51) a partir de la desaparición de la conexión de espín. Ahora definimos:

$$\mathbf{p} = p_r\mathbf{e}_r, \quad (8.63)$$

$$\boldsymbol{\omega} = \omega_r\mathbf{e}_r \quad (8.64)$$

y comparamos las Ecs. (8.20) y (8.62) para encontrar que:

$$\mathbf{F} = -\frac{\partial\varphi}{\partial r} + \varphi\omega_r = -\frac{kx^2}{r^2} - \frac{k(1-x^2)\alpha}{r^3}. \quad (8.65)$$

Para pequeñas desviaciones de una órbita newtoniana, como en el caso de precesión planetaria o cualquier precesión observable en astronomía:

$$-\frac{\partial\varphi}{\partial r} = -\frac{kx^2}{r^2} \quad (8.66)$$

es decir:

$$x \sim 1 \quad (8.67)$$

con un excelente grado de aproximación. A partir de las Ecs. (8.63) y (8.64):

$$\varphi\omega_r = -\frac{k\alpha}{r^3}(1-x^2) \quad (8.68)$$

en una aproximación casi newtoniana. En esta aproximación, se sabe que el potencial gravitacional es:

$$\varphi = -\frac{k}{r} \quad (8.69)$$

de manera que en la conexión de espín puede expresarse en términos de x como sigue:

$$\omega_r = (1 - x^2) \frac{\alpha}{r} = (1 - x^2) \frac{b^2}{ar^2} . \quad (8.70)$$

Utilizando la Ec. (8.70), la corrección necesaria para producir la Ec. (8.40) a partir de la Ec. (8.39) es:

$$\frac{c^2 R_0}{MG} \rightarrow \frac{c^2 R_0}{MG} + \frac{\alpha}{R_0} \frac{(1 - x^2)}{x^2} . \quad (8.71)$$

Utilizando la Ec. (8.32) se encuentra que:

$$2\psi = 2 \frac{c^2 R_0}{MG} + 2(1 + \epsilon) \frac{(1 - x^2)}{x^2} . \quad (8.72)$$

Experimentalmente:

$$(1 + \epsilon) \frac{(1 - x^2)}{x^2} = \frac{c^2 R_0}{MG} \quad (8.73)$$

y utilizando la Ec. (8.27):

$$\frac{1}{\epsilon} = \text{sen} \left(\frac{\Delta\psi}{2} \right) . \quad (8.74)$$

Para pequeñas desviaciones:

$$\frac{1}{\epsilon} \sim \frac{\Delta\psi}{2} \quad (8.75)$$

de manera que con un excelente grado de aproximación:

$$\left(1 + \frac{2}{\Delta\psi}\right) \left(\frac{1-x^2}{x^2}\right) = \frac{c^2 R_0}{MG} . \quad (8.76)$$

Sin embargo, por experimento:

$$\Delta\psi = \frac{4c^2 R_0}{MG} , \quad (8.77)$$

$$x \sim 1,$$

de manera que utilizando la Ec. (8.70):

$$\omega_r = \frac{\Delta\psi}{4} \left(1 + \frac{2}{\Delta\psi}\right)^{-1} \frac{\alpha}{r^2} . \quad (8.78)$$

A partir de la Ec. (8.32):

$$\alpha = R_0(1 + \epsilon) = R_0 \left(1 + \frac{2}{\Delta\psi}\right) \quad (8.79)$$

y a partir de las Ecs. (8.78) y (8.79):

$$\omega_r = \frac{\Delta\psi}{4} \frac{R_0}{r^2} . \quad (8.80)$$

Esta es una conexión de espín universal que describe todas las desviaciones electromagnéticas respecto de cualquier objeto relevante M en el universo. Esta conexión de espín también describe precesión planetaria a través de su relación con x , la Ec. (8.70). Un ejemplo a escala cósmica es la precesión del pulsar Hulse-Taylor, la Fig. 8.1. El procedimiento utilizado para producir este resultado también da el principio de equivalencia. Finalmente, a la distancia de máxima aproximación:

$$\omega_r = \frac{\Delta\psi}{4R_0} \quad (8.81)$$

un resultado muy sencillo que puede tabularse en astronomía para cualquier objeto relevante de masa M .

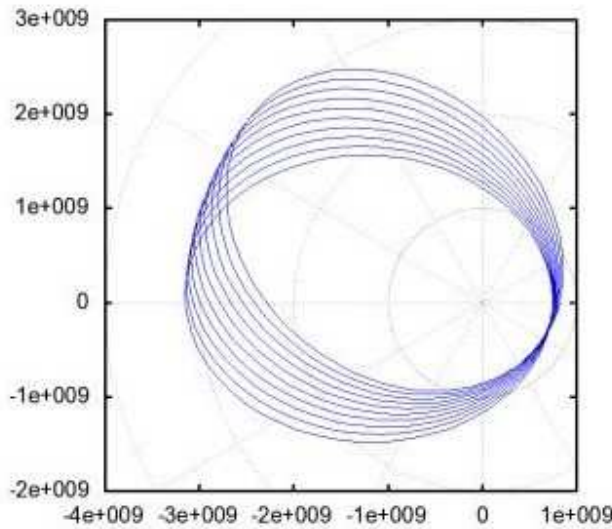


Figura 8.1: Órbita calculada del pulsar Hulse-Taylor.
 $(\alpha = 1.207718 \cdot 10^9 \text{ m}, \epsilon = 0.617131, x = 1.0117)$.

8.3 La Curva de Velocidad de una Galaxia en Espiral.

Las galaxias en espiral son objetos conocidos en cosmología y poseen una estructura muy compleja. Sin embargo, existe una característica que les vuelve útiles para el estudio de las teorías fundamentales de la cosmología, tales como la de Newton, la de Einstein, y ECE, y ésta es la curva de velocidad, la representación gráfica de la velocidad de una estrella en órbita alrededor del centro de la galaxia vs. la distancia entre la estrella y el centro. Se descubrió experimentalmente a fines de la década de 1950, que la velocidad se vuelve constante a medida que r se proyecta al infinito. La primera parte de esta sección incluirá la cinemática básica de la órbita y demostrará que tanto la teoría de Newton como la de Einstein fracasan completamente en la descripción de la curva de velocidad. La segunda parte describirá cómo la teoría ECE da una explicación plausible de la curva de velocidad sin el empleo de empirismo aleatorio, tal como la *materia oscura*. Pareciera que la teoría de

la materia oscura ha sido refutada experimentalmente, dejando a la cosmología ECE como la única explicación. Consideremos el vector radial en el plano de cualquier órbita:

$$\mathbf{r} = r \mathbf{e}_r \quad (8.82)$$

donde \mathbf{e}_r es el vector unitario radial. La velocidad de un objeto de masa m en órbita se define como:

$$\mathbf{v} = \frac{dr}{dt} = \frac{dr}{dt} \mathbf{e}_r + r \frac{d\mathbf{e}_r}{dt} \quad (8.83)$$

porque en coordenadas polares planas el vector unitario \mathbf{e}_r es una función del tiempo, de manera que aplica el teorema de Leibnitz. El sistema cartesiano, los vectores unitarios \mathbf{i} y \mathbf{j} no son funciones del tiempo. Los vectores unitarios del sistema polar plano se definen mediante:

$$\mathbf{e}_r = \cos \theta \mathbf{i} + \sin \theta \mathbf{j} \quad (8.84)$$

$$\mathbf{e}_\theta = -\sin \theta \mathbf{i} + \cos \theta \mathbf{j} \quad (8.85)$$

y se deduce entonces que:

$$\frac{d\mathbf{e}_r}{dt} = \frac{d\theta}{dt} \mathbf{e}_\theta = \omega \mathbf{e}_\theta \quad (8.86)$$

tal como se describe en el documento UFT 236. La velocidad en un plano es, por lo tanto:

$$\mathbf{v} = \frac{dr}{dt} \mathbf{e}_r + \omega r \mathbf{e}_\theta = \frac{dr}{dt} \mathbf{e}_r + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} \quad (8.87)$$

en donde el vector de velocidad angular:

$$\boldsymbol{\omega} = \frac{d\theta}{dt} \mathbf{k} \quad (8.88)$$

es la conexión de espín de Cartan, tal como se demuestra en el documento UFT 235,

publicado en el portal www.aias.us . Por lo tanto, esta conexión de espín se relaciona con la conexión de espín universal en la Sección 8.2, dando una cosmología coherente para el Sistema Solar y las galaxias en espiral. Tal como habremos de demostrar, las teorías de Newton y Einstein fracasan completamente en esta tarea.

Utilizando la regla de la cadena:

$$\frac{dr}{dt} = \frac{dr}{d\theta} \frac{d\theta}{dt} \quad (8.89)$$

se descubre que la velocidad se define para cualquier órbita mediante:

$$v^2 = \omega^2 \left(\left(\frac{dr}{d\theta} \right)^2 + r^2 \right) \quad (8.90)$$

y por lo tanto se define por la velocidad angular o magnitud de la conexión de espín:

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}. \quad (8.91)$$

La órbita misma se define mediante $dr/d\theta$, porque cualquier órbita plana se define mediante r como una función de θ . El momento angular para cualquier órbita plana se define mediante:

$$\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p} = m\mathbf{r} \times \mathbf{v} \quad (8.92)$$

y su magnitud es:

$$L = mr^2\omega. \quad (8.93)$$

Por lo tanto, para cualquier órbita plana:

$$v^2 = \left(\frac{L}{mr} \right)^2 + \left(\frac{L}{mr} \left(\frac{d\theta}{dr} \right) \right)^2 \quad (8.94)$$

y a medida que r adquiere un valor infinito:

$$r \rightarrow \infty \quad (8.95)$$

la velocidad alcanza el límite:

$$\frac{dr}{d\theta} = \left(\frac{mv_{\infty}}{L} \right) r^2 \quad (8.96)$$

donde v_{∞} es la velocidad para un valor infinito de r . En galaxias en espiral v_{∞} es una constante por observación experimental. Por lo tanto:

$$\frac{d\theta}{dr} = \left(\frac{L}{mv_{\infty}} \right) \frac{1}{r^2} \quad (8.97)$$

y

$$\theta = \frac{L}{mv_{\infty}} \int \frac{dr}{r^2} = - \left(\frac{L}{mv_{\infty}} \right) \frac{1}{r} \quad (8.98)$$

que es la ecuación de una órbita en espiral hiperbólica. En el documento UFT 76, publicado en el portal www.aias.us, esta órbita de espiral hiperbólica se comparó con la galaxia en espiral observada M101 (ver Fig. 8.2). De manera que puede comprenderse lo esencial de la dinámica galáctica de los principios más sencillos de la cinemática, definiendo la velocidad angular como la conexión de espín de la teoría ECE.

La dinámica newtoniana fracasa completamente para describir este resultado porque produce una sección cónica estática:

$$r = \frac{\alpha}{1 + \epsilon \cos \theta} \quad (8.99)$$

con una ley de atracción del cuadrado de la inversa. A partir de la Ec. (8.99):

$$\frac{dr}{d\theta} = \frac{\epsilon r^2}{\alpha} \sin \theta \quad (8.100)$$



Figura 8.2: Galaxia en espiral M101 con espirales hiperbólicas ajustadas a los brazos galácticos.

y utilizando este resultado en la Ec. (8.90):

$$v^2 = \omega^2 r^2 \left(1 + \left(\frac{\epsilon r}{\alpha} \right)^2 \text{sen}^2 \theta \right) \quad (8.101)$$

donde:

$$\text{sen}^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta = 1 - \frac{1}{\epsilon^2} \left(\frac{\alpha}{r} - 1 \right)^2 \quad (8.102)$$

De manera que la velocidad newtoniana es:

$$v^2 = \omega^2 r^2 \left(\frac{2\alpha}{r} - \left(\frac{r}{\alpha} \right)^2 (1 - \epsilon^2) \right). \quad (8.103)$$

El semieje mayor de una órbita elíptica se define mediante:

$$a = \frac{\alpha}{1 - \epsilon^2} \quad (8.104)$$

de manera que la dinámica newtoniana produce:

$$v^2 = \frac{1}{\alpha} \left(\frac{L}{m} \right)^2 \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right) . \quad (8.105)$$

Utilizando la semi latitud recta newtoniana:

$$\alpha = \frac{L^2}{m^2 MG} \quad (8.106)$$

nos da:

$$v^2 = MG \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right) . \quad (8.107)$$

Nótese que:

$$\frac{1}{a} = \frac{1 - \epsilon^2}{\alpha} = \frac{1}{r} (1 + \epsilon \cos \theta) (1 - \epsilon^2) \quad (8.108)$$

de manera que la velocidad newtoniana es:

$$v^2(\text{Newton}) = \frac{MG}{r} (2 - (1 - \epsilon^2) (1 + \epsilon \cos \theta)) . \quad (8.109)$$

Se deduce entonces que:

$$v(\text{Newton}) \rightarrow 0 \quad \text{cuando } r \rightarrow \infty \quad (8.110)$$

de manera que la teoría fracasa completamente para describir la curva de velocidad de una galaxia en espiral.

La teoría de Einstein no produce mejores resultados porque genera una elipse con precesión, la Ec. (8.3), a partir de la cual:

$$\frac{dr}{d\theta} = \frac{\epsilon x r^2}{\alpha} \text{sen}(x\theta). \quad (8.111)$$

Utilizando la Ec. (8.111) en la Ec. (8.90) se obtiene:

$$v^2 = \left(\frac{L}{mr}\right)^2 \left(1 + \left(\frac{x\epsilon \text{sen}(x\theta)}{1 + \epsilon \cos(x\theta)}\right)^2\right) \quad (8.112)$$

y nuevamente se encuentra que:

$$v(\text{Einstein}) \rightarrow 0 \quad \text{cuando } r \rightarrow \infty \quad (8.113)$$

y la teoría einsteiniana fracasa completamente para describir la dinámica de una galaxia en espiral. Esto deja a la teoría ECE como la única teoría correcta y general de la cosmología. Ésta última puede desarrollarse considerando nuevamente la aceleración en coordenadas polares planas

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2) \mathbf{e}_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}) \mathbf{e}_\theta. \quad (8.114)$$

Tal como se demostró en el documento UFT 235, esto puede expresarse como:

$$(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2) \mathbf{e}_r = \frac{d^2r}{dt^2} \mathbf{e}_r + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) \quad (8.115)$$

y

$$(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}) \mathbf{e}_\theta = \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} \times \mathbf{r} + 2\boldsymbol{\omega} \times \dot{\mathbf{r}}. \quad (8.116)$$

La Ec. (8.116) es la aceleración de Coriolis y $(\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}))$ es la aceleración centrífuga. En los documentos de la serie UFT, se demuestra que la aceleración de Coriolis desaparece para todas las órbitas planas (ver la Ec. (8.11)). Utilizando la regla de la cadena puede demostrarse, como en los documentos de la serie UFT, que:

$$\frac{d^2r}{dt^2} = \left(\frac{L}{mr}\right)^2 \left(\frac{dr}{d\theta}\right) \frac{d}{dr} \left(\frac{1}{r^2} \frac{dr}{d\theta}\right). \quad (8.117)$$

La aceleración centrífuga se define mediante:

$$\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) = -\omega^2 r \mathbf{e}_r = -\frac{L^2}{m^2 r^3} \mathbf{e}_r \quad (8.118)$$

de manera que la aceleración total se define mediante:

$$\mathbf{a} = \left(\frac{L}{mr}\right)^2 \left[\left(\frac{dr}{d\theta}\right) \frac{d}{dr} \left(\frac{1}{r^2} \frac{dr}{d\theta}\right) - \frac{1}{r} \right] \mathbf{e}_r \quad (8.119)$$

para todas las órbitas planas.

En esta ecuación:

$$\frac{d}{dr} \left(\frac{1}{r^2} \frac{dr}{d\theta}\right) = \frac{d\theta}{dr} \frac{d}{d\theta} \left(\frac{1}{r^2} \frac{dr}{d\theta}\right) \quad (8.120)$$

de manera que:

$$\mathbf{a} = \left(\frac{L}{mr}\right)^2 \left[\frac{d}{d\theta} \left(\frac{1}{r^2} \frac{dr}{d\theta}\right) - \frac{1}{r} \right] \mathbf{e}_r \quad (8.121)$$

Nótese ahora que

$$\frac{d}{d\theta} \left(\frac{1}{r}\right) = \frac{d}{dr} \left(\frac{1}{r}\right) \frac{dr}{d\theta} \quad (8.122)$$

de manera que:

$$\frac{d}{d\theta} \left(\frac{1}{r^2} \frac{dr}{d\theta}\right) = \frac{1}{r^2} \frac{d}{d\theta} \left(\frac{dr}{d\theta}\right) = -\frac{d^2}{dt^2} \left(\frac{1}{r}\right). \quad (8.123)$$

Por lo tanto, la aceleración es:

$$\mathbf{a} = - \left(\frac{L}{mr} \right)^2 \left(\frac{d^2}{d\theta^2} \left(\frac{1}{r} \right) + \frac{1}{r} \right) \mathbf{e}_r \quad (8.124)$$

y utilizando la definición de fuerza:

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} \quad (8.125)$$

que es la Ec. (8.19), deducida a partir de la dinámica lagrangiana. Este análisis de cualquier órbita plana es, por lo tanto, rigurosamente consistente.

El método lagrangiano para deducir la Ec. (8.125), establece el lagrangiano:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} mv^2 - U \quad (8.126)$$

en donde la velocidad se define mediante:

$$v^2 = \left(\frac{dr}{d\theta} \right)^2 + r^2 \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2. \quad (8.127)$$

La fuerza se deduce a partir de la energía potencial, como sigue:

$$F = - \frac{\partial U}{\partial r}. \quad (8.128)$$

Las dos ecuaciones de Euler Lagrange son:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \theta} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\theta}} \right), \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial r} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{r}} \right) \quad (8.129)$$

y el momento angular se define mediante el lagrangiano como una constante de movimiento:

$$L = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\theta}} = mr^2 \frac{d\theta}{dt} = \text{constante} \quad (8.130)$$

La Ec. (8.124) es el resultado de cinemática pura en un plano, y también es una ecuación de la geometría de Cartan. Es el resultado de la expresión fundamental para la aceleración en un plano. La Ec. (8.124) también es una ecuación de la geometría de Cartan, porque la conexión de espín es la velocidad angular. La derivada covariante de Cartan puede definirse para su empleo en la cinemática clásica en el espacio tridimensional. Para cualquier vector \mathbf{V} , la derivada covariante es:

$$\frac{D\mathbf{V}}{dt} = \left(\frac{d\mathbf{V}}{dt}\right)_{\text{ejes fijos}} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{V} \quad (8.131)$$

donde el vector de conexión de spin es la velocidad angular $\boldsymbol{\omega}$. En coordenadas polares planas definimos:

$$\mathbf{V} = V\mathbf{e}_r \quad (8.132)$$

por simplicidad de desarrollo. La velocidad se define entonces mediante:

$$\mathbf{v} = \frac{D\mathbf{r}}{dt} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} \quad (8.133)$$

donde:

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \left(\frac{d\mathbf{r}}{dt}\right)_{\text{ejes fijos}} \quad (8.134)$$

Por definición:

$$\frac{D\mathbf{r}}{dt} = \frac{D}{dt} (r\mathbf{e}_r) = \frac{dr}{dt} \mathbf{e}_r + r \frac{d\mathbf{e}_r}{dt} \quad (8.135)$$

de manera que:

$$\left(\frac{d\mathbf{r}}{dt}\right)_{\text{ejes fijos}} = \left(\frac{dr}{dt}\right) \mathbf{e}_r \quad (8.136)$$

y

$$\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} = r \frac{d\mathbf{e}_r}{dt} . \quad (8.137)$$

La aceleración se define mediante:

$$\mathbf{a} = \frac{D\mathbf{v}}{dt} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v} \quad (8.138)$$

donde:

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \left(\frac{d\mathbf{v}}{dt}\right)_{\text{ejes fijos}} . \quad (8.139)$$

A partir de cinemática fundamental, tal como se describe más arriba:

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v} = (\ddot{r} - \omega^2 r) \mathbf{e}_r + \left(r \frac{d\omega}{dt} + 2 \frac{dr}{dt} \omega\right) \mathbf{e}_\theta \quad (8.140)$$

donde los vectores unitarios del sistema de coordenadas polares planas se definen mediante:

$$\mathbf{e}_r \times \mathbf{e}_\theta = \mathbf{k}, \quad (8.141)$$

$$\mathbf{k} \times \mathbf{e}_r = \mathbf{e}_\theta, \quad (8.142)$$

$$\mathbf{e}_\theta \times \mathbf{k} = \mathbf{e}_r. \quad (8.143)$$

Por lo tanto:

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v} = \frac{d^2 r}{d\theta^2} \mathbf{e}_r + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) + \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} \times \mathbf{r} + 2\boldsymbol{\omega} \times \left(\frac{dr}{dt}\right) \mathbf{e}_r . \quad (8.144)$$

A partir de la Ec. (8.133)

$$\mathbf{v} = \frac{dr}{dt} \mathbf{e}_r + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} \quad (8.145)$$

de manera que en la Ec. (8.138):

$$\mathbf{a} = \frac{d^2 r}{dt^2} \mathbf{e}_r + \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} \times \mathbf{r} + \boldsymbol{\omega} \times \left(\frac{d\mathbf{r}}{dt} \right)_{\text{ejes fijos}} + \boldsymbol{\omega} \times \frac{dr}{dt} \mathbf{e}_r + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}). \quad (8.146)$$

En esta ecuación:

$$\boldsymbol{\omega} \times \left(\frac{d\mathbf{r}}{dt} \right)_{\text{ejes fijos}} = \boldsymbol{\omega} \times \frac{dr}{dt} \mathbf{e}_r \quad (8.147)$$

de manera que:

$$\mathbf{a} = \frac{d^2 r}{dt^2} \mathbf{e}_r + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) + \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} \times \mathbf{r} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} + 2\boldsymbol{\omega} \times \left(\frac{dr}{dt} \mathbf{e}_r \right) \quad (8.148)$$

que es la Ec. (8.144), Q. E. D.

Las derivadas covariantes utilizadas en estos cálculos son ejemplos de la derivada covariante de Cartan:

$$D_\mu V^a = \partial_\mu V^a + \omega^a_{\mu b} V^b. \quad (8.149)$$

La conocida aceleración centrípeta:

$$\mathbf{a} = \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) \quad (8.150)$$

y la aceleración de Coriolis:

$$\mathbf{a} = \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} \times \mathbf{r} + 2\boldsymbol{\omega} \times \left(\frac{dr}{dt} \mathbf{e}_r \right) \quad (8.151)$$

se originan por el sistema de coordenadas polares planas. Estas aseveraciones no existen en el sistema cartesiano y dependen íntegramente de la existencia de la conexión de espín de Cartan. Tal como ya se demostró, la aceleración de Coriolis desaparece para todas las órbitas planas cerradas y la aceleración se simplifica a:

$$\mathbf{a} = (\ddot{r} - \omega^2 r) \mathbf{e}_r = \frac{d^2 r}{dt^2} \mathbf{e}_r + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}). \quad (8.152)$$

Por ejemplo, la aceleración debida a la gravedad es:

$$\mathbf{g} = \frac{d^2 r}{dt^2} \mathbf{e}_r + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) \quad (8.153)$$

e incluye la aceleración centrípeta:

$$\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) = -\omega^2 r \mathbf{e}_r. \quad (8.154)$$

La aceleración debida a la gravedad en el sistema polar plano es la suma de \mathbf{g} en el sistema cartesiano:

$$\mathbf{g}(\text{cartesiana}) = \frac{d^2 r}{dt^2} \mathbf{e}_r \quad (8.155)$$

y la aceleración centrípeta. Para aclarar aún más este punto, consideremos la aceleración de una órbita elíptica o trayectoria elíptica cerrada en el sistema polar plano. Es:

$$\mathbf{a} = - \frac{L^2}{m^2 r^2 \alpha} \mathbf{e}_r \quad (8.156)$$

donde el momento angular es una constante de movimiento y definida por:

$$L = |\mathbf{L}| = |\mathbf{r} \times \mathbf{p}| = mr^2 \omega. \quad (8.157)$$

La aceleración debida a la gravedad del movimiento elíptico de una masa m es:

$$\mathbf{g} = - \frac{L^2}{m^2 r^2 \alpha} \mathbf{e}_r \quad (8.158)$$

en coordenadas polares planas. El resultado newtoniano se recupera utilizando la semi latitud recta:

$$\alpha = \frac{L^2}{MGm^2} \quad (8.159)$$

de manera que:

$$\mathbf{g} = -\frac{MG}{r^2} \mathbf{e}_r. \quad (8.160)$$

La única fuerza presente en el sistema de coordenadas polar plano es:

$$\mathbf{F} = m\mathbf{g} = -\frac{mMG}{r^2} \mathbf{e}_r \quad (8.161)$$

que es el principio de equivalencia, Q. E. D.

La aceleración en el sistema de coordenadas cartesiano, a partir de la Ec. (8.153), es:

$$\mathbf{a}(\text{cartesiana}) = \mathbf{g} - \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) \quad (8.162)$$

en la cual la aceleración centrífuga es:

$$-\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) = \omega^2 r \mathbf{e}_r. \quad (8.163)$$

Por lo tanto, en el sistema cartesiano la aceleración producida por la misma trayectoria elíptica es:

$$\left(\frac{d^2 r}{dt^2}\right)_{\text{cartesiana}} \mathbf{e}_r = \left(-\frac{L^2}{m^2 r^2 \alpha} + \omega^2 r\right) \mathbf{e}_r. \quad (8.164)$$

generaliza la teoría newtoniana para dar:

$$\left(\frac{d^2 r}{dt^2}\right)_{\text{cartesiana}} \mathbf{e}_r = \left(-\frac{MG}{r^2} + \frac{L^2}{m^2 r^3}\right) \mathbf{e}_r \quad (8.165)$$

y la conocida fuerza:

$$\mathbf{F} = m \left(\frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} \right)_{\text{cartesiana}} \mathbf{e}_r = - \left(- \frac{mMG}{r^2} + \frac{L^2}{mr^3} \right) \mathbf{e}_r \quad (8.166)$$

de los libros de texto. A partir de una comparación de las Ecs. (8.161) y (8.166), las fuerzas en los sistemas polar plano y cartesiano son diferentes. Si el marco de referencia es estático con respecto al observador, la fuerza es la de la Ec. (8.166). Si el marco de referencia está rotando con respecto al observador, la fuerza se define a través de la Ec. (8.161).

La forma más sencilla para aproximarse a este análisis es siempre el de calcular la aceleración primeramente en coordenadas polares planas y darse cuenta que un término de la expresión resultante es la aceleración en el sistema cartesiano. Para un observador sobre la Tierra que orbita alrededor del Sol, la expresión relevante es aquella en el marco cartesiano, porque esta última también está fija en la Tierra y no se mueve con respecto al observador. En otras palabras, el observador se encuentra en su propio marco de referencia. Para un observador ubicado en el sol, la expresión relevante es aquella en el sistema polar plano de coordenadas, porque la Tierra rota con respecto al observador fijo ubicado sobre el Sol.

El observador sobre la Tierra experimenta la aceleración centrífuga:

$$- \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) = \omega^2 r \mathbf{e}_r \quad (8.167)$$

dirigida hacia afuera desde la Tierra. Éste es el origen de la fuerza centrífuga cotidiana. El observador ubicado en el Sol experimenta la aceleración centrípeta:

$$\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) = -\omega^2 r \mathbf{e}_r \quad (8.168)$$

dirigida hacia el Sol y hacia el observador. Todo el análisis se basa en la conexión de espín y en el hecho de que en el sistema polar plano el marco mismo está rotando y, por ende, genera la conexión de espín por definición.

8.4 Descripción de Órbitas con la Ecuación de Fuerza de Minkowski.

En el documento UFT 238, publicado en el portal www.aias.us, se adoptó un enfoque completamente nuevo hacia la teoría orbital, utilizando la ecuación de fuerza de Minkowski. Éste es un camino que hubiera tomado la teoría de la relatividad, pero la

cosmología siguió el empleo de la geometría equivocada de Einstein, un tema que recibió el nombre de relatividad general. La ecuación de fuerza de Minkowski es la ecuación de fuerza de Newton con el tiempo propio τ en reemplazo del tiempo t . Esta ecuación fue inferida por Minkowski poco tiempo después de que Einstein introdujera la idea del momento relativista. Puede desarrollarse de esta manera una teoría completamente general de órbitas. Se reduce a la teoría newtoniana pero nunca a la teoría einsteiniana. La dinámica newtoniana nunca da ninguna de las fuerzas que se generan, como se comentó en la Sección 8.3, mediante el empleo de coordenadas polares planas y un sistema de coordenadas en rotación. Resulta que la parte espacial de la 4-fuerza de Minkowski genera propiedades nuevas e inesperadas que pueden evaluarse experimentalmente.

La ley de fuerza relativista y las órbitas relativistas de la ecuación de Minkowski pueden obtenerse considerando la velocidad relativista en coordenadas polares planas:

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \gamma \frac{d\mathbf{r}}{d\tau} \quad (8.169)$$

donde τ es el tiempo propio y γ es el factor de Lorentz:

$$\gamma = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2}. \quad (8.170)$$

La aceleración relativista es:

$$\mathbf{a} = \frac{d}{d\tau} \left(\frac{d\mathbf{r}}{d\tau} \right) = \frac{d}{d\tau} \left(\gamma \frac{d\mathbf{r}}{dt} \right) = \gamma \frac{d}{dt} \left(\gamma \frac{d\mathbf{r}}{dt} \right). \quad (8.171)$$

Utilizando el Teorema de Leibnitz:

$$\mathbf{a} = \gamma \left(\frac{d\gamma}{dt} \frac{d\mathbf{r}}{dt} + \gamma \frac{d}{dt} \left(\frac{d\mathbf{r}}{dt} \right) \right). \quad (8.172)$$

La velocidad v que aparece en el factor de Lorentz se define mediante el elemento lineal infinitesimal:

$$ds^2 = c^2 d\tau^2 = c^2 dt^2 - d\mathbf{r} \cdot d\mathbf{r} \quad (8.173)$$

donde:

$$d\mathbf{r} \cdot d\mathbf{r} = v^2 dt^2. \quad (8.174)$$

Por lo tanto

$$c^2 d\tau^2 = c^2 - v^2 dt^2 \quad (8.175)$$

y el factor de Lorentz es:

$$\gamma = \frac{dt}{d\tau} = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2}. \quad (8.176)$$

En coordenadas polares planas:

$$d\mathbf{r} \cdot d\mathbf{r} = dr^2 + r^2 d\theta^2. \quad (8.177)$$

Por lo tanto:

$$v^2 = \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + r^2 \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2. \quad (8.178)$$

El vector radial en coordenadas polares planas es:

$$\mathbf{r} = r \mathbf{e}_r \quad (8.179)$$

por lo tanto, la velocidad no relativista es:

$$\begin{aligned} \mathbf{v} &= \frac{d}{dt}(r\mathbf{e}_r) = \frac{dr}{dt} \mathbf{e}_r + r \frac{d\mathbf{e}_r}{dt} = \frac{dr}{dt} \mathbf{e}_r + \omega r \mathbf{e}_\theta \\ &= \frac{dr}{dt} \mathbf{e}_r + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} = \left(\frac{L_0}{m}\right) \left(\frac{1}{r} \mathbf{e}_\theta - \frac{d}{d\theta} \left(\frac{1}{r}\right) \mathbf{e}_r\right). \end{aligned} \quad (8.180)$$

Para una partícula con masa m en una órbita, su momento relativista es:

$$\mathbf{p} = \gamma m \frac{d\mathbf{r}}{dt} = m \frac{d\mathbf{r}}{d\tau}, \quad (8.181)$$

una ecuación que puede reordenarse como sigue:

$$p^2 c^2 = \gamma^2 m^2 c^4 \left(\frac{v}{c}\right)^2 = \gamma^2 m^2 c^4 \left(1 - \frac{1}{\gamma^2}\right) = \gamma^2 m^2 c^4 - m^2 c^4 \quad (8.182)$$

dando así la ecuación de energía de Einstein:

$$E^2 = c^2 p^2 + m^2 c^4 \quad (8.183)$$

en donde

$$E = \gamma m c^2 \quad (8.184)$$

es la energía total y

$$E_0 = m c^2 \quad (8.185)$$

es la energía en reposo. El momento angular total relativista es:

$$L = m r^2 \frac{d\theta}{d\tau} = \gamma L_0. \quad (8.186)$$

El concepto de la ecuación de fuerza de Minkowski utiliza la aceleración, de manera que éste es un nuevo enfoque plausible para todas las órbitas. La ecuación de energía de Einstein puede deducirse a partir del elemento lineal infinitesimal (8.173) y desarrollarse como:

$$\begin{aligned} m c^2 &= m c^2 \left(\frac{dt}{d\tau}\right)^2 - \left(\frac{dr}{d\tau}\right)^2 - r^2 \left(\frac{d\theta}{d\tau}\right)^2 \\ &= \gamma^2 m c^2 - \left(\left(\frac{dr}{d\tau}\right)^2 + r^2 \left(\frac{d\theta}{d\tau}\right)^2\right) = \frac{E^2}{m c^2} - \frac{p^2}{c^2}. \end{aligned} \quad (8.187)$$

De manera que

$$E^2 = c^2 p^2 + m^2 c^4 \quad (8.188)$$

Q. E. D. El momento lineal relativista en la Ec. (8.187) es:

$$p^2 = m^2 \left(\left(\frac{dr}{d\tau} \right)^2 + r^2 \left(\frac{d\theta}{d\tau} \right)^2 \right) \quad (8.189)$$

que es la Ec. (8.181), Q. E. D. La definición de la aceleración relativista es:

$$\mathbf{a} = \frac{d}{d\tau} \left(\frac{d\mathbf{r}}{d\tau} \right) = \gamma \left(\frac{d\gamma}{dt} \frac{d\mathbf{r}}{dt} + \gamma \frac{d}{dt} \left(\frac{d\mathbf{r}}{dt} \right) \right) \quad (8.190)$$

en donde:

$$\frac{d\mathbf{r}}{d\tau} = \frac{dr}{d\tau} \mathbf{e}_r + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} \quad (8.191)$$

y:

$$\frac{d}{d\tau} \left(\frac{d\mathbf{r}}{d\tau} \right) = \frac{d^2 r}{dt^2} \mathbf{e}_r + \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} \times \mathbf{r} + 2\boldsymbol{\omega} \times \frac{d\mathbf{r}}{dt} \mathbf{e}_r + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}). \quad (8.192)$$

Utilizando la regla de la cadena:

$$\frac{d\gamma}{dt} = \frac{d\gamma}{dv} \frac{dv}{dt} \quad (8.193)$$

donde v es la velocidad del factor de Lorentz definida en la Ec. (8.176). Por lo tanto:

$$\frac{d\gamma}{dv} = \frac{d}{dv} \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{-1/2} = \gamma^3 \frac{v}{c^2} \quad (8.194)$$

y en coordenadas polares planas:

$$\mathbf{a} = \gamma^4 \frac{v}{c^2} \frac{dv}{dt} \frac{d\mathbf{r}}{dt} + \gamma^2 \frac{d}{dt} \left(\frac{d\mathbf{r}}{dt} \right)$$

$$\begin{aligned}
&= \left(\frac{d\gamma}{d\tau} \frac{dr}{dt} + \gamma^2 \frac{d^2r}{dt^2} \right) \mathbf{e}_r + \gamma^2 \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) + \frac{d\gamma}{d\tau} \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} \\
&\quad + \gamma^2 \left(\frac{d\gamma}{d\tau} \times \mathbf{r} + 2\boldsymbol{\omega} \times \frac{dr}{dt} \right) \mathbf{e}_r.
\end{aligned} \tag{8.195}$$

En coordenadas cartesianas estáticas, por otro lado:

$$\mathbf{a} = \frac{d}{d\tau} \left(\gamma \frac{dr}{dt} \right) = \gamma \frac{d\gamma}{dt} \frac{dr}{dt} + \gamma^2 \frac{d}{d\tau} \left(\frac{dr}{dt} \right) \tag{8.196}$$

de manera que:

$$\mathbf{a}_{(\text{cartesiana})} = \left(\gamma \frac{d\gamma}{dt} \frac{dr}{dt} + \gamma^2 \frac{d^2r}{dt^2} \right) \mathbf{e}_r \tag{8.197}$$

en donde:

$$v = \frac{dr}{dt}, \quad \frac{d^2r}{dt^2} = \frac{dv}{dt}, \quad \frac{d\gamma}{d\tau} = \gamma^3 \frac{v}{c^2} \tag{8.198}$$

$$\frac{d\gamma}{d\tau} = \frac{d\gamma}{dv} \frac{dv}{dt} = \gamma^3 \frac{v}{c^2} \frac{dv}{dt}. \tag{8.199}$$

Por lo tanto:

$$\mathbf{a}_{(\text{cartesiana})} = \left(\gamma^4 \frac{v^2}{c^2} + \gamma^2 \right) \frac{dv}{dt} \mathbf{e}_r \tag{8.200}$$

en donde:

$$\frac{v^2}{c^2} = 1 - \frac{1}{\gamma^2}. \tag{8.201}$$

Por lo tanto, la aceleración cartesiana es:

$$\mathbf{a}(\text{cartesiana}) = \gamma^4 \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} \mathbf{e}_r. \quad (8.202)$$

Utilizando la Ec. (8.202) en la Ec. (8.195):

$$\begin{aligned} \mathbf{a}(\text{plano polar}) = & \gamma^4 \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} \mathbf{e}_r + \gamma^2 \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) \\ & + \frac{d\gamma}{d\tau} \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} + \gamma^2 \left(\frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} \times \mathbf{r} + 2\boldsymbol{\omega} \times \frac{d\mathbf{r}}{dt} \right) \mathbf{e}_r \end{aligned} \quad (8.203)$$

que es la expresión para la aceleración relativista en coordenadas polares planas. Puede demostrarse como sigue que la aceleración de Coriolis relativista desaparece para todas las órbitas planas. La expresión general para la aceleración relativista de Coriolis es

$$\mathbf{a}(\text{Coriolis}) = \gamma^2 \left(r \frac{d}{dt} \frac{d\theta}{dt} + 2 \frac{dr}{dt} \frac{d\theta}{dt} \right) \mathbf{e}_\theta \quad (8.204)$$

en donde el momento angular no relativista total es:

$$L_0 = mr^2 \frac{d\theta}{dt}. \quad (8.205)$$

Se deduce entonces que:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{d\theta}{dt} \right) = \frac{d}{dt} \left(\frac{L_0}{mr^2} \right) = \frac{d}{dr} \left(\frac{L_0}{mr^2} \right) \frac{dr}{dt} = - \frac{2L_0}{mr^3} \frac{dr}{dt} \quad (8.206)$$

de manera que:

$$\mathbf{a}(\text{Coriolis}) = \left(-mr^2 L_0^2 \frac{dr}{dt} + mr^2 L_0^2 \frac{dr}{dt} \right) \mathbf{e}_\theta = \mathbf{0} \quad (8.207)$$

Q.E.D.

Por lo tanto, la aceleración relativista para todas las órbitas planas es:

$$\mathbf{a} = \gamma^4 \frac{d^2 r}{dt^2} \mathbf{e}_r + \gamma^2 \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) + \frac{d\gamma}{d\tau} \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}. \quad (8.208)$$

La componente centrípeta relativista de esta órbita es:

$$\mathbf{a}_{(\text{centrípeta})} = \gamma^2 \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) = - \frac{L^2}{mr^3} \mathbf{e}_r. \quad (8.209)$$

En la Ec. (8.208):

$$\frac{d\gamma}{d\tau} = \gamma \frac{d\gamma}{dv} \frac{dv}{dt} = \frac{\gamma^4}{c^2} v \frac{dv}{dt} = \frac{\gamma^4}{c^2} \frac{dr}{dt} \frac{d^2 r}{dt^2} \quad (8.210)$$

y por lo tanto la aceleración deviene:

$$\mathbf{a} = \gamma^4 \frac{d^2 r}{dt^2} \mathbf{e}_r - \frac{L^2}{mr^3} \mathbf{e}_r + \frac{\gamma^4}{c^2} \frac{dr}{dt} \frac{d^2 r}{dt^2} \omega r \mathbf{e}_\theta \quad (8.211)$$

en donde el momento angular total relativista es

$$L = \gamma L_0 = mr^2 \frac{d\theta}{d\tau} = \gamma mr^2 \omega. \quad (8.212)$$

La ley de fuerzas relativista es, por lo tanto, la masa m multiplicada por la aceleración relativista:

$$\mathbf{a} = \left(\gamma^4 \frac{d^2 r}{dt^2} - \frac{L^2}{mr^3} \right) \mathbf{e}_r + \frac{\gamma^4}{c^2} \frac{dr}{dt} \frac{d^2 r}{dt^2} \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} \quad (8.213)$$

en donde:

$$\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} = \omega r \mathbf{e}_\theta. \quad (8.214)$$

Esta ecuación puede transformarse a un formato donde la fuerza relativista puede calcularse

a partir de la observación de cualquier órbita plana. El resultado es la generalización relativista de la Ec. (8.124).

Consideremos la aceleración relativista:

$$\mathbf{a} = \gamma^4 \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} \mathbf{e}_r + \gamma^2 \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) + \frac{d\gamma}{d\tau} \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} \quad (8.215)$$

en donde el momento relativista es:

$$\mathbf{p} = m \frac{d\mathbf{r}}{d\tau}. \quad (8.216)$$

Se obtiene entonces que:

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = - \left(\frac{L}{\gamma m r} \right)^2 \frac{d^2}{dt^2} \left(\frac{1}{r} \right) \quad (8.217)$$

y que:

$$\mathbf{a} = - \left(\left(\frac{\gamma L}{m r} \right)^2 \frac{d^2}{d\theta^2} \left(\frac{1}{r} \right) + \frac{L^2}{m r^3} \right) \mathbf{e}_r + \frac{\gamma^4}{c^2} \frac{dr}{dt} \frac{d^2 r}{dt^2} \omega r \mathbf{e}_\theta. \quad (8.218)$$

También se obtiene, como en el documento UFT 238 que:

$$\frac{dr}{dt} = - \frac{L}{m \gamma} \frac{d}{d\theta} \left(\frac{1}{r} \right) \quad (8.219)$$

de manera que la generalización relativista requerida de la Ec. (8.124) es:

$$\mathbf{a} = - \left(\left(\frac{L}{m r} \right)^2 \left(\gamma^2 \frac{d^2}{d\theta^2} \left(\frac{1}{r} \right) + \frac{1}{r} \right) \right) \mathbf{e}_r + \frac{L^4}{m^4 c^2 r^3} \frac{d}{d\theta} \left(\frac{1}{r} \right) \frac{d^2}{d\theta^2} \left(\frac{1}{r} \right) \mathbf{e}_\theta. \quad (8.220)$$

Para los propósitos de gráficas y animación, es conveniente expresar el factor de Lorentz en términos del ángulo θ . El resultado, como se obtuvo en documento UFT 238, es:

$$v^2 = \left(\frac{L_0}{m\alpha}\right)^2 (1 + \epsilon^2 + 2\epsilon \cos\theta). \quad (8.221)$$

En resumen, la fuerza relativista para cualquier órbita plana se define mediante:

$$\mathbf{F} = -\frac{L^2}{mr^2} \left(\gamma^2 \frac{d^2}{d\theta^2} \left(\frac{1}{r}\right) + \frac{1}{r} \right) \mathbf{e}_r + \frac{L^4}{m^4 c^2 r^3} \frac{d}{d\theta} \left(\frac{1}{r}\right) \frac{d^2}{d\theta^2} \left(\frac{1}{r}\right) \mathbf{e}_\theta. \quad (8.222)$$

en donde el factor de Lorentz es:

$$\gamma = 1 - \left(\frac{L_0}{mc}\right)^2 \left(\frac{1}{r^2} + \left(\frac{d}{d\theta} \left(\frac{1}{r}\right)\right)^2 \right)^{-1/2} \quad (8.223)$$

y en donde el momento angular total relativista es:

$$L = \gamma L_0 = \gamma m r^2 \frac{d\theta}{d\tau} = \gamma m r^2 \omega. \quad (8.224)$$

En las Figs. 8.3 y 8.4, el componente de fuerza radial y angular de una elipse con precesión se representa gráficamente para dos valores de momento angular L . El factor de precesión fue $x = 1.1$. El componente de fuerza angular, que no existe en el caso hamiltoniano, es mucho más pequeño que el componente radial. El componente angular asume ambos signos, lo cual conduce a cero cruzamientos y una dependencia angular diferente que la del componente radial. La asimetría del componente radial aumenta con L .

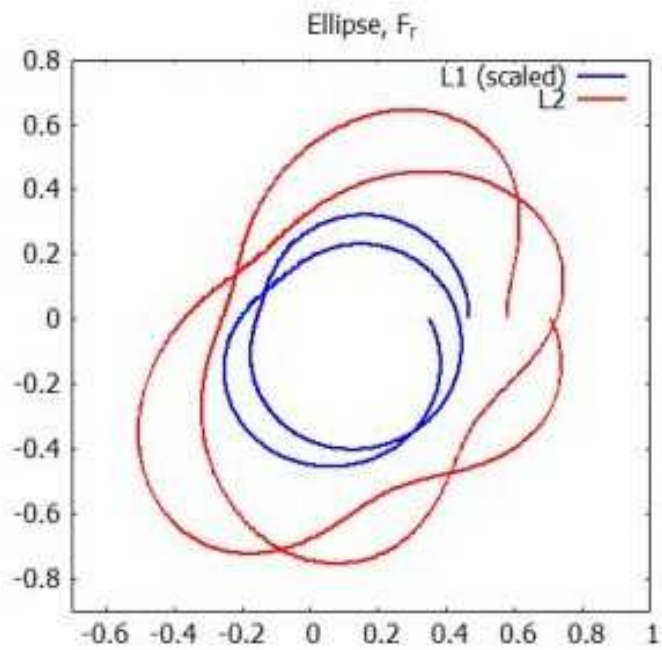


Figura 8.3: Componente de fuerza radial de una elipse con precesión, en coordenadas polares.

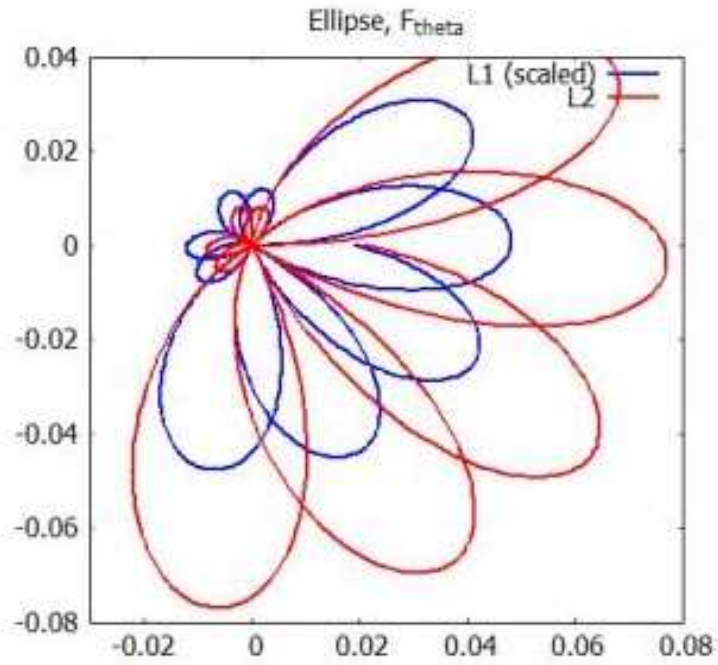


Figura 8.4: Componente de fuerza angular de una elipse con precesión, en coordenadas polares.

Bibliografía.

Capítulo 1 y referencias generales.

- [1] M. W. Evans, “*Generally Covariant Unified Field Theory: the Geometrization of Physics*” (Abramis Academic, 2005 al presente), vols.1 a 4, vol. 5 en prep. (Docs 71 a 93 en el portal www.aias.us).
- [2] L. Felker, “*The Evans Equations of Unified Field Theory*” (Abramis Academic, 2007). Hay traducción al castellano, por Alex Hill, en el portal www.aias.us .
- [3] K. Pendergast, “*Crystal Spheres*” (preimpresión en el portal www.aias.us , Abramis, a publicarse).
- [4] Sección de Omnia Opera en el portal www.aias.us .
- [5] H. Eckardt, “*ECE Engineering Model*”, <http://www.aias.us/documents/miscellaneous/ECE-Eng-Model.pdf>.
- [6] M. W. Evans, (ed.), “*Modern Non-linear Optics*”, una edición especial sobre temas selectos por I. Prigogine y S. A. Rice, “*Advances in Chemical Physics*” (Wiley Interscience, Nueva York, 2001, segunda edición), vols. 119(1) a 119(3).
- [7] M. W. Evans y S. Kielich (eds.), *ibid.*, primera edición (Wiley Interscience, Nueva York, 1992, 1993, 1997), vols. 85(1) a 85(3).
- [8] M. W. Evans y L. D. Crowell, “*Classical and Quantum Electrodynamics and the $B^{(3)}$ Field*” (World Scientific, 2001).
- [9] M. W. Evans y J.-P. Vigiér, “*The Enigmatic Photon*” (Kluwer, 1994 a 2002), en cinco volúmenes.
- [10] M. W. Evans y A. A. Hasanein, “*The Photomagneton in Quantum Field Theory*” (World Scientific, 1994).
- [11] M. W. Evans, “*The Photon's Magnetic Field, Optical NMR*” (World Scientific, 1992).
- [12] M. W. Evans, *Physica B*, 182, 227 y 237 (1992).
- [13] S. P. Carroll, “*Spacetime and Geometry, an Introduction to General Relativity*” (Addison Wesley, Nueva York, 2004), capítulo tres.
- [14] J. B. Marion y S. T. Thornton, “*Classical Dynamics of Particles and Systems*” (Harcourt Brace College Publishers, 1988, tercera edición).
- [15] S. Crothers, documentos y referencias en el portal www.aias.us y documento 93 de la serie UFT de la teoría ECE en el portal www.aias.us .
- [16] P. W. Atkins, “*Molecular Quantum Mechanics*” (Oxford University Press, 1983, 2a edición y subsecuentes ediciones).
- [17] J. R. Croca, “*Towards a Non-linear Quantum Physics*” (World Scientific, 2001).
- [18] E. G. Milewski (Chief Editor), “*The Vector Analysis Problem Solver*” (Research and Education Association, Nueva York, 1987, impresión revisada).
- [19] J. D. Jackson, “*Classical Electrodynamics*” (Wiley, Nueva York, 1999, tercera edición).
- [20] M. W. Evans, *Acta Phys. Polonica*, 38, 2211 (2007).
- [21] M. W. Evans y H. Eckardt, *Physica B*, 400, 175 (2007).

[22] M. W. Evans, *Physica B*, 403, 517 (2008).

[23] Michael Krause (Director), "All About Tesla" (une película disponible en DVD que se estrenó en 2007).

Capítulo 2

[24] L. H. Ryder, "*Quantum Field Theory*" (Cambridge University Press, 1996, 2a ed.).

[25] M. W. Evans, Series Editor de la Serie, "*Contemporary Chemical Physics*" (World Scientific).

Capítulo 3

[26] Tadeusz Iwaniec, Gaven Martin: The Beltrami equation. En: *Memoirs of the American Mathematical Society. Band 191, Nr. 893, 2008.*

[27] D. Reed, "Beltrami-Trkalian Vector Fields in Electrodynamics" en M. W. Evans y S. Kielich, Eds., "*Modern Nonlinear Optics*" (Wiley, Nueva York, 1992, 1993, 1997, 2001) en seis volúmenes y dos ediciones, vols. 85 y 119 de "*Advances in Chemical Physics*".

[28] G. E. Marsh, "*Force-Free Magnetic Fields*", World Scientific, Singapore, 1994.

[29] S. Venkat et al., "*Realistic Transverse Images of the Proton Charge and Magnetic Densities*", NT@UW-10-15, 2010; <http://arxiv.org/pdf/1010.3629v2.pdf>

[30] G. Sardin, "Fundamentals of the Orbital Conception of Elementary Particles and of their Application to the Neutron and Nuclear Structure", *Physics Essays Vol.12, no.2, 1999*; <http://uk.arxiv.org/ftp/hepph/papers/0102/0102268.pdf>

[31] A. Proca, Sur la théorie ondulatoire des électrons positifs et négatifs, *J. Phys. Radium* 7, 347 (1936); Sur la théorie du positon, *C. R. Acad. Sci. Paris* 202, 1366 (1936).

[32] Dorin N. Poenaru, Proca Equations of a Massive Vector Boson Field, www.theory.nipne.ro/poenaru/PROCA/proca_rila06.pdf

Capítulo 4

[33] M. W. Evans y H. Eckardt, documento UFT160, www.aias.us .

[34] P. L. Joliette y N. Rouze, *Am. J. Phys.*, 62, 266 (1994).

[35] M. W. Evans, "Magnetization of an electron plasma by microwave pulses: Faraday

- induction”, *Foundations of Physics Letters*, Volume 8, Issue 4, pp 359-364 (1995).
- [36] H. Eckardt y D. W. Lindstrom, papers on www.aias.us , sección Publications / Electromagnetic ECE Theory.
- [37] A. S. Goldhaber y M. M. Nieto, *Rev. Mod. Phys.*, 82, 939 (2010).