

Elipse con Precesión a Partir de la Ecuación de Fuerza de Lorentz Orbital de la Teoría ECE2.

por

M. W. Evans y H. Eckardt,

Civil List, AIAS y UPITEC

(www.archive.org, www.webarchive.org.uk, www.aias.us, www.upitec.org,
www.atomicprecision.com, www.et3m.net)

Traducción: Alex Hill (www.et3m.net)

Resumen.

Mediante la consideración de la prescripción mínima del documento UFT347, se muestra que surge una nueva clase de elipse con precesión a partir del hamiltoniano relevante, de manera que éste es el método más sencillo para describir cualquier precesión. La ecuación de fuerza de Leibniz se ve aumentada mediante términos que incluyen la frecuencia de precesión observada y es una ecuación de fuerza de Lorentz. La relación entre el hamiltoniano y el lagrangiano se basa en el momento canónico. Para un campo gravitomagnético uniforme, la ecuación de fuerza puede deducirse a partir de un sencillo lagrangiano, y el anterior puede expresarse como una ecuación de Binet.

Palabras clave: relatividad ECE2, órbita con precesión, fuerza de Lorentz orbital y ecuaciones de Binet.

1. Introducción.

En el documento inmediatamente precedente (UFT347) de esta serie [1-12], se demostró que la prescripción mínima produce una ecuación de fuerza de Lorentz orbital que da origen a precesión orbital a través de la intermediación del campo gravitomagnético. La frecuencia de precesión es la mitad de la magnitud del campo gravitomagnético. En la Sección 2 de este documento se demuestra que el hamiltoniano correspondiente a la ecuación de fuerza de Lorentz da origen a una elipse con precesión de un tipo desconocido hasta la fecha. Esta elipse con precesión constituye una descripción rigurosa y exacta de la órbita observada, porque la frecuencia de precesión observada se utiliza en las ecuaciones. La elipse con precesión calculada es similar en estructura a aquella de la teoría x [1-12], pero x depende del ángulo theta de las coordenadas polares planas. El método utiliza el momento canónico del documento UFT347. Para un campo gravitomagnético uniforme, el momento angular conservado puede calcularse en forma directa, y la ecuación de fuerza de Lorentz se reduce a una ecuación de Binet con precesión. La órbita calculada a partir del hamiltoniano puede utilizarse en la ecuación de Binet para dar la fuerza. La Sección 3 es una descripción, mediante gráficas, de los métodos utilizados para producir la órbita con precesión y también da verificación de consistencia numérica de los procedimientos utilizados en este documento.

Este documento constituye una breve sinopsis de los cálculos detallados que se encuentran en las Notas de Acompañamiento del documento UFT348 publicado en el portal www.aias.us. La Nota 348(1) es una descripción detallada de la deducción de la órbita elíptica con precesión a partir del hamiltoniano relevante a la ecuación de fuerza de Lorentz orbital. La Nota 348(2) brinda algunos detalles del desarrollo de la ecuación de fuerza de Lorentz. La Nota 348(3) es un desarrollo del lagrangiano precesional, esta nota se desarrolla en forma numérica en la Sección 3. Las Notas 348(4) y 348(5) desarrollan la ecuación de fuerza para un campo gravitomagnético uniforme y deducen la ecuación de Binet precesional.

2. Desarrollos dinámicos.

Consideremos la prescripción mínima del documento UFT347:

$$\underline{p} \rightarrow \underline{p} + m \underline{v}_g \quad (1)$$

donde

$$\underline{W}_g = \underline{v}_g \quad (2)$$

es el potencial vectorial gravitacional de la relatividad ECE2. Este potencial gravitacional posee las unidades de velocidad lineal. Aquí, m es la masa de un objeto en órbita alrededor de un objeto con una masa M . Para el caso de un campo gravitomagnético uniforme [1-12]:

$$\underline{v}_g^2 = \underline{\Omega}^2 r^2 \quad (3)$$

donde Ω es la frecuencia de precesión observada. Esta última es la mitad de la magnitud del campo gravitomagnético definido por:

$$\underline{\Omega} \underline{g} = \underline{\nabla} \times \underline{v}_g. \quad (4)$$

Este cuestiones directamente análoga con la definición de la densidad de flujo magnético como el rotacional del potencial vectorial electromagnético \underline{W} de la relatividad ECE2 .

El hamiltoniano definido por la prescripción mínima (1) es:

$$H = \frac{1}{2m} (\underline{P} + m \underline{v}_g) \cdot (\underline{P} + m \underline{v}_g) + U(r) \quad (5)$$

donde $U(r)$ es la energía potencial de atracción entre m y M :

$$U(r) = - \frac{m M G}{r} \quad (6)$$

donde G es la constante de Newton y r es la magnitud de la distancia entre m y M . Al igual que en las Notas para el documento UFT347, el hamiltoniano puede desarrollarse como:

$$H = \frac{1}{2} m (\underline{v}^2 + \underline{v}_g^2) + \Omega L + U(r) \quad (7)$$

donde L es la magnitud constante del momento angular:

$$\underline{L} = \underline{r} \times \underline{p} \quad (8)$$

y donde Ω es la frecuencia de precesión observada, considerada como una frecuencia de Larmor [1-12].

Las Ecs. (3) y (7) dan:

$$H = \frac{1}{2} m (\underline{v}^2 + \Omega^2 r^2) + \Omega L + U(r) \quad (9)$$

donde:

$$\underline{v}^2 = \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 + r^2 \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 \quad (10)$$

Por lo tanto, el hamiltoniano es:

$$H = \frac{1}{2} m \left(\left(\frac{dr}{dt} \right)^2 + r^2 \left(\left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 + \Omega^2 \right) \right) + \Omega L + U(r) \quad (11)$$

$$H_1 = H - \Omega L = \frac{1}{2} m \left(\left(\frac{dr}{dt} \right)^2 + r^2 \left(\frac{d\theta_1}{dt} \right)^2 \right) + U(r) \quad (12)$$

donde

$$\left(\frac{d\theta_1}{dt} \right)^2 = \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 + \Omega^2 \quad (13)$$

Empleando métodos bien conocidos [1-10] un hamiltoniano del tipo (12) conduce a la órbita de sección cónica:

$$r = \frac{\alpha}{1 + \epsilon \cos \theta_1} \quad (14)$$

donde α es la semi latitud recta y donde ϵ es la excentricidad.

Denotamos:

$$\omega_1 = \frac{d\theta_1}{dt}, \quad \omega = \frac{d\theta}{dt} \quad (15)$$

para encontrar que:

$$\omega_1^2 = \omega^2 + \Omega^2 \quad (16)$$

Si:

$$\Omega \ll \omega \quad (17)$$

Entonces, con un excelente grado de aproximación:

$$\omega_1 \sim \omega \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\Omega}{\omega} \right)^2 \right), \quad (18)$$

es decir

$$\frac{d\theta_1}{dt} = \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\Omega}{\omega} \right)^2 \right) \frac{d\theta}{dt} \quad (19)$$

de manera que

$$d\theta_1 = \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\Omega}{\omega} \right)^2 \right) d\theta$$

y:

$$\theta_1 = \int \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\Omega}{\omega} \right)^2 \right) d\theta. \quad (21)$$

En la Ec. (21), ω es la velocidad angular correspondiente al hamiltoniano

$$H_0 = \frac{p_0^2}{2m} + U(r) \quad (22)$$

Esta velocidad angular es:

$$\omega = \frac{L_0}{m r^2} \quad (23)$$

donde el momento angular L_0 es una constante movimiento. En la Ec. (23):

$$r = \frac{\alpha_0}{1 + \epsilon_0 \cos \theta} \quad (24)$$

por lo tanto:

$$\frac{1}{\omega^2} = \frac{m^2 r^4}{L_0^2} = \frac{m^2 \alpha_0^4}{L_0^2 (1 + \epsilon_0 \cos \theta)^4} \quad (25)$$

y:

$$\theta_1 = \int \left(1 + \frac{m^2 \alpha_0^4 \Omega^2}{2(1 + \epsilon_0 \cos \theta)^4 L_0^2} \right) d\theta \quad (26)$$

Esta integral se evalúa numéricamente en la Sección 3. La órbita es:

$$r = \frac{\alpha}{1 + \epsilon \cos \theta_1} \quad (27)$$

y en la Sección 3 se muestra numérica y gráficamente que esta es una órbita con precesión, Q. E. D.

Por lo tanto, la prescripción mínima (1) resulta suficiente para producir una órbita con precesión. En la teoría x de documentos previos de la serie UFT [1-12] se supuso que:

$$\theta_1 = x \theta \quad (28)$$

donde x es una constante. En esta teoría analítica más exacta, se observa que x depende de θ . La teoría más exacta de precesión en la relatividad ECE2 es la del documento UFT328, la cual es rigurosamente relativista y utiliza el momento canónico para resolver el hamiltoniano relativista y el lagrangiano simultáneamente. Sin embargo, el documento UFT328 utiliza un método numérico de graficación dispersa para producir la precesión, y no posee una solución analítica conocida. El método en este documento utiliza la relatividad ECE2 para dar una solución analítica en el límite clásico del hamiltoniano y el lagrangiano. Este documento posee la ventaja de suministrar un resultado analítico en términos de la frecuencia de precesión experimental, Ω , de manera que el método de este documento es válido para CUALQUIER precesión observada en astronomía.

En las ecuaciones de más arriba, los momentos angulares constantes son:

$$L = m r^2 \frac{d\theta_1}{dt} \quad (29)$$

$$L_0 = m r^2 \frac{d\theta}{dt} \quad (30)$$

Las semi latitudes rectas son:

$$\alpha = \frac{L^2}{m^2 M G}, \quad \alpha_0 = \frac{L_0^2}{m M G}, \quad (31)$$

y las excentricidades son:

$$e^2 = 1 + \frac{2H_1 L^2}{m^3 M^2 G^2}, \quad (32)$$

y

$$e_0^2 = 1 + \frac{2H L_0^2}{m^3 M^2 G^2}, \quad (33)$$

En general:

$$\theta_1 = \theta + \frac{m^2 \alpha_0 \Omega^2}{2 L_0} \int \frac{d\theta}{(1 + e_0 \cos\theta)^4} \quad (34)$$

y la integral puede evaluarse analíticamente utilizando álgebra computacional, como en la Sección 3. Si se supone que:

$$\theta_1 = x\theta \quad (35)$$

entonces:

$$x = 1 + \frac{1}{2\theta} \left(\frac{m\alpha_0^2 \Omega^2}{L_0} \right)^2 \int \frac{d\theta}{(1 + \epsilon \cos\theta)^4} \quad (36)$$

y la órbita puede expresarse en el formato de una órbita de la teoría x:

$$r = \frac{\alpha}{1 + \epsilon \cos(x\theta)} \quad (37)$$

Sin embargo, x en general no es constante.

La órbita (27) se representa gráficamente en la Sección 3 y se observa que presenta precesión, Q. E. D. Es equivalente a la ecuación de fuerza de Lorentz orbital del documento UFT347:

$$\underline{F} = m \underline{\ddot{r}} = - \frac{mMG}{r^2} \underline{e}_r + m \frac{\partial \underline{v}_g}{\partial t} - m \dot{r} \underline{x} - \underline{\Omega} \underline{g} \quad (38)$$

en donde el momento canónico se define mediante:

$$m \underline{\dot{r}} = \underline{P} + m \underline{v}_g \quad (39)$$

En ausencia del potencial vectorial gravitacional \underline{v}_g , la Ec. (38) se reduce a la ecuación de Leibnitz:

$$\underline{F} = m (\ddot{r} - r \dot{\theta}^2) \underline{e}_r = - \frac{mMG}{r^2} \underline{e}_r \quad (40)$$

en donde:

$$\underline{\ddot{r}} = \frac{d \underline{\dot{r}}}{dt} = \frac{d \underline{v}}{dt} \quad (41)$$

Por lo tanto, la ecuación de Leibnitz es:

$$\ddot{r} - r \dot{\theta}^2 = F(r) \quad (42)$$

y puede transformarse en la ecuación de Binet:

$$\frac{d^2}{d\theta^2} \left(\frac{1}{r} \right) + \frac{1}{r} = - \frac{mr^2}{L^2} F(r) \quad (43)$$

La ecuación de Leibnitz da la sección cónica sin precesión:

$$r = \frac{\alpha}{1 + \epsilon \cos \theta} \quad (44)$$

Las Ecs. (38) y (39) dan:

$$\underline{F} = m \underline{\ddot{r}} = m \left(\frac{d\underline{v}}{dt} + \frac{d\underline{v}_g}{dt} \right) = -\frac{mMG}{r^2} \underline{e}_r + m \frac{\partial \underline{v}_g}{\partial t} - m \underline{\dot{r}} \times \underline{\Omega}_g \quad (45)$$

Para desarrollar esta ecuación consideremos:

$$\frac{dV_x}{dt} = \frac{\partial V_x}{\partial t} + \frac{\partial x}{\partial t} \frac{\partial V_x}{\partial x} + \dots \quad (46)$$

luego a primer orden:

$$\frac{d\underline{v}}{dt} = \frac{\partial \underline{v}}{\partial t} + (\underline{\dot{R}} \cdot \underline{\nabla}) \underline{v} \quad (47)$$

donde:

$$\underline{\dot{R}} = \frac{\partial x}{\partial t} \underline{i} + \frac{\partial y}{\partial t} \underline{j} + \frac{\partial z}{\partial t} \underline{k}, \quad (48)$$

Se deduce entonces que:

$$\frac{d\underline{v}}{dt} - \frac{\partial \underline{v}}{\partial t} = (\underline{\dot{R}} \cdot \underline{\nabla}) \underline{v} \quad (49)$$

de manera que la Ec. (45) deviene:

$$\begin{aligned} \underline{F} &= m \frac{d\underline{v}}{dt} = -\frac{mMG}{r^2} \underline{e}_r - (\underline{\dot{R}} \cdot \underline{\nabla}) \underline{v}_g - m \underline{\dot{r}} \times \underline{\Omega}_g \\ &= m (\underline{\ddot{R}} - r \dot{\theta}^2 \underline{e}_r) \end{aligned} \quad (50)$$

Aquí:

$$\underline{R} = X \underline{i} + Y \underline{j} + Z \underline{k} = R \underline{e}_r \quad (51)$$

$$\underline{v} = \frac{d\underline{R}}{dt} = \dot{R} \underline{e}_r + R \dot{\theta} \underline{e}_\theta = \underline{\dot{R}} \quad (52)$$

y:

$$\underline{\ddot{R}} = (\ddot{R} - R\dot{\theta}^2) \underline{e}_r \quad (53)$$

para una órbita plana.

Por lo tanto, ecuación de fuerza de Lorentz orbital deviene:

$$\underline{F} = m(\ddot{R} - R\dot{\theta}^2) \underline{e}_r = -\frac{mMG}{r^2} \underline{e}_r - (\underline{\dot{R}} \cdot \underline{\nabla}) \underline{v}_g - m \underline{\ddot{r}} \times \underline{\Omega}_g \quad (54)$$

en la que el momento canónico es:

$$m \underline{\dot{r}} = m(\underline{v} + \underline{v}_g) = m(\underline{\dot{R}} + \underline{v}_g) \quad (55)$$

Se incluyen algunas consideraciones del lagrangiano correspondiente a esta ecuación general en la Nota 348(3) y en la Sección 3.

Sin embargo, el hamiltoniano (7) y la órbita (14) se basan en un campo gravitomagnético uniforme definido por:

$$\underline{\Omega}_g = \underline{\nabla} \times \underline{v}_g \quad (56)$$

y:

$$\underline{v}_g = \frac{1}{2} \underline{\Omega}_g \times \underline{r} \quad (57)$$

Al igual que en la Nota 347(2):

$$v_g^2 = \frac{1}{4} \underline{\Omega}_g \times \underline{r} \cdot \underline{\Omega}_g \times \underline{r} = \frac{1}{4} \left(\Omega_g^2 r^2 - (\underline{\Omega}_g \cdot \underline{r})(\underline{\Omega}_g \cdot \underline{r}) \right) \quad (58)$$

y si el campo gravitomagnético es perpendicular al plano de la órbita:

$$v_g^2 = \frac{1}{4} \Omega_g^2 r^2 = \Omega^2 r^2 \quad (59)$$

que es la Ec. (3). En general, el lagrangiano es:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2m} (\underline{p} + m \underline{v}_g) \cdot (\underline{p} + m \underline{v}_g) - (\underline{p} + m \underline{v}_g) \cdot \underline{v}_g - U(r) \quad (60)$$

que puede expresarse como:

$$L = \frac{1}{2} m (v^2 - v_g^2) - U(r) \quad (61)$$

A partir de las Ecs. (59) y (61) el lagrangiano deviene:

$$L = \frac{1}{2} m (\dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2 - \Omega^2 r^2) - U(r) \quad (62)$$

La ecuación de Euler Lagrange rotacional es:

$$\frac{\partial L}{\partial \theta} = 0 = \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \quad (63)$$

a partir del cual se define el momento angular conservado:

$$L = m r^2 \dot{\theta} \quad (64)$$

La otra ecuación de Euler Lagrange del sistema es:

$$\frac{\partial L}{\partial r} = \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{r}} \quad (65)$$

que da la ecuación de fuerza:

$$F(r) = - \frac{\partial U}{\partial r} = m (\ddot{r} - r (\dot{\theta}^2 - \Omega^2)) \quad (66)$$

en donde:

$$U = - \frac{mMG}{r}, \quad F = - \frac{mMG}{r^2} \quad (67)$$

Esta es una cuestión de fuerza de Lorentz de la órbita con precesión (14), y al igual que en la Nota 348(5) puede transformarse a la ecuación de Binet precesional:

$$F(r) = - \frac{L^2}{m r^2} \left(\frac{d^2}{d\theta^2} \left(\frac{1}{r} \right) + \frac{1}{r} \right) - m \Omega^2 r \quad (68)$$

3. Análisis Gráfico y Numérico Adicional.

El factor de precesión x , definido por la Ec. (36), no es constante y es dependiente del ángulo θ . La integral puede resolverse analíticamente, produciendo muchos términos, y cuyo término líder es una función *atan* periódica:

$$x = 1 + \frac{A}{\theta} \int \frac{d\theta}{(1 + \epsilon_0 \cos \theta)^4} \quad (69)$$

$$= 1 + a \frac{A}{\theta} \operatorname{atan} \left(\frac{(\epsilon_0 - 1) \sin \theta}{\sqrt{1 - \epsilon_0^2} (\cos \theta + 1)} \right) + \dots$$

con las constantes A y a . Esta función $x(\theta)$ se representa en la Fig. 1. Su escala es ligeramente mayor que la unidad. La periodicidad de 2π es visible pero no es exacta porque la Ec. (36) es una aproximación. El factor de $1/2\theta$ en la Ec. (36) obviamente supera a la integral. La órbita de la Ec. (37) se observa en la Fig. 2 para $x = 1$ y $x(\theta)$ dada por la Ec. (69). Esto trae como resultado una elipse con precesión, como puede observarse claramente.

Se investigan algunas variantes del lagrangiano y de la ecuación de fuerza de Lorentz a continuación. Primero se considera un método directo, donde el lagrangiano y el hamiltoniano vienen dados por

$$\mathcal{L} = T - U \quad (70)$$

$$H = T + U \quad (71)$$

con la energía cinética T y la energía potencial U . Reemplazando \mathbf{p} por el momento canónico

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v} \longrightarrow \mathbf{p} + m\mathbf{v}_g \quad (72)$$

que luego conduce a

$$\mathcal{L}_1 = \frac{1}{2m} (\mathbf{p} + m\mathbf{v}_g)^2 - U(r), \quad (73)$$

$$H_1 = \frac{1}{2m} (\mathbf{p} + m\mathbf{v}_g)^2 + U(r). \quad (74)$$

En un caso más general, sin embargo, se puede utilizar la relación entre el hamiltoniano y el lagrangiano conocido a partir de las ecuaciones de Hamilton. Entonces:

$$H = \sum_j p_j \dot{q}_j - \mathcal{L} \quad (75)$$

donde q_j son las coordenadas generalizadas y p_j los momentos generalizados. En nuestro caso tenemos solamente un momento generalizado, la Ec. (72) – en forma vectorial – que se obtiene mediante la prescripción mínima. Dado que q es el vector de posición espacial \mathbf{r} , su derivada temporal es la velocidad \mathbf{v} . Evaluando la Ec. (75) debe de dar el hamiltoniano (74). Para lograr este resultado, debe de definirse el lagrangiano como

$$\mathcal{L}_2 = \frac{1}{2m}(\mathbf{p} + m\mathbf{v}_g)^2 - (\mathbf{p} + m\mathbf{v}_g)\mathbf{v}_g - U(r) \quad (76)$$

de manera que obtenemos nuevamente

$$H_2 = H_1 = \frac{1}{2m}(\mathbf{p} + m\mathbf{v}_g)^2 + U(r). \quad (77)$$

Para dar un ejemplo, utilizaremos coordenadas polares planas (r, θ) en donde la velocidad lineal viene dada por

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} \dot{r} \\ r\dot{\theta} \end{bmatrix}. \quad (78)$$

Para la velocidad adicional derivada del campo gravitomagnético, utilizamos dos variantes. Primero empleamos

$$\mathbf{v}_{g1} = \begin{bmatrix} \dot{r}_g \\ r_g\dot{\theta} \end{bmatrix} \quad (79)$$

Donde la coordenada angular es la misma que la de la órbita, es decir, la partícula m y la velocidad \mathbf{v}_g rotan en el mismo marco de referencia. En el segundo caso, utilizamos un \mathbf{v}_g completamente independiente, con ambas coordenadas independientes del movimiento orbital:

$$\mathbf{v}_{g2} = \begin{bmatrix} \dot{r}_g \\ r_g\dot{\theta}_g \end{bmatrix}. \quad (80)$$

Los lagrangianos de las cuatro combinaciones $L_1, L_2, \mathbf{v}_{g1}, \mathbf{v}_{g2}$ se lista en la Tabla 1. Para L_1 , aparecen términos mixtos en $r \cdot r_g$. Esto conduce a combinaciones correspondientes en las constantes de movimiento (momento angular) que se incluye en la Tabla 2. Éstas se calcularon mediante el método del lagrangiano, la Ec. (63). Un resultado similar aparece en la tercera línea de la Tabla 2. Sin embargo, en la cuarta línea aparece el momento angular de una partícula. Este asombroso resultado significa que el movimiento angular no se ve afectado por la velocidad precesional \mathbf{v}_g^2 . El motivo es porque en el lagrangiano el término $\dot{\theta}^2$ aparece sin un factor de acoplamiento a r_g , de manera que este resultado es plausible. Los hamiltonianos (Tabla 3) son iguales para L_1 y L_2 , como habría de esperarse. Sólo difieren en la apariencia de $\dot{\theta}_g$ por las diferentes definiciones de \mathbf{v}_{g1} y \mathbf{v}_{g2} .

\mathcal{L}	\mathbf{v}_g	\mathcal{L}
\mathcal{L}_1	\mathbf{v}_{g1}	$\frac{m}{2} \left((r\dot{\theta} + r_g\dot{\theta})^2 + (\dot{r}_g + \dot{r})^2 \right) - U(r)$
	\mathbf{v}_{g2}	$\frac{m}{2} \left((r\dot{\theta} + r_g\dot{\theta}_g)^2 + (\dot{r}_g + \dot{r})^2 \right) - U(r)$
\mathcal{L}_2	\mathbf{v}_{g1}	$\frac{m}{2} \left(\dot{r}^2 + (r^2 - r_g^2)\dot{\theta}^2 - \dot{r}_g^2 \right) - U(r)$
	\mathbf{v}_{g2}	$\frac{m}{2} \left(\dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2 - \dot{r}_g^2 - r_g^2\dot{\theta}_g^2 \right) - U(r)$

Tabla 1: Lagrangianos para diferentes modelos de \mathbf{v}_g .

\mathcal{L}	\mathbf{v}_g	L
\mathcal{L}_1	\mathbf{v}_{g1}	$m(r + r_g)^2 \dot{\theta}$
	\mathbf{v}_{g2}	$m r (r\dot{\theta} + r_g\dot{\theta}_g)$
\mathcal{L}_2	\mathbf{v}_{g1}	$m(r + r_g)(r - r_g) \dot{\theta}$
	\mathbf{v}_{g2}	$m r^2 \dot{\theta}$

Tabla 2: Constantes de movimiento L para diferentes lagrangianos y modelos de \mathbf{v}_g .

\mathcal{L}	\mathbf{v}_g	H
\mathcal{L}_1	\mathbf{v}_{g1}	$\frac{m}{2} \left(\dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2 + \dot{r}_g^2 + r_g^2\dot{\theta}^2 \right) + U(r)$
	\mathbf{v}_{g2}	$\frac{m}{2} \left(\dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2 + \dot{r}_g^2 + r_g^2\dot{\theta}_g^2 \right) + U(r)$
\mathcal{L}_2	\mathbf{v}_{g1}	$\frac{m}{2} \left(\dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2 + \dot{r}_g^2 + r_g^2\dot{\theta}^2 \right) + U(r)$
	\mathbf{v}_{g2}	$\frac{m}{2} \left(\dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2 + \dot{r}_g^2 + r_g^2\dot{\theta}_g^2 \right) + U(r)$

Tabla 3: Hamiltonianos H para diferentes lagrangianos y modelos de \mathbf{v}_g .

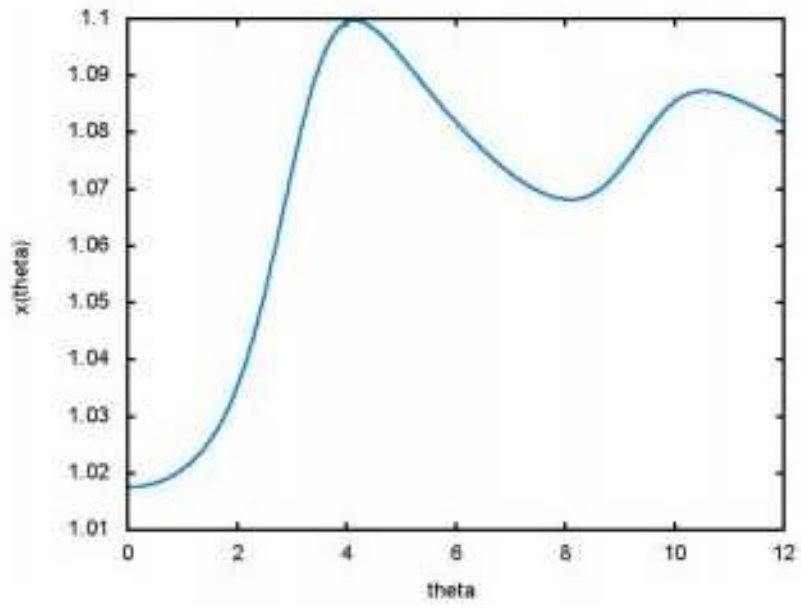


Figura 1: Dependencia angular del factor x .

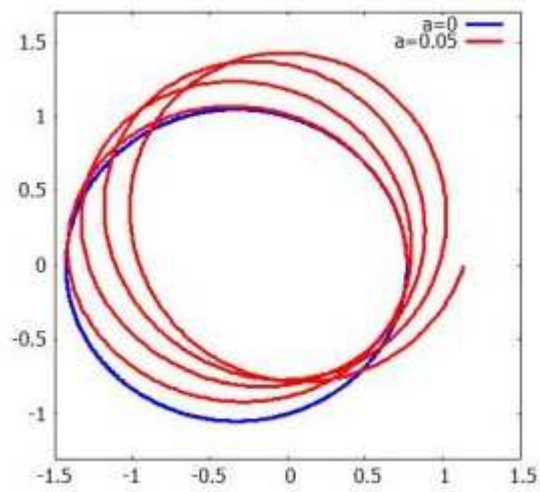


Figura 2: Órbitas elípticas para $a = 0$ y $a = 0.05$ (con precesión).

Agradecimientos.

Se agradece al Gobierno Británico por la Pensión Civil Vitalicia, y al equipo técnico de AIAS y otros por muchas discusiones interesantes. Se agradece a Dave Burleigh, CEO de Annexa Inc., por ser el anfitrión de www.aias.us, dar mantenimiento al portal, publicación voluntaria y mantenimiento del programa de retroalimentación. Se agradece a Alex Hill por las traducciones y lecturas en idioma castellano, y a Robert Cheshire por las lecturas en idioma inglés.

Referencias bibliográficas.

- [1] M. W. Evans, H. Eckardt, D. W. Lindstrom y S. J. Crothers, “The Principles of ECE” (de libre acceso y New Generation Publishing, Londres, en prensa).
- [2] M. W. Evans, S. J. Crothers, H. Eckardt y K. Pendergast, “Criticisms of the Einstein Field Equation” (CEFE, UFT301 y Cambridge International (CISP) 2010).
- [3] L. Felker, “The Evans Equations of Unified Field Theory” (UFT302 y Abramis 2007, traducido al castellano por Alex Hill en el portal www.aias.us).
- [4] H. Eckardt, “The ECE Engineering Model” (UFT303).
- [5] M. W. Evans, “Collected Scientometrics” (UFT307 y New Generation 2015).
- [6] M. W. Evans, H. Eckardt y D. W. Lindstrom, “Generally Covariant Unified Field Theory” (Abramis 2005 - 2011 en siete volúmenes, y de libre acceso al portal www.aias.us)
- [7] M. W. Evans, Ed., J. Found. Phys. Chem., (de libre acceso al portal www.aias.us, CISP 2011).
- [8] M. W. Evans, Ed., “Definitive Refutations of the Einsteinian General Relativity”, publicación especial sobre la ref. (7), de libre acceso en el portal www.aias.us.
- [9] M. W. Evans y L. B. Crowell, “Classical and Quantum Electrodynamics and the B(3) Field” (World Scientific 2001 y Omnia Opera en el portal www.aias.us)
- [10] M. W. Evans y S. Kielich, Eds., “Modern Nonlinear Optics” (Wiley Interscience, Nueva York, 1992, 1993, 1997, 2001) en dos ediciones y seis volúmenes.
- [11] M. W. Evans y J.-P. Vigié, “The Enigmatic Photon” (Kluwer 1994 a 2002 y Omnia Opera en el portal www.aias.us, en cinco volúmenes, ya sea con encuadernación dura o blanda.)
- [12] M. W. Evans A. A. Hasanein, “The Photomagnetron in Quantum Field Theory” (World Scientific 1994).